

Cours de M1-M2

Ecole Doctorale
"Sciences de l'Univers"



Image satellite (MODIS)

Le Rayonnement, sa Mesure et son Rôle

Modélisation du Transfert Radiatif





Simulations DART du quartier St Sernin (Toulouse). Bas (gauche) et haut (droite) de l'atmosphère.

Octobre 2016

J.P. Gastellu-Etchegorry
C.E.S.BIO.
UNIVERSITE PAUL SABATIER

TABLE DES MATIERES

LE RAYONNEMENT, SA MESURE ET SON ROLE **5**

I Présentation **5**

II Les phénomènes radiatifs **6**

II.1 Bilan d'énergie 6

II.2 Mesures radiométriques 13

III Le Rayonnement Electromagnétique **21**

III.1 Onde plane monochromatique 21

III.2 Le spectre électromagnétique 22

III.3 Interactions "Rayonnement - Matière" 24

IV Grandeurs Photométriques **31**

IV.1 Flux énergétiques 31

IV.2 Réflectance, transmittance et émissivité 34

IV.3 Propriétés spectrales des surfaces terrestres 37

V Mesure et Rayonnement **40**

Annexe 1 : PROFONDEUR DE PENETRATION **44**

Annexe 2 : POLARISATION **45**

Annexe 3 : COHERENCE **48**

Annexe 4 : REFLEXION DE SURFACE (coefficients de Fresnel) **50**

Annexe 5 : DIFFUSION (Rayleigh et Mie) **54**

Annexe 6 : POLARISATION DE LA MATIERE ET MODELE DE RAIE **64**

Annexe 7 : Diffusion du dipôle et Emission Thermique **68**

LE TRANSFERT RADIATIF **79**

I Equation du Transfert Radiatif **79**

I.1 Milieu quelconque 79

I.2 Milieu particulaire 81

I.3 Milieu particulaire peu dense et plan : $\tau(\Omega) = \tau/\mu$ 83

I.4 Résolution de l'équation du transfert radiatif 87

I.5 Inversion de mesures 93

II Transfert radiatif dans l'atmosphère **95**
II.1 Distribution verticale de l'atmosphère 95
II.2 Propriétés optiques atmosphériques 98
II.3 Nuages 114
II.4 Raies d'absorption gazeuse 118
II.5 Calculs sur des bandes spectrales larges 127
II.6 Application : chauffage / refroidissement de l'atmosphère 130
II.7 Modèle Arpege (aspects radiatifs) 134
III Transfert radiatif dans les surfaces terrestres **140**
III.1 Les différents types de modèles (R(Ω), T(Ω) et bilan radiatif) 140
III.2 Le transfert radiatif dans les milieux turbides 148
III.3 Résolution itérative du transfert radiatif dans des milieux turbides 161
III.4 Modèles turbides à plusieurs flux 168
III.5 Modèles géométriques 177
III.6 Méthode des ordonnées discrètes 182

Annexe 1 : DISTRIBUTION ANGULAIRE FOLIAIRE **202**

Annexe 2 : FONCTION DE PHASE SPECULAIRE **204**

MODELISATION DES MESURES DE TELEDETECTION **206**
I Généralités **206**
II Réflectance atmosphérique et Modèles atmosphériques **206**
II.1 Réflectance atmosphérique 206
II.2 Modèles atmosphériques 208
III Configurations expérimentales **210**
III.1 Orbites des satellites 210
III.2 Constante solaire et position solaire 211
IV Réflectance apparente d'une surface terrestre **212**

Annexe 1 : DETERMINATION SPATIALE DE BRFS TYPES DE SURFACES TERRESTRES **222**

Annexe 2 : MODELES DE REFLECTANCE **224**

Annexe 3 : SONDAGE ATMOSPHERIQUE **231**

LE RAYONNEMENT, SA MESURE ET SON ROLE

I PRESENTATION

Le rayonnement joue un rôle majeur dans beaucoup de domaines. Ainsi, il transporte une information codée, numérique ou analogique, pour les télécommunications. Deux domaines sont considérés ici : la télédétection satellite et le bilan d'énergie de notre planète. Le bilan d'énergie est la somme des apports et pertes d'énergie. Le bilan radiatif (*i.e.*, rayonnement absorbé, émis et réfléchi) en est une composante majeure. La télédétection est l'observation de la Terre et de son Atmosphère par mesure satellite et avion du rayonnement qu'ils émettent et/ou diffusent. La connaissance du rayonnement et de ses interactions avec la matière est essentielle pour comprendre et analyser le bilan d'énergie et les mesures de télédétection.

Le rayonnement est composé d'ondes associées au déplacement et vibration de champs électrique (*e.g.*, champ déplacement $\overline{D}$) et magnétique (*e.g.*, champ induction magnétique $\overline{B}$) oscillants. Le déplacement de ces champs correspond à un transport d'énergie. Leur modulation est utilisée dans le domaine des télécommunications pour transmettre de l'information sur de grandes distances. La télédétection spatiale (Figure 1) estime les propriétés biophysiques et chimiques des milieux observés (*i.e.*, Terre, Atmosphère) à partir des propriétés (*e.g.*, intensité, direction de propagation, polarisation, phase) du rayonnement issu de ces milieux, c'est-à-dire traversés et à l'origine du rayonnement mesuré. Pour la Terre, ces propriétés, souvent appelées "paramètres de surface", sont la température, l'albédo et l'humidité, etc., c'est-à-dire des paramètres d'entrée ou de forçage des modèles qui simulent le fonctionnement de la Biosphère et les flux de masse et d'énergie à l'interface "Terre - Atmosphère".

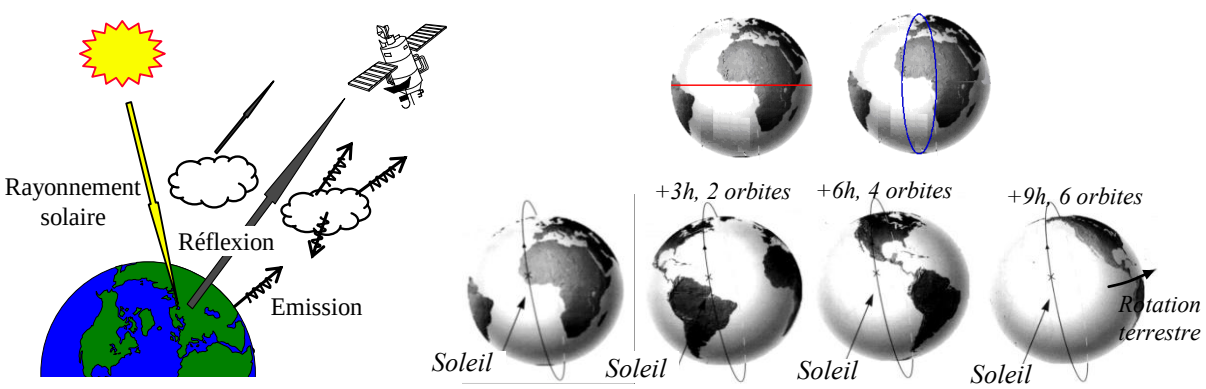


Figure 1: a) Mécanismes: observation spatiale et bilan radiatif du système 'Terre-Atmosphère'.
b) Satellites de télédétection: orbite équatoriale, polaire et quasi polaire (héliosynchrone). Caractéristiques des satellites : *www.itc.nl/research/products/sensordb/searchsat.aspx*.

Ce cours introduit la modélisation des mécanismes radiatifs majeurs qui affectent le bilan radiatif et les mesures satellites des surfaces terrestres. L'interprétation de ces mesures en termes de paramètres de surface implique de connaître le **lien** entre les **mesures satellites** et les **propriétés biophysiques et chimiques** des surfaces observées. Ce lien est complexe en raison de nombreux facteurs instrumentaux (*e.g.*, direction d'observation, domaine spectral, résolution spatiale, résolution spectrale,...) et expérimentaux (*e.g.*, atmosphère, relief,...).

L'importance du rayonnement et de ses propriétés (variabilité spectrale, directionnelle, temporelle et spatiale) sur le bilan d'énergie planétaire et sur la télédétection spatiale est d'abord introduite de manière qualitative. Une approche quantitative est ensuite introduite :

(1) *Description quantitative du rayonnement et des grandeurs photométriques* (Chapitre 1).

(2) *Description physique des principales interactions "Rayonnement-Matière"* (Annexes).

(3) *Modélisation du transfert radiatif* (Chapitre 2) dans l'atmosphère et les surfaces terrestres.

(4) *Modélisation des mesures de télédétection spatiale (Chapitre 3).*

II LES PHENOMENES RADIATIFS

II.1 Bilan d'énergie

Le bilan radiatif, aussi appelé "rayonnement net", est un terme majeur du bilan d'énergie de la Terre et de notre planète. C'est la densité nette de flux énergétique R_n (W/m^2) d'une surface horizontale. Pour la Terre, il est qualifié de BOA (Bottom Of the Atmosphere). Il est alors la somme de 3 termes : le terme "source" du bilan radiatif solaire $R_{s,BOA}.(1-\rho_{BOA})$, avec $R_{s,BOA}$ l'éclairement solaire et ρ_{BOA} l'albédo terrestre, le terme "source" du bilan du flux thermique $R_{A,\overset{\downarrow}{BOA}}$ de l'atmosphère, et le terme "perte" du à l'émission thermique terrestre $R_{T,\overset{\uparrow}{BOA}}$. $R_{n,BOA}$ est en général négatif la nuit ($R_s=0$) et positif le jour ($R_s>0$). Il s'écrit :

$$R_{n,BOA} = R_{s,BOA}.(1 - \rho_{BOA}) + R_{A,\overset{\downarrow}{BOA}} - R_{T,\overset{\uparrow}{BOA}}$$

$R_{s,BOA}$ Eclairement (W/m^2) solaire des surfaces terrestres. Il est la somme du flux solaire non intercepté par l'atmosphère (*i.e.*, éclairement solaire direct) et du flux solaire intercepté et diffusé vers le bas par l'atmosphère. Il provient surtout du domaine spectral des courtes longueurs d'onde (0.3 à 3µm), car le soleil a une température apparente ≈5800K. L'émittance terrestre est $\rho_{BOA}.R_{s,BOA}$ (W/m^2). L'éclairement d'une surface en haut de l'atmosphère et normale à la direction solaire est la constante solaire $E_{s,TOA} \approx 1373 \pm 0{,}73\,W/m^2$. Selon Hickey *et al.* (1982), E_s diminue de ≈0.02% par an.

ρ_{BOA} Albédo de la surface terrestre pour le flux solaire. C'est la fraction ([0 1]) réfléchie de l'éclairement solaire incident. $R_{s,BOA}.(1-\rho_{BOA})$ est le bilan radiatif solaire net.

$R_{A,\overset{\downarrow}{BOA}}$ Eclairement (W/m^2) thermique atmosphérique absorbé. La température atmosphérique étant ≈280K, $R_{A,\overset{\downarrow}{BOA}}$ survient surtout aux grandes longueurs d'onde autour de ≈12 µm.

$R_{T,\overset{\uparrow}{BOA}}$ Emittance (W/m^2) thermique $\varepsilon_T.\sigma.T_T^4$ de la Terre, d'émissivité ε_T et température T_T. $R_{T,\overset{\uparrow}{BOA}}$ survient surtout aux grandes longueurs d'onde autour de ≈10 µm, car $T_T \approx 300K$.

☞ Pourquoi n'écrit-on pas en général: $R_{A,\overset{\downarrow}{BOA}} = (1 - \rho_{BOA}).R_{\overset{\downarrow}{BOA}}$ et $R_{T,\overset{\uparrow}{BOA}} = (1 - \rho_{BOA}).\sigma.T_T^4$?

Le rayonnement net terrestre est une densité de flux énergétique utile pour divers mécanismes physiques et biologiques. Ainsi, le bilan d'énergie d'une surface à l'équilibre thermique est :

$$R_{n,BOA} + LE + H + G + Ph = 0$$

G flux de conduction de chaleur associée au réchauffement / refroidissement du sol.

LE flux d'évapotranspiration. L = chaleur latente de l'eau (J/kg). E = flux d'eau évaporée (kg/s).

H flux de convection de chaleur, souvent appelé "flux de chaleur sensible".

Ph flux d'énergie utilisé par la photosynthèse. Il est souvent négligé dans $R_{n,BOA}$, car $Ph < 0.01\,R_n$ en général. Il est cependant essentiel, car il conditionne l'évapotranspiration.

Les termes "non radiatifs" LE, H et G dépendent beaucoup du bilan radiatif mais aussi du type (végétation, sol nu, etc.) et de l'état (humidité, etc.) des surfaces terrestres. Le flux de chaleur latente LE correspond en général à une perte d'énergie alors que les flux de conduction G et de chaleur sensible H correspondent plutôt à un gain d'énergie la nuit et une perte le jour. L'amplitude des termes du bilan d'énergie varie selon le lieu. En climat humide LE est plus grand que G et H, alors qu'en climat sec H est le terme le plus important.

Le bilan radiatif planétaire (TOA) (Figure 2) est : $R_{n,TOA} = R_{s,TOA}.(1 - \rho_{TOA}) - R_{T,\overset{\uparrow}{TOA}}$

☞ Que représentent $R_{s,TOA}$, ρ_{TOA} et $R_{T,\overset{\uparrow}{TOA}}$?

L'émittance $R_{\overset{\uparrow}{TOA}}$ est souvent évaluée par mesure satellite, c'est-à-dire à prtir de luminance $L_{TOA,\Delta\lambda}(\Omega)$ selon la direction d'observation Ω et la bande spectrale $\Delta\lambda$. En fait, $L_{TOA,\Delta\lambda}(\Omega)$ et $R_{\overset{\uparrow}{TOA}}$ ne sont pas équivalents : la luminance dépend de Ω et $\Delta\lambda$ alors que l'émittance est une quantité intégrée sur Ω et $\Delta\lambda$. De plus, selon la longueur d'onde, la luminance due à l'émission thermique varie plus ou moins que l'émittance selon la température. Ainsi, pour un corps noir dont la température varie de 30°C à 300°C, l'émittance est multipliée par 13, alors que la luminance est multipliée par 7 à 12µm, 10 à 10µm et 90 à 5µm (Table 1).

Température		183K (-90°C)	273K (0°C)	303K (30°C)	323K (50°C)	573K (300°C)
Emittance ($\sigma.T^4$)		63 W/m^2	315 W/m^2	478 W/m^2	617 W/m^2	6112 W/m^2
Luminance (loi de Planck) W/m^2/sr/µm	12µm	4.42 10^{-5}	3.87 10^{-4}	6.02 10^{-4}	7.74 10^{-4}	4.35 10^{-3}
	10µm	2.96 10^{-5}	3.98 10^{-4}	6.72 10^{-4}	9.05 10^{-4}	6.80 10^{-3}
	5µm	3.65 10^{-7}	6.51 10^{-5}	1.85 10^{-4}	3.32 10^{-4}	1.63 10^{-2}

Table 1 : Emittance et luminance d'un corps noir à 5 températures et 3 longueurs d'onde.

L'émittance $\rho_{TOA}.R_{s,TOA}$ est évaluée dans les courtes longueurs d'onde ($\approx$0.4-3µm), c'est-à-dire le domaine spectral du rayonnement solaire réfléchi. $R_{T,\overset{\uparrow}{TOA}}$ est évalué avec des mesures autour du maximum ($\approx$10-13µm) d'émission thermique terrestre. Ainsi, le capteur AVHRR des satellites héliosynchrones NOAA échantillonne 1 fois par jour $\rho_{TOA}.R_{s,TOA}$ dans le visible (0.58-0.68µm) et proche infrarouge (0.725-1.05µm), et 2 fois par jour le terme $R_{T,\overset{\uparrow}{TOA}}$ dans l'infrarouge thermique à (10.3-11.3µm) et (11.5-12.5µm).

$R_{s,TOA}$ et $R_{s,BOA}$ ont une périodicité diurne et annuelle de par la rotation de la Terre sur elle-même et autour du soleil. La Figure 2 montre la distribution spatiale de leurs moyennes sur 1 an sur l'ensemble du globe : $R_{s,TOA} \approx 343$ W/m^2 et $R_{s,BOA} \approx 210$ W/m^2.

☞ Pourquoi la valeur moyenne de $R_{s,BOA}$ est très inférieure à $E_{s,\,TOA}$ (≈ 1373 W/m^2) ?

☞ Pourquoi $R_{s,BOA}$ et $R_{s,TOA}$ n'ont pas la même distribution spatiale ?

☞ Calculez la température apparente du soleil au niveau TOA et vérifiez sa cohérence avec $E_{s,TOA} \approx 1373$ W/m^2. Rappels : distance "Soleil-Terre" $\approx 1.496\,10^{11}$ m, rayon$_{soleil} \approx 6.96\,10^8$ m, $T_{soleil} \approx 5770$K. Un corps noir de température T émet $\sigma.T^4$ W/m^2 où $\sigma = 5.67\,10^{-8}$ W/m^2/K^4.

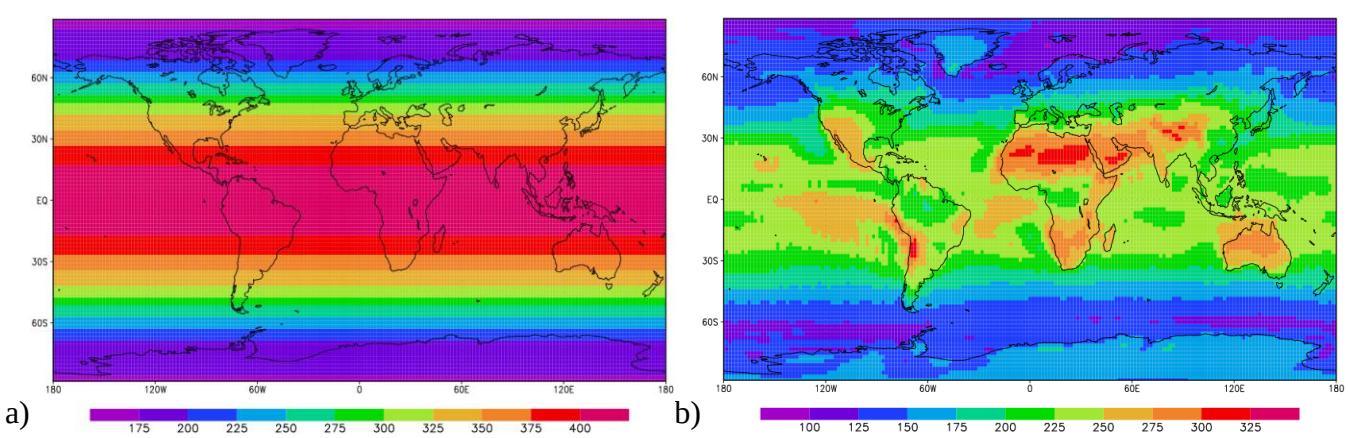


Figure 2: Eclairement solaire moyen (W/m^2) annuel. a) TOA (sphère planétaire). b) BOA.

http://gsite.univ-provence.fr/gsite/Local/geographie/dir/user-232/L2%20-%20GEOC01%20climatologie%20et%20hydrologie/TD_N3.pdf

- ***Variabilité temporelle***

La variabilité temporelle des surfaces terrestres et de la géométrie "Terre - Soleil" (distance et inclinaison de l'équateur terrestre vis-à-vis du plan de l'écliptique) expliquent que l'albédo ρ_{TOA}, l'émittance $R_{T,TOA}^{\uparrow}$ et le bilan $R_{n,TOA}$ planétaires varient avec les saisons (Figure 3). Ainsi, dans l'hémisphère Nord, ρ_{TOA} est minimal en été, car le développement de la végétation est maximal et le couvert nuageux minimal. L'émittance $R_{T,TOA}^{\uparrow}$ suit un cycle inverse, avec un maximum durant l'été, c'est à dire quand les surfaces terrestres de l'hémisphère Nord sont les plus chaudes et le couvert nuageux minimal. $R_{T,TOA}^{\uparrow}$ a une variation relative (≈4%) beaucoup plus faible que ρ_{TOA} (≈11%). Par suite, $R_{n,TOA}$ est à peu près en phase avec $-\rho_{TOA}$, et donc maximal en été, mais en opposition de phase avec $-R_{T,TOA}^{\uparrow}$.

☞ Pourquoi ρ_{TOA} tend à être minimal au moment du développement maximal de la végétation ?

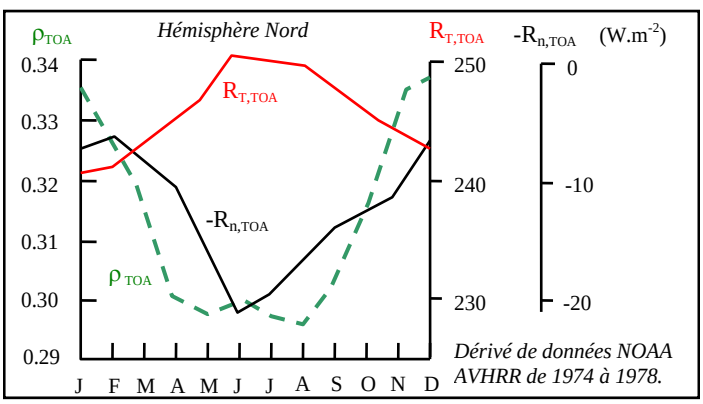
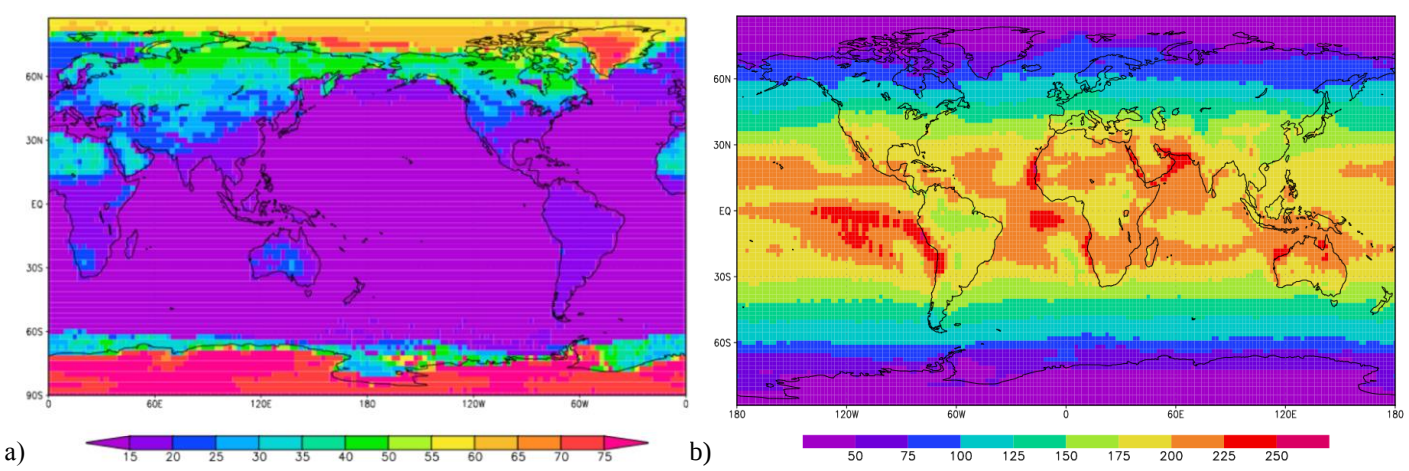


Figure 3: *Cycle annuel de l'albédo ρ_{TOA}, émittance $R_{T,TOA}^{\uparrow}$ et bilan net $R_{n,TOA}$ planétaires (TOA).*

- ***Variabilité spatiale***

Comme ρ_{BOA} (Figure 4.a), le flux solaire absorbé $R_{s,BOA}.(1-\rho_{BOA})$ moyen (≈170W/m^2) varie spatialement (Figure 4.b) (40W/m^2 aux Pôles et 240W/m^2 à l'équateur) avec une répartition qui dépend de la saison (Figure 5). $R_{T,BOA}^{\uparrow}$ et $R_{T,TOA}^{\uparrow}$ varient aussi spatialement (Figure 6). $R_{T,BOA}^{\uparrow}$ varie plus ou moins comme T_T. $\overline{R}_{T,TOA}^{\uparrow}$ ≈240W/m² est proche du flux solaire absorbé par la Terre (≈170W/m^2) et l'atmosphère (≈70W/m^2). $\overline{R}_{T,BOA}^{\uparrow}$ ≈395W/m² est près du double.



a) b)

Figure 4: a) Albédo ρ_{BOA} et b) $R_{s,BOA}.(1-\rho_{BOA})$ (W/m^2) moyens sur 1 an. (ref.: *Figure 2*).

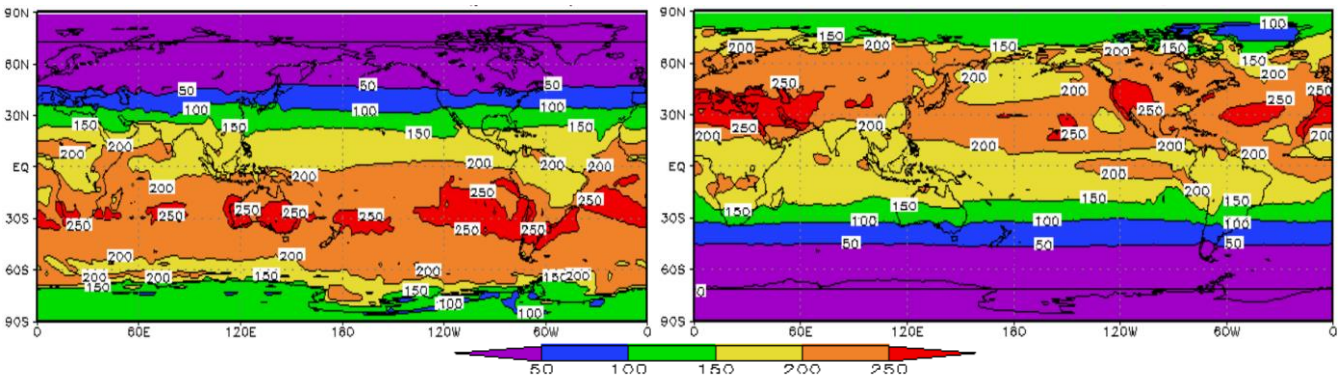


Figure 5: Flux solaire absorbé (W/m^2) par la Terre. a) Janvier. b) Juillet. (ref.: *Figure 2*).

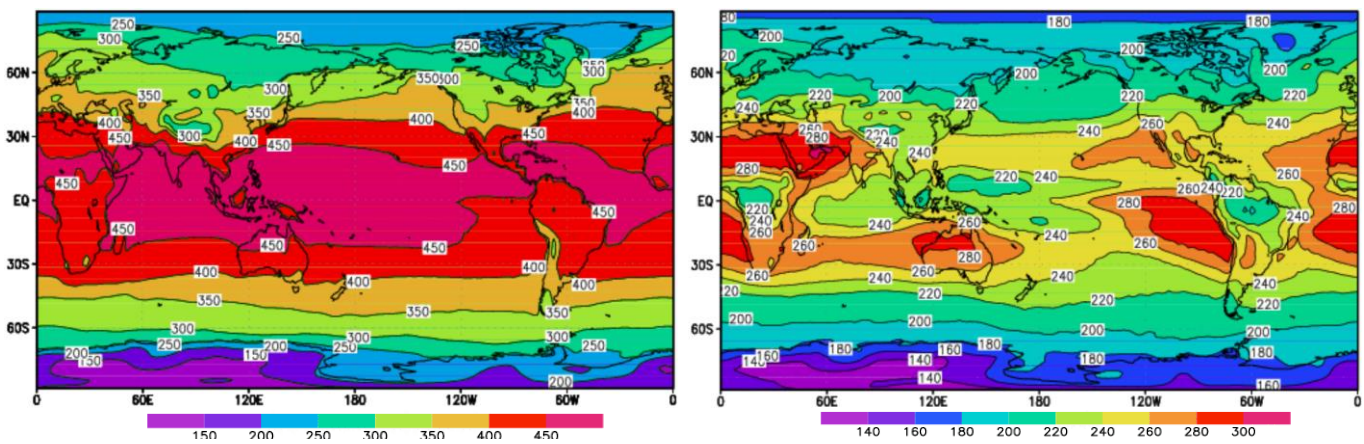


Figure 6: Emissions thermiques (W.m^{-2}) BOA (a) et TOA (b) moyennes sur 1 an. (ref.: *Figure 2*).

$R_{n,BOA}$ et $R_{n,TOA}$ (Figure 7) varient beaucoup spatialement, comme les bilans radiatifs solaire et thermique. La distribution spatiale de $R_{n,BOA}$ fait que la circulation atmosphérique tend à redistribuer vers les pôles les surplus d'énergie radiative des tropiques. $R_{n,TOA}$ est en général positif en zone tropicale. Les déserts du Sahara et d'Arabie font exception (≈-40W/m^2). Ce sont des puits de rayonnement ($R_{n,TOA}$<0), car ils réfléchissent une grande part du rayonnement incident de par leur fort albédo, et de plus leur bilan thermique ($R_{T,TOA}$) est très négatif, car le couvert nuageux y est très faible. Au nord de 40°N, $R_{n,TOA}$ est négatif, avec un minimum au Groenland (≈-120W/m^2). $R_{n,BOA}$ est très supérieur à $R_{n,TOA}$. Ceci est cohérent avec la présence des flux de chaleur latente (Figure 8.a) et sensible (Figure 8.b).

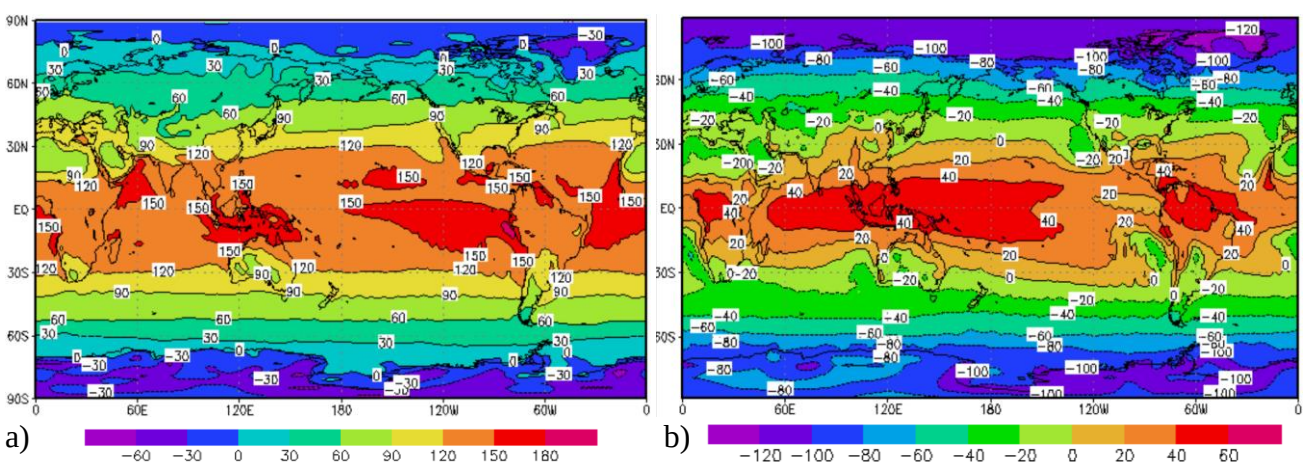


Figure 7: Bilans radiatifs $R_{n,BOA}$ (a) et $R_{n,TOA}$ (b) moyens sur 1 an. *barbero@cerege.fr*

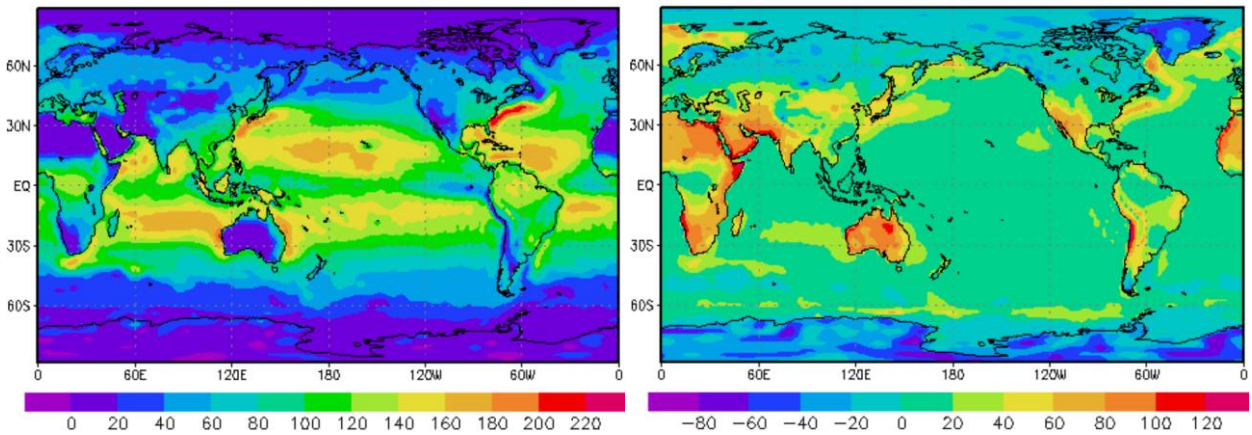


Figure 8: Flux de chaleur latente LE (a) et sensible H (b) moyens sur 1 an. LE + H = $R_{n,BOA}$.

☞ Le rayonnement net $R_{n,TOA}$ est très faible au Groenland (≈-120 W.m^{-2}). Pourquoi ?

☞ R_n est plus élevé dans l'hémisphère Sud que dans l'hémisphère Nord. Pourquoi ?

☞ Que devient le rayonnement absorbé par l'océan ?

- ***Partitionnement spectral du bilan radiatif***

La différence des températures de la Terre et du soleil combinée à la distance "Terre - soleil" font que le bilan d'énergie du système "Terre - Atmosphère" est souvent étudié en analysant séparément les domaines des courtes (λ < 3-4 µm) et grandes longueurs d'onde. Ainsi, le rayonnement solaire est maximal à ≈0.5 µm, dans le domaine spectral du visible (courtes longueurs d'onde), car T_{soleil}≈5800K. Par contre, du fait de leurs plus basses températures (≈300K), la Terre et l'atmosphère ont un maximum d'émission thermique à des longueurs d'onde environ 20 fois supérieures (≈10 - 13 µm). Le domaine spectral du maximum de $R_{s,BOA}$ diffère donc de celui des maxima de R_A et R_T. La distance "Terre - soleil" fait que $\rho_{BOA}.R_{s,BOA}$ et $R_T^{\uparrow}$ ont le même ordre de grandeur vers 3-4 µm, avec $\rho_{BOA}.R_s >> R_T^{\uparrow}$ pour λ < 3-4 µm, et $\rho_{BOA}.R_{s,BOA} << R_T^{\uparrow}$ pour λ > 3-4 µm.

☞ Quelles bandes spectrales utiliser depuis l'espace pour étudier le développement de la végétation terrestre ? pour déterminer la température planétaire ?

- ***Bilan radiatif dans les courtes longueurs d'onde***

L'éclairement solaire moyen $\overline{R}_{s,TOA}$ (≈342W/m^2) est égal à la constante solaire (≈1370W/m^2) divisée par 4 : facteur 2 pour l'effet jour/nuit et facteur 2 pour l'effet géométrique du à la sphéricité de la Terre. La stratosphère absorbe ≈4% $\overline{R}_{s,TOA}$≈15 W/m^2 (Figure 9), sutout dans l'UV qui interagit avec l'oxygène pour former l'ozone. Environ 20% $\overline{R}_{s,TOA}$ (≈67 W.m^{-2}) est réfléchi vers l'espace par les nuages et 6% $\overline{R}_{s,TOA}$ (≈21W/m^2) par les gaz et aérosols. La basse atmosphère absorbe ≈20% $\overline{R}_{s,TOA}$ (≈70 W/m^2): gaz (≈17%), nuages (≈3%). Le flux transmis par l'atmosphère $\overline{R}_{s,BOA}=T_{atm}.\overline{R}_{s,TOA}$≈53% $\overline{R}_{s,TOA}$ (≈181W/m^2) a 2 composantes : (1) transmission directe selon la direction solaire sans interaction avec l'atmosphère et (2) transmission diffuse selon les directions descendantes après une ou plusieurs diffusions dans l'atmosphère. La transmittance atmosphérique T_{atm} varie beaucoup avec la longueur d'onde. Les domaines spectraux où T_{atm} est élevée sont les plus appropriés pour observer la Terre depuis l'espace. Ils sont appelés "fenêtres atmosphériques".

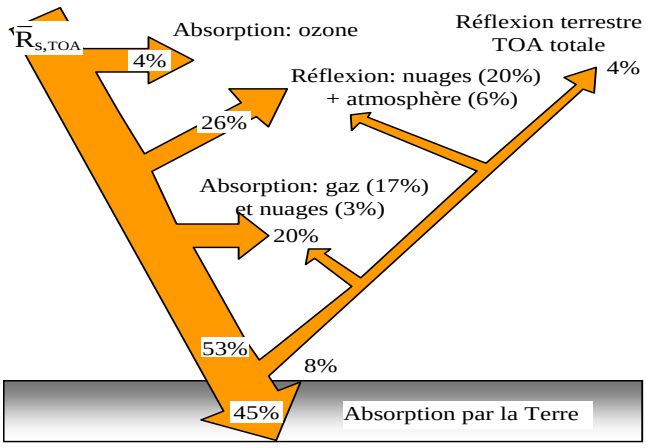


Figure 9: *Bilan radiatif terrestre dans les courtes longueurs d'onde ($\lambda < 4\,\mu m$).*
Moyennes spatiales et annuelles données en pourcentages de l'éclairement solaire $\bar{R}_{s,TOA}$.

Avec un albédo de ≈15%, la Terre réfléchit ≈8% $\bar{R}_{s,TOA}$ (≈26 W/m^2) et absorbe ≈45% $\bar{R}_{s,TOA}$ (≈155 W/m^2). Cet apport d'énergie est à peu près équilibré par la perte d'énergie due aux flux de chaleur sensible, et latente et par le flux d'émission thermique terrestre, de distribution spectrale très dépendante de la température terrestre. Finalement, la planète renvoie vers l'espace ≈53% du flux réfléchi par la Terre, soit ≈4% $\bar{R}_{s,TOA}$ (≈14 W/m^2) et ≈26% $\bar{R}_{s,TOA}$ du à la diffusion atmosphérique. L'albédo planétaire est donc ≈30%.

Les océans (Figure 10) ont un albédo beaucoup plus faible (≈4%) que les surfaces terrestres solides. Ils absorbent environ 96% du rayonnement incident $\bar{R}_{s,BOA}$.

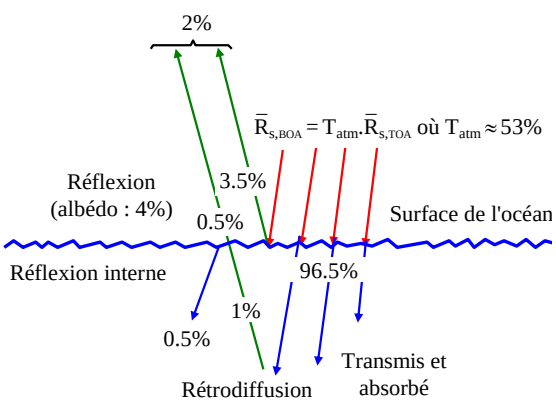


Figure 10:

Bilan radiatif des océans.

Domaine spectral des courtes longueurs d'onde (rayonnement solaire réfléchi). Le flux TOA montant du à la seule atmosphère (≈26% $\bar{R}_{s,TOA}$) est très supérieur au flux du à l'océan (≈1% $\bar{R}_{s,TOA}$).

☞ Notez la différence entre les termes "réflexion", "diffusion", "albédo" et "émission" ?

- ***Bilan radiatif dans les grandes longueurs d'onde***

L'éclairement BOA (≈96% $\bar{R}_{s,TOA}$ ≈330 W/m^2) est essentiellement du à l'émission thermique atmosphérique. Il est près du double du flux solaire absorbé (≈45% $\bar{R}_{s,TOA}$ ≈181 W/m^2). Trois mécanismes majeurs permettent d'équilibrer le bilan d'énergie terrestre :

- *Transfert turbulent de chaleur* : transfert d'énergie (≈7% $\bar{R}_{s,TOA}$ ≈25 W/m^2), à partir du chauffage par conduction des basses couches de l'atmosphère.
- *Evaporation* (sols, surfaces d'eau,…) et *évapotranspiration* de la végétation : transfert d'énergie (≈22% $\bar{R}_{s,TOA}$ ≈75 W/m^2) à l'atmosphère.

- *Emission thermique terrestre* $\bar{R}_{T,BOA} \approx 113\%\ \bar{R}_{s,TOA} \approx 385 W/m^2$: surtout aux grandes longueurs d'onde (≈4µm-50µm). L'atmosphère (gaz, nuages) a une faible transmittance ($T_{atm} \approx 5\%$) dans ce domaine : elle absorbe $\approx 107\% \bar{R}_{s,TOA}$ ($\approx 366 W/m^2$). Le flux terrestre transmis $\bar{R}_{T,TOA} \approx 6\% \bar{R}_{s,TOA}$ ($\approx 21 W/m^2$) est le signal utile pour observer la Terre. Il est ≈3 fois plus faible que le flux thermique atmosphérique TOA ($\approx 219 W/m^2$ $\approx 64\% \bar{R}_{s,TOA}$) : $\approx 26\% \bar{R}_{s,TOA}$ ($\approx 89 W/m^2$) émis par les nuages et $\approx 38\% \bar{R}_{s,TOA}$ ($\approx 130 W/m^2$) émis par les gaz.

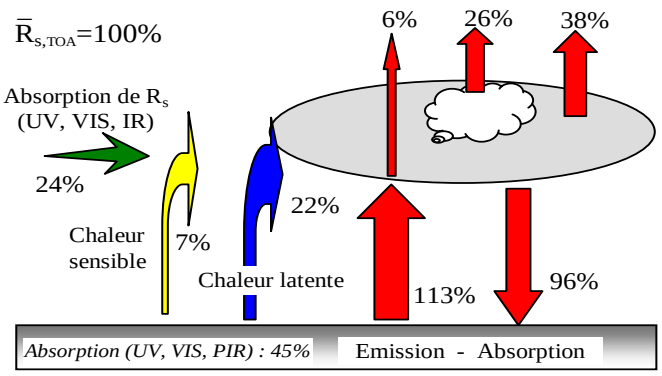


Figure 11: *Bilan d'énergie atmosphérique exprimé en % de l'énergie solaire incidente* $\bar{R}_{s,TOA}$.

Il y a égalité des apports et pertes d'énergie :

- Apport : (24 + 7 +22 + 113). $\bar{R}_{s,TOA}$
- Perte : (6 + 26 + 38 + 96). $\bar{R}_{s,TOA}$.

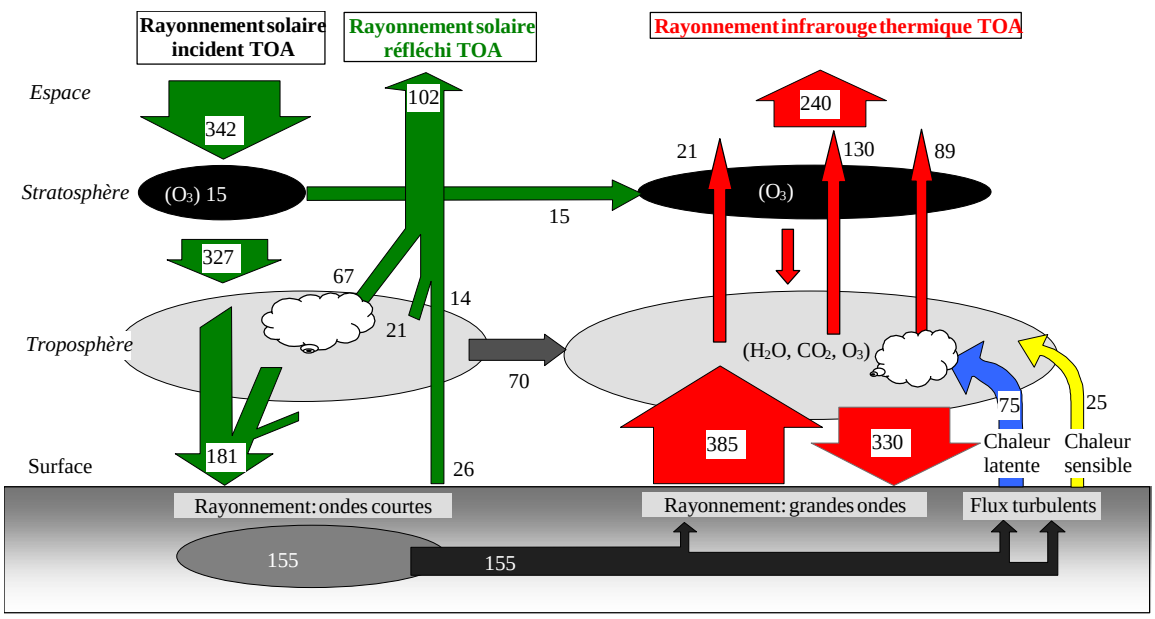


Figure 12: *Bilan d'énergie moyen annuel (W/m^2) du système "Terre - Atmosphère".*

☞ Pour la planète : "émission thermique" << "réflexion solaire" pour $\lambda < 3\mu m$. Pourquoi ?

☞ Donnez la transmittance atmosphérique aux courtes et grandes longueurs d'onde.

II.2 Mesures radiométriques

• ***Modes d'observation satellitaire***

Le but de l'observation spatiale de la Terre et de son atmosphère est l'estimation continue à différentes échelles de temps et d'espace de leurs propriétés biophysiques/chimiques (*e.g.*, albédo, chlorophylle,…). Ceci est possible car le rayonnement mesuré dépend des milieux dont il est issu et qu'il a traversé. Il existe trois modes majeurs d'observation (Figure 13).

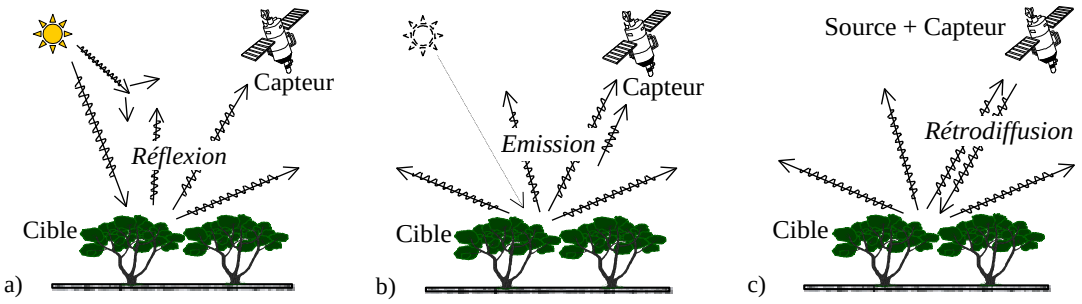


Figure 13: *Modes d'observation*. a) Passif VIS/PIR/MIR. b) Passif thermique. c) Actif.

1) *Télédétection passive solaire*. Mesure du rayonnement solaire (UV : ultra violet, VIS : visible, PIR : proche infrarouge, MIR : moyen infrarouge) diffusé le jour par la cible (*i.e.*, milieu observé : Terre, Atmosphère). Le soleil, et de manière indirecte l'atmosphère, sont les sources de rayonnement. La cible est une source secondaire du rayonnement mesuré.

2) *Télédétection passive thermique*. Mesure du rayonnement thermique, surtout infrarouge (IRT) et hyperfréquence, émis le jour et la nuit par le milieu observé. La cible est la source.

3) *Télédétection active*. Mesure du rayonnement rétrodiffusé par la cible. La source de rayonnement (Lidar : VIS, IR ; radar : hyperfréquences) est artificielle et à bord du même vecteur que le capteur. C'est un système d'observation de jour comme de nuit. Il est tout temps pour les radars, car l'atmosphère interagit peu avec les hyperfréquences.

Le rayonnement mesuré par satellite a traversé l'atmosphère après avoir été réfléchi et/ou émis par la Terre et/ou l'atmosphère. Il dépend donc des propriétés spectrales des surfaces terrestres et de l'atmosphère, en plus des propriétés spectrales de la source. En négligeant les diffusions d'ordre > 1, toute mesure est la somme d'un nombre limité de composantes :

- *Télédétection passive VIS/PIR/MIR*. "Flux solaire diffusé par l'atmosphère $\rho_{atm}.R_{s,TOA}$" + "Flux solaire diffusé par la Terre et transmis par l'atmosphère $T_{atm}^{2}.\rho_{Terre}.R_{s,TOA}$". Une mesure donne donc une "réflectance apparente" et non la réflectance de surface ρ_{Terre}.
- *Télédétection passive IRT*. "Emission thermique de la Terre atténuée par l'atmosphère" + "Emission thermique de l'atmosphère". Toute mesure donne la "température de brillance de la planète, et non directement la température de brillance des surfaces terrestres.
- *Télédétection active*. "Flux émis par le capteur" . "Carré de la transmittance atmosphérique ($\approx$1 pour hyperfréquences)" . ρ_{Terre} + "Flux solaire réfléchi par l'atmosphère (Lidars)".

Les 3 modes d'observation indiqués ci-dessus sont complémentaires à plusieurs niveaux :

- *Disponibilité des mesures* (heure, jour, nuit, temps couvert,…),
- *Eléments du milieu observé qui affectent la mesure*. Ils diffèrent selon le domaine spectral. Ainsi, une mesure VIS de forêt est surtout due aux éléments foliaires, alors qu'une mesure hyperfréquence peut surtout dépendre des éléments ligneux (branche, tronc) et du sol ; les éléments foliaires sont alors presque "transparents". De même, la mesure hyperfréquence d'un sol est d'autant plus "profonde", que la longueur d'onde d'observation est grande.

- *Type d'information recueillie* (grandeurs biophysiques, biochimiques et géométriques). Ainsi, une mesure VIS peut renseigner sur les propriétés biochimiques contrairement à une mesure hyperfréquence qui renseigne surtout sur la géométrie et l'humidité.

Les applications des images satellites sont multiples : cartographie, urbanisme, agriculture (*e.g.*, prévision de récoltes), environnement (*e.g.*, pollution, inondation,...), océanographie (*e.g.*, températures marines), etc. En fait, une mesure satellite ne renseigne directement que sur la variabilité spatiale, spectrale et temporelle des réflectances et températures de brillance TOA. L'interprétation de mesures satellites en termes de paramètres de surface (*e.g.*, humidité de surface, albédo,…) s'appuie sur divers types d'approches : méthodes d'inversion, méthodes semi-empiriques, méthodes physiques (*i.e.*, modélisation des mesures satellites), méthodes d'assimilation,... En général, ces méthodes sont d'autant plus efficaces que que les mécanismes physiques à l'origine de ces images sont bien compris et quantifiés. L'importance de cette compréhension est illustrée ci-dessous en considérant diverrs facteurs qui affectent la mesure : variabilité spectrale, direction d'observation,…

- ***Variabilité spectrale***

Elle est illustrée par une image (Figure 14) du capteur HRV du satellite héliosynchrone SPOT à 20m de résolution spatiale. Cette image est constituée de 3 images mono-bandes acquises dans 3 bandes spectrales : vert (XS1 : 0.50-0.59µm), rouge (XS2 : 0.61-0.68µm) et PIR (XS3 : 0.79-0.89µm). La zone observée est un îlot du Pacifique, couvert de végétation, et de son lagon entouré par l'océan. Tout pixel a une teinte de gris proportionnelle au rayonnement mesuré dans la bande spectrale considérée.

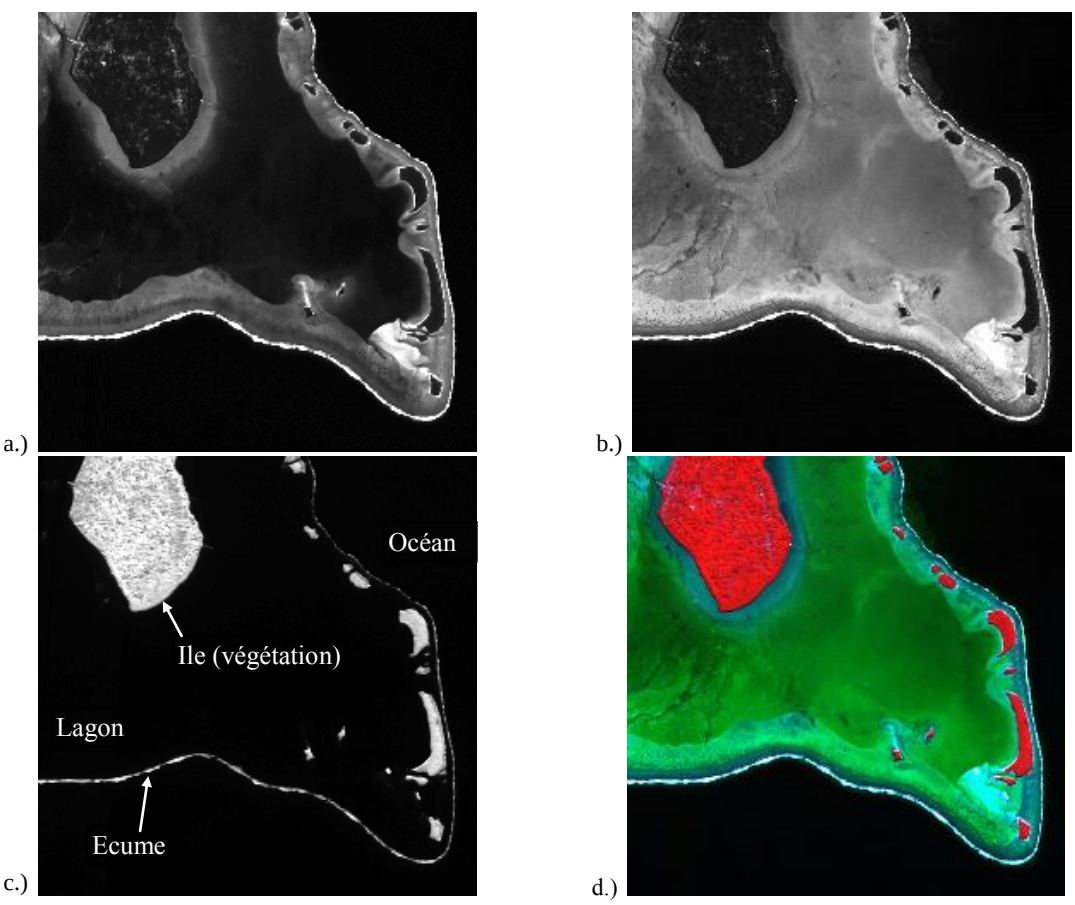


Figure 14: *Image SPOT d'un îlot du Pacifique.* a) XS1, b) XS2, c) XS3. d) Composition colorée.

☞ Avec les 3 hypothèses {"images non affectées par l'atmosphère", "même éclairement solaire pour les 3 images", "mêmes propriétés optiques de l'eau du lagon, de l'océan et de l'écume", expliquer pourquoi :

- l'océan a des teintes sombres dans les 3 images (surtout dans XS3).
- l'île a des teintes foncées dans XS1 et XS2, et claires dans XS3.
- l'écume est "claire" dans les 3 images alors que l'eau est "foncée" dans les 3 images.
- dans XS2, le lagon a des teintes beaucoup plus claires que l'océan.
- le lagon a des teintes claires dans XS2 et sombres dans XS3.

• ***Réflectance vs. Émission thermique***

La Figure 15 montre des images VIS (0.58-0.68 µm), PIR (0.725-1.1 µm) et MIR / IRT (3.55-3.93 µm) de l'île de Sumatra, acquises par le capteur AVHRR d'un satellite héliosynchrone NOAA (résolution spatiale kilométrique). Cette île a fort couvert végétal. Les teintes de gris des images VIS et PIR sont surtout proportionnelles au flux solaire réfléchi alors que les teintes de gris de l'image MIR / IRT sont surtout proportionnelles à l'émission thermique avec une composante "flux solaire réfléchi" en général faible.

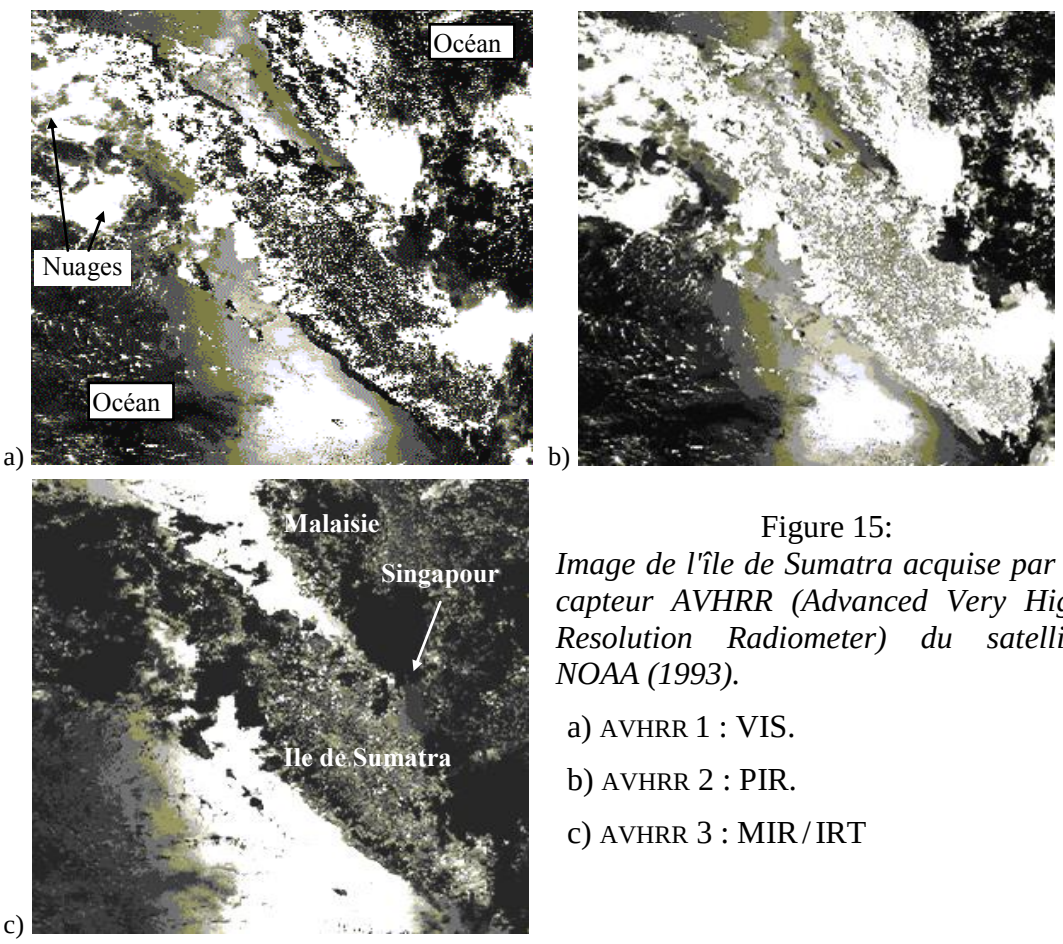


Figure 15:
Image de l'île de Sumatra acquise par le capteur AVHRR (Advanced Very High Resolution Radiometer) du satellite NOAA (1993).

a) AVHRR 1 : VIS.

b) AVHRR 2 : PIR.

c) AVHRR 3 : MIR / IRT

☞ Pourquoi l'île a des teintes foncées dans AVHRR 1 et claires dans AVHRR 2 ?

☞ Pourquoi les nuages ont des teintes claires dans AVHRR 1 et 2 et foncées dans AVHRR 3 ?

☞ La tache claire en bas à gauche de l'île de Sumatra n'est pas un nuage. Qu'est-ce ?

- ***Directions d'observation et d'éclairement***

La position relative des directions d'éclairement Ω_s et de visée Ω_v affecte beaucoup les images. Ceci est souvent illustré avec 2 configurations particulières : spéculaire et hot spot.

Spéculaire : angle de diffusion = symétique de l'angle d'incidence versus la normale locale.

Le flux réfléchi selon la direction spéculaire tend à être beaucoup plus élevé que pour toute autre direction. Ceci est souvent observé sur l'eau (Figure 16). La rugosité de surface explique que cet effet spéculaire (*i.e.*, maximum de réflectance) ne survient pas au seul point théorique, mais aussi autour de celui-ci, ce qui crée une tâche spéculaire.

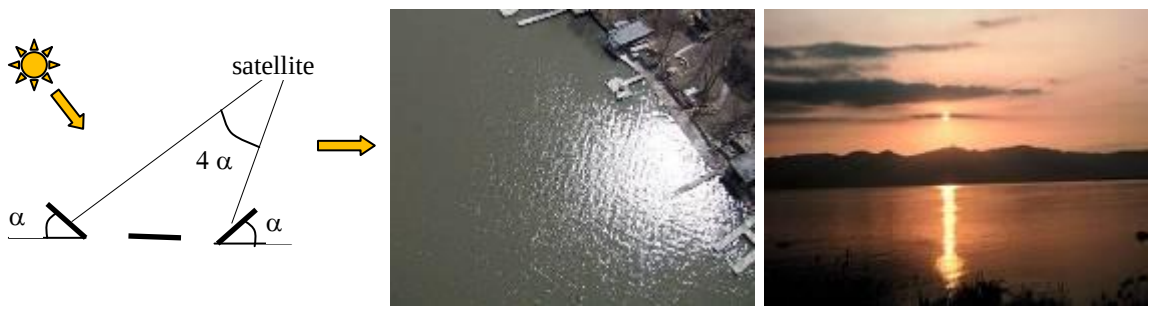


Figure 16 : Réflectance spéculaire sur l'eau. Elle survient dans un cône de demi angle 2α si l'eau a une rugosité caractériusée par un angle zénithal extrême α.

Effet d'opposition (hot spot) : le soleil est dans le dos du capteur ($\Omega_v = -\Omega_s$)

Pour la direction $\Omega_v = -\Omega_s$, le capteur ne perçoit pas d'ombre, ce qui tend à induire un maximum local de réflectance, avec un minimum de contraste. Cec est cohérent avec le fait que pour obtenir une image bien contrastée, un photographe évite en général cette direction et les directions proches, même si elles donnent de forts signaux.



Figure 17 : Effet de hot spot. Il explique la tâche brillante dans chaque image.

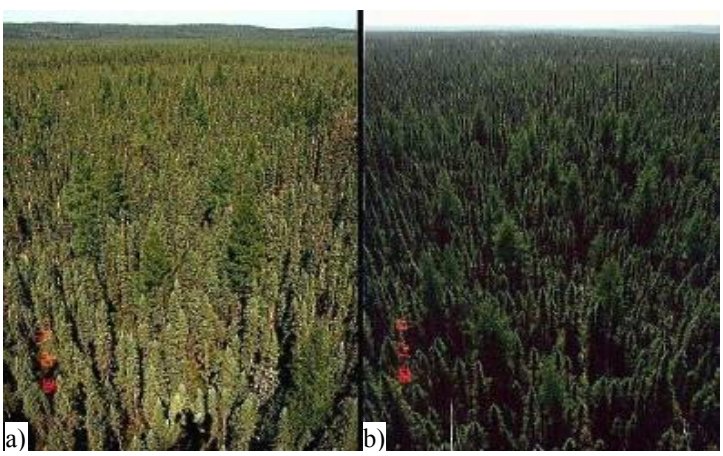


Figure 18: Directions (a) 'hot spot' et (b) 'spéculaire' pour une forêt boréale de conifères (old black spruce).

Arbres: hauteur {h=10.2m, σ_h=4.6m}, 2700 arbres / ha, taux de couverture de 40%, couronnes coniques dont la base a un diamètre {Φ=0.84m, σ_Φ=0.42m).

Biomasse foliaire : elle est caractérisée par une densité de surface foliaire par unité de surface de sol (LAI), ici égale à 2.35.

L'anisotropie des réflectances de surface est illustrée ci-dessous :

- Images de forêt boréale (Figure 19) simulées par le modèle de transfert radiatif DART : $\rho_{c,VIS}$ varie de 6% ('hot spot') à 2.6% (direction 'spéculaire'), et $\rho_{c,PIR}$ varie de 29% à 16%.
- Images VIS et PIR d'Europe (Figure 20) du capteur satellite polder pour 3 directions de visée (avant, nadir, arrière) vis-à-vis de la direction solaire (www.rop.cnrs.fr/IMG/pdf/JL_Deuze.pdf). La direction de visée "arrière" est proche de la direction dite de rétrodiffusion solaire (*i.e.*, "hot spot"). Les nuages ont les plus fortes réflectances. Les mesures ont une forte dépendance angulaire, car la direction de visée conditionne le trajet dans l'atmosphère, et de plus la réflectance des surfaces terrestres est en général anisotrope. Ceci explique que la réflectance tend à être maximale selon la direction de visée arrière (≈30% dans le VIS et ≈60% dans le PIR). Pour la région Toulousaine, ρ_{VIS}≈10-15% et ρ_{PIR} ≈20-30% selon la direction avant alors que ρ_{VIS}≈20-25% et ρ_{PIR} ≈40-50% selon la direction arrière.

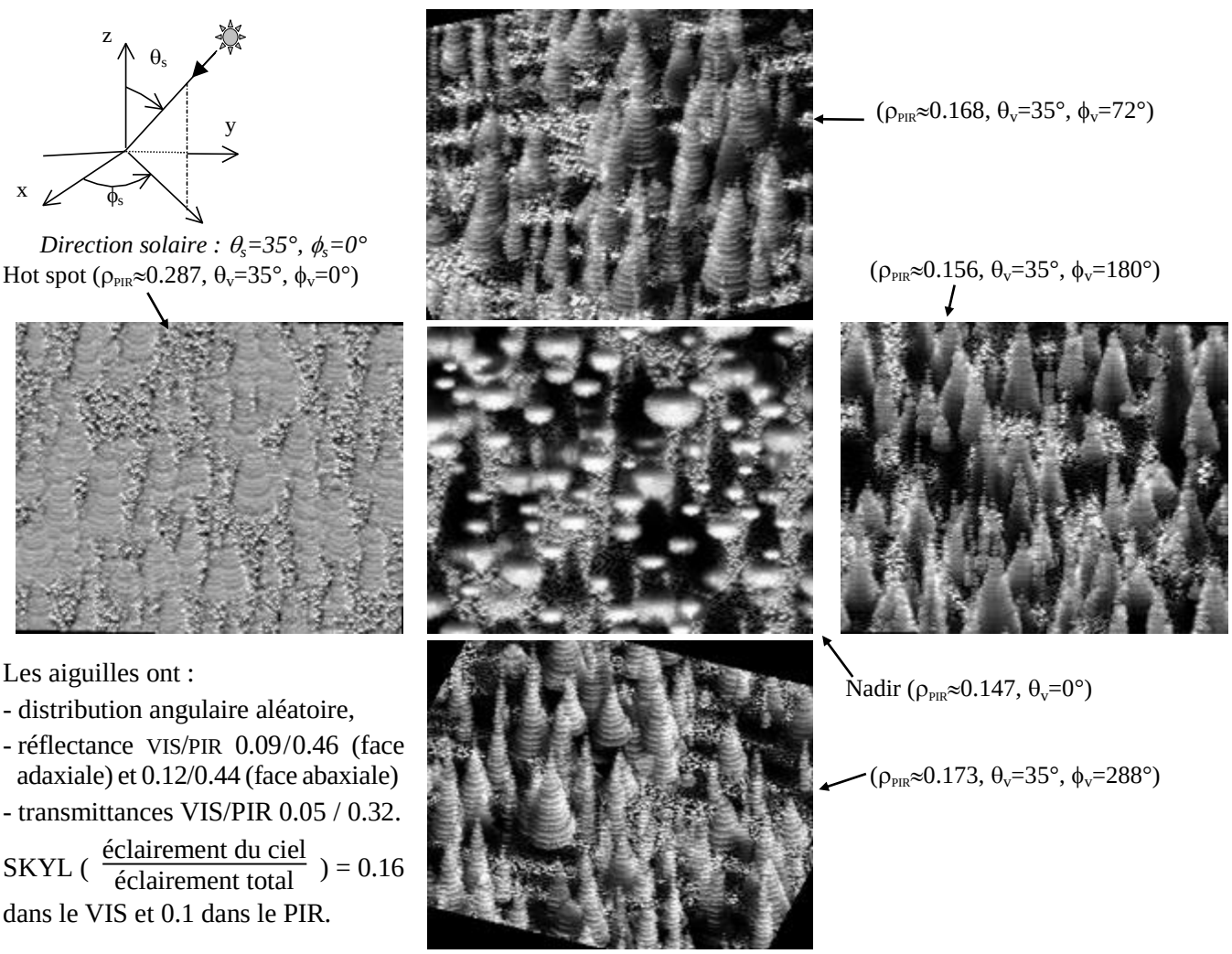


Figure 19: *Anisotropie de la réflectance PIR d'une forêt boréale (Figure 18) simulée avec le modèle DART*
L'image centrale est pour une direction de visée verticale (nadir : θ_v=0°). Les 4 autres images sont simulées pour des directions de visée obliques avec θ_v=35°. Angle zénithal solaire θ_s=35°.

L'anisotropie de la réflectance complique beaucoup l'étude des surfaces terrestres à l'aide de la télédétection. C'est le cas des études multi-dates, des études multi-capteurs et des images acquises par un capteur avec un grand champ de vue. La modélisation des mesures permet d'étudier cette anisotropie pour toute configuration expérimentale et instrumentale.

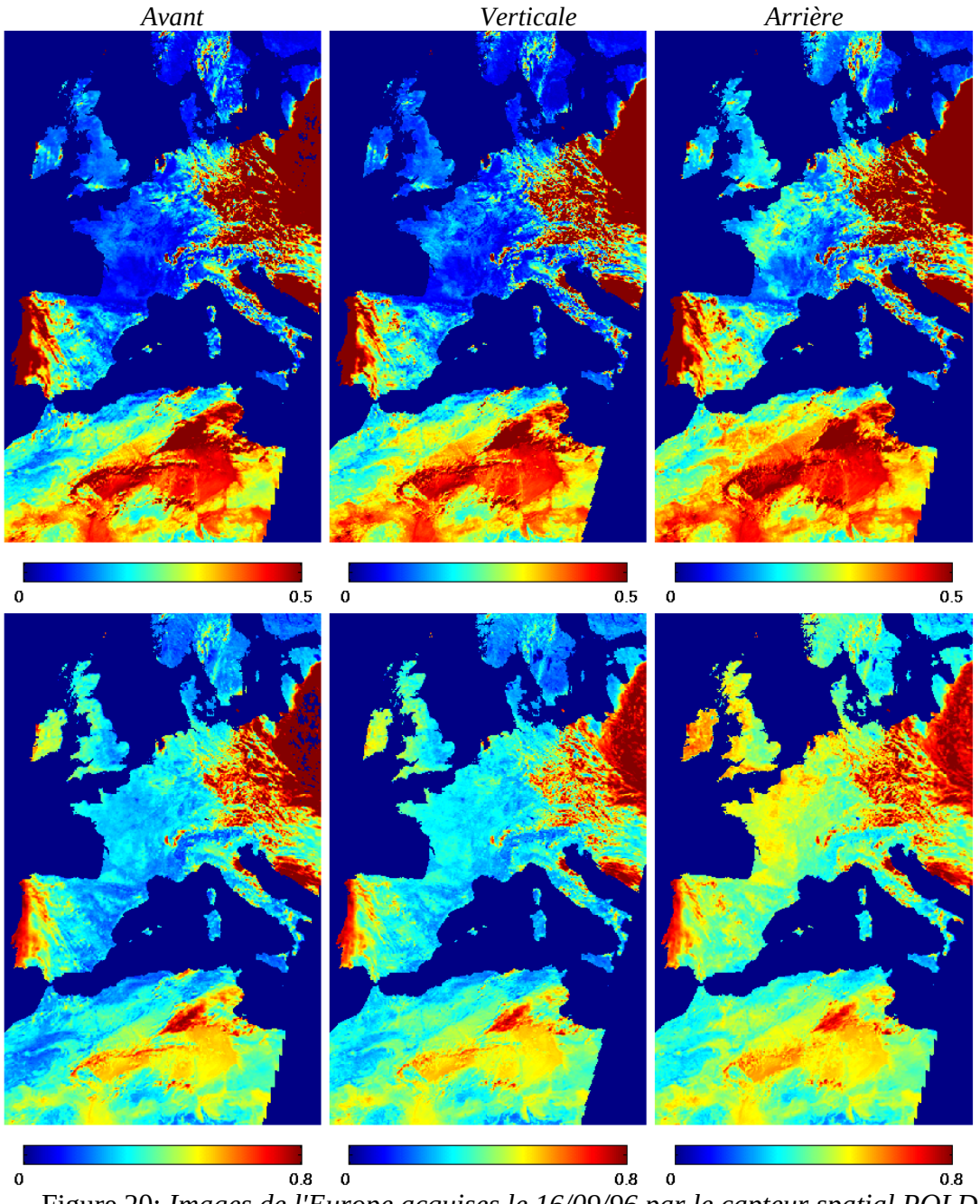


Figure 20: *Images de l'Europe acquises le 16/09/96 par le capteur spatial POLDER.* Visée "arrière" (gauche), "verticale" (centre) et "avant" (droite). a) Réflectance Visible (670nm), graduée de 0 à 50%. b) Réflectance PIR (865nm), graduée de 0 à 80%.

☞ Pourquoi les surfaces terrestres ont $\rho_{VIS} << \rho_{PIR}$?

☞ Pourquoi la réflectance tend à être maximale selon la direction arrière ?

☞ La réflectance des surfaces terrestres est anisotrope. Pourquoi est-ce que cette anisotropie tend à être une contrainte pour les études multi-capteurs et multi-dates ?

Direction d'éclairement

La réflectance d'une surface terrestre peut beaucoup dépendre de la direction d'éclairement. La Figure 21 illustre cet effet avec des images VIS, PIR et MIR de forêt tropicale (Figure 22) simulées par le modèle DART, sans atmosphère : l'angle zénithal solaire θ_s affecte l'albédo de la forêt ainsi que sa réflectance au nadir. L'albédo augmente beaucoup si θ_s

croît (*i.e.*, ≈50% en relatif pour θ_s de 0° à 80°), alors que la réflectance au nadir varie beaucoup moins, hormis une forte décroissance près du hot spot, *i.e.* pour θ_s proche de 0°.

☞ Peut-on estimer précisément l'albédo avec une seule mesure directionnelle ou spectrale ?

☞ Pourquoi l'acquisition de mesures directionnelles peut faciliter l'étude des surfaces terrestres ?

☞ Pourquoi la réflectance au nadir tend à diminuer quand θ_s augmente (Figure 21) ?

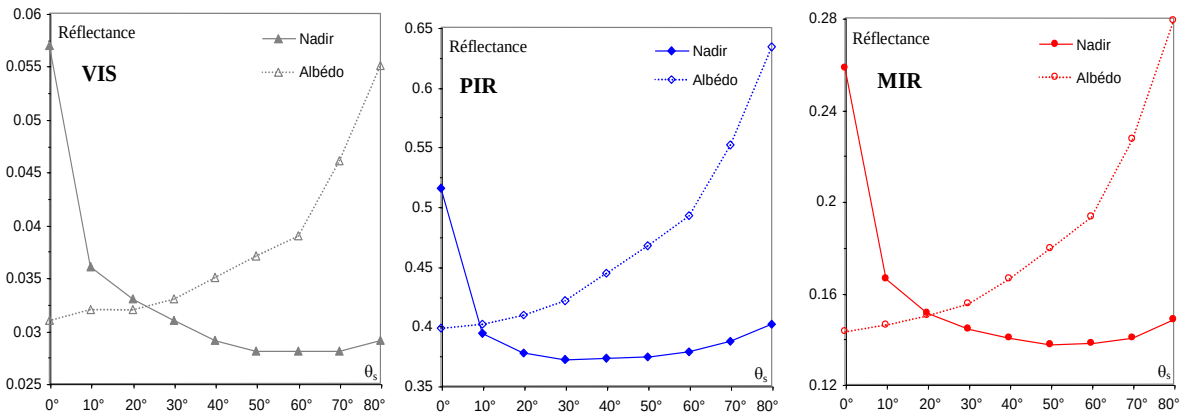


Figure 21: *Albédo et réflectance (nadir) VIS, PIR et MIR de forêt tropicale selon le zénith solaire θ_s.* Les réflectances pour θ_s=0° sont élevées, car elles correspondent au "hot spot".

Atmosphère

L'atmosphère affecte les mesures satellites par absorption et diffusion du flux solaire. Ainsi, elle détermine le distribution angulaire de l'éclairement des surfaces terrestres. D'une manière générale, l'éclairement atmosphérique réduit les ombres et donc le contraste par rapport à l'éclairement solaire direct. Cet effet sur la réflectance des surfaces terrestres est illustré par 2 images (Figure 22) de forêt tropicale simulées par le modèle DART pour 2 conditions atmosphériques extrêmes : SKYL = 0 et SKYL = 1. Les 2 images ont des distributions de réflectances très différentes. Ainsi, certaines couronnes d'arbres de la strate supérieure peuvent être l'ombre (SKYL = 0) ou être éclairées (SKYL = 1).

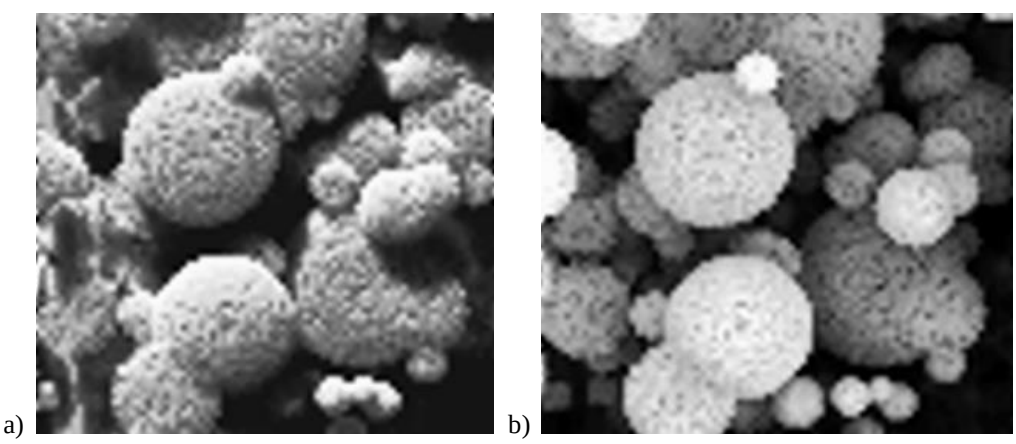


Figure 22: *Images simulées de forêt tropicale (Indonésie).* a.) SKYL = 0. (b). SKYL = 1. θ_s = 35°.

En général, les effets radiatifs de l'atmosphère sur les images satellites doivent être corrigés, en particulier aux courtes longueurs d'onde. En effet, on a : (1) atténuation du flux radiatif issu des surfaces terrestres et (2) ajout d'un flux radiatif atmosphérique du aux seuls gaz, aérosols et nuages (Figure 23). La variabilité spatiale et temporelle de ces effets est une contrainte supplémentaire. Idéalement, les procédures de "correction atmosphérique" effectuent cette correction : elle génèrent les images qui auraient été obtenues en l'absence

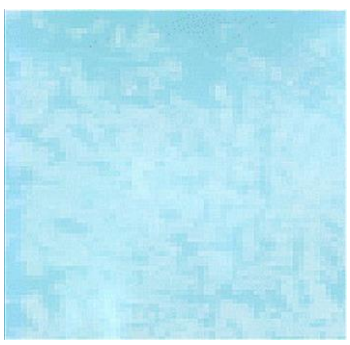
d'atmosphère. Dans les courtes longueurs d'onde, une solution classique est d'utiliser (1) un modèle qui simule les effets radiatifs atmosphériques, et (2) un modèle qui simule la distribution directionnelle de la réflectance des surfaces terrestres. Cette solution permet de "normaliser" les images de télédétection, c'est à dire de transformer toute image acquise selon une configuration donnée (directions d'éclairement/visée, SKYL) en l'image qui aurait été acquise dans une configuration de référence (*e.g.*, mesure au nadir et SKYL = 0). Cette normalisation permet de traiter des images acquises à plusieurs dates, et donc avec diverses atmosphères et/ou directions solaire et de visée. Les Figure 24 et Figure 25 illustrent la correction atmosphérique de 2 images satellite (MODIS et Vegetation).

- ☞ La mesure TOA s'écrit souvent $a.S+b$, où S est la mesure que l'on aurait sans atmosphère. Quels mécanismes physiques sont représentés par les coefficients a et b ?
- ☞ Pourquoi la correction atmosphérique améliore le contraste de l'image (Figure 24) ?
- ☞ Pourquoi l'image de l'Australie "sans correction atmosphérique" (Figure 25.a) a des raies ?

Figure 23:
Eclairement spatialement variable du aux nuages



a)



b)



Mesures terrain (AERONET) :	*Valeurs dérivées de MODIS* :
$\tau_{aerosol} = 0.862$	$\tau_{aerosol} = 0.96$
$\delta\tau_{aerosol} = 0.012$	$\delta\tau_{aerosol} = 0.264$
$h_{h2O} = 5.946$cm	$h_{h2O} = 3.674$cm
$\delta h_{h2O} = 0.004$cm	$\delta h_{h2O} = 0.065$cm
$\omega_{670nm} = 0.905$	$\omega_{670nm} = 0.92$

Figure 24: Images RGB 7x7km. a) $\rho_{MOD,TOA}$. b) $\rho_{MOD,BOA}$. Quantités atmosphériques "terrain" et "MODIS" : épaisseur optique $\tau_{aerosol}$ et albédo de diffusion simple ω_{670nm} des aérosols et épaisseur d'eau précipitable h_{H_2O}. L'erreur sur $\rho_{MOD,BOA}$ due aux incertitudes usuelles (h_{H_2O}: 0.2cm, O_3: 0.02cm atm, étalonnage du capteur: 0.2%) est $\approx 0.005 + 0.05.\rho$ (Vermote et Kotchenova, 2008).

a)



b)

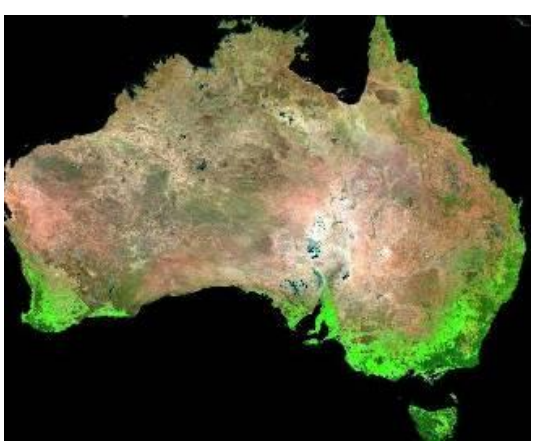


Figure 25: Synthèse d'images Végétation ($\Delta x = 1$km). Sans (a) et avec (b) "correction atmosphérique + effets directionnels normalisés avec modèle de réflectance". *Duchemin et Maisongrande, 2002.*

III LE RAYONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE

III.1 Onde plane monochromatique

Le terme "onde" de vitesse $\bar{v}$ désigne une variation spatio-temporelle $\bar{\Psi}(t\pm\xi/v)$ où t est la variable temps, ξ la variable espace et v la vitesse de phase, liée à la fréquence temporelle f et à la période spatiale (*i.e.*, longueur d'onde) $\lambda = \frac{v}{f}$. La phase de l'onde est $\Phi = 2\pi f.(t\pm\xi/v)$.

Une onde qui se propage ne transporte que de l'énergie, et pas de matière (*e.g.*, les vagues ne déplacent pas les bateaux). Un point atteint par une onde reproduit l'état de sa source avec une amplitude inférieure ou égale et un retard du au temps mis par l'onde pour parcourir le trajet depuis la source. Dans un milieu de propriétés électrique ε (permittivité) et magnétique μ (perméabilité), un rayonnement peut être représenté par une onde qui "transporte" 4 champs $\bar{\Psi}$ liés entre eux et dépendants du milieu via les équations de Maxwell : champs électrique $\bar{E}$, d'induction électrique $\bar{D}=\varepsilon.\bar{E}$, magnétique $\bar{B}$ et d'induction magnétique $\bar{H}=\bar{B}/\mu$. $\{\bar{D}, \bar{B}, \bar{u}=\frac{\bar{v}}{\|\bar{v}\|}\}$ est un trièdre direct, car $\bar{B}$ et $\bar{D}$ sont perpendiculaires à $\bar{u}$ et $\bar{D}=v.\varepsilon.\ \bar{B}\wedge\bar{u}$.

Une onde est dite plane si sa direction de propagation $\bar{u}$ est unique et si en tout point $\bar{r}$ de l'espace $\xi=\bar{u}.\bar{r}$. En tout point de chaque plan normal à la direction de propagation, ξ est alors constant. Un tel plan est une surface de phase Φ constante, à un instant donné.

Une onde issue d'une source ponctuelle est dite sphérique, car elle se propage dans toutes les directions avec ξ et donc Φ constants sur la surface de toute sphère centrée sur la source. Par contre, loin de toute source, le rayonnement peut être considéré comme une onde plane.

L'onde est dite monochromatique (Figure 26) si les champs $\bar{\Psi}$ ont des variations sinusoïdales en phase, infinies dans le temps et l'espace. Ainsi, le champ d'induction électrique s'écrit :

$$\bar{D}=\bar{D}_o.\cos(\omega.t-k.x+\phi)=\bar{D}_o.\cos(2\pi.f.t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\phi)=\bar{D}_o.\cos[2\pi.f.(t-\frac{x}{v})+\phi] \Leftrightarrow \bar{D}=\bar{D}_o.\{\exp[j(2\pi.f.t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\phi)]\}$$

D_o : amplitude du champ déplacement $\bar{D}$. L'orientation de $\bar{D}$ indique la polarisation de l'onde.

$\omega=2\pi f$: pulsation. $T=\frac{2\pi}{\omega}$: période. $k=\frac{2\pi}{\lambda}$: nombre d'onde. $\bar{k}=\frac{2\pi}{\lambda}.\bar{u}$: vecteur d'onde. $\lambda=\frac{v}{f}$

$\omega t-kx+\phi$: phase de l'onde à l'instant t et au lieu x, avec

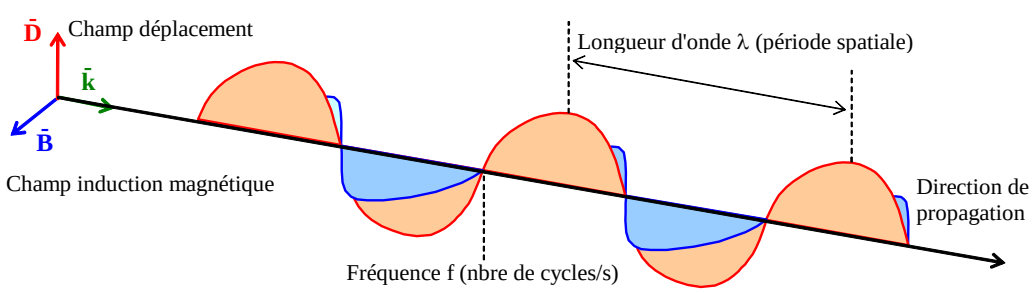


Figure 26 : *Propagation d'une onde plane de polarisation rectiligne.*

La longueur d'onde λ et la vitesse v, et non la fréquence, dépendent des propriétés électriques du milieu de propagation, via son indice de réfraction $n=\frac{\text{vitesse c dans le vide}}{\text{vitesse v dans le milieu}}=\frac{\lambda_{vide}}{\lambda_{milieu}}$ où $n(\text{vide})=1$. Dans le visible : $n(\text{paroi cellulaire hydratée})\approx 1.4$ et $n(\text{eau})\approx 1.33$. La propagation d'une onde est rectiligne dans les milieux homogènes (*i.e.*, n constant) et non rectiligne dans les milieux hétérogènes (*i.e.*, n variable), car le milieu déforme les fronts d'onde (Figure 27).

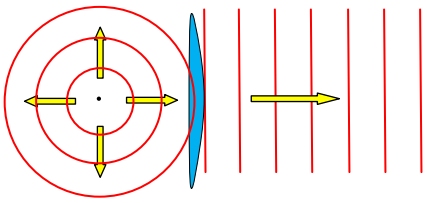


Figure 27 : *Déformation d'une onde sphérique en une onde plane par une lentille.*

La puissance électromagnétique instantanée est $\frac{v}{\varepsilon}.|\bar{D}|^2$. Dans le vide, $v = c \approx 3.10^8$ m.s^{-1}.

Un rayonnement ne peut être 100% monochromatique, car sa durée ne peut être infinie. Ceci est cohérent avec sa représentation en tant que somme d'ondes monochromatiques de fréquences distribuées sur un intervalle Δf. On parle alors de vibration ou de paquet d'ondes dont l'amplitude et l'énergie se propagent à la vitesse de groupe $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} v_g$. On a toujours $v_g < c$, alors que v peut être $>$ ou $< c$. Pour un milieu non dispersif (*i.e.*, ω fonction linéaire de k) : $v_g = v = c$. Plus Δf est petit et plus le rayonnement ressemble à une onde monochromatique.

Une source peut être naturelle ou artificielle. Une source naturelle est dite primaire si elle génère un rayonnement par émission thermique (*e.g.*, soleil, Terre). Elle est dite secondaire si elle diffuse un rayonnement issu d'autres sources (*e.g.*, atmosphère). Un intérêt des sources artificielles (*e.g.*, radar, laser) est que les caractéristiques (fréquence, amplitude, direction, polarisation, phase) des ondes émises peuvent être réglées.

Une source peut être ponctuelle ou étendue. Ceci affecte la cohérence du rayonnement qu'elle émet ou diffuse (ANNEXE 3 : COHERENCE).

III.2 Le spectre électromagnétique

Les sources naturelles ne sont en général pas des sources mono ou quasi-monochromatiques. Ainsi, le soleil émet par émission thermique un rayonnement, dit "rayonnement solaire", qui est la superposition d'ondes électromagnétiques dont les fréquences couvrent un très large domaine. L'ensemble de ces ondes constitue le spectre électromagnétique du rayonnement solaire. La Figure 28 illustre la décomposition du rayonnement solaire selon ses composantes spectrales (ondes "monochromatiques"). Seules les composantes dans le domaine du visible sont représentées ici. Les principaux domaines spectraux utilisés en télédétection sont le visible (VIS), le proche infrarouge (PIR), le moyen infrarouge (MIR), l'infrarouge thermique (IRT) et les hyperfréquences (Table 2).

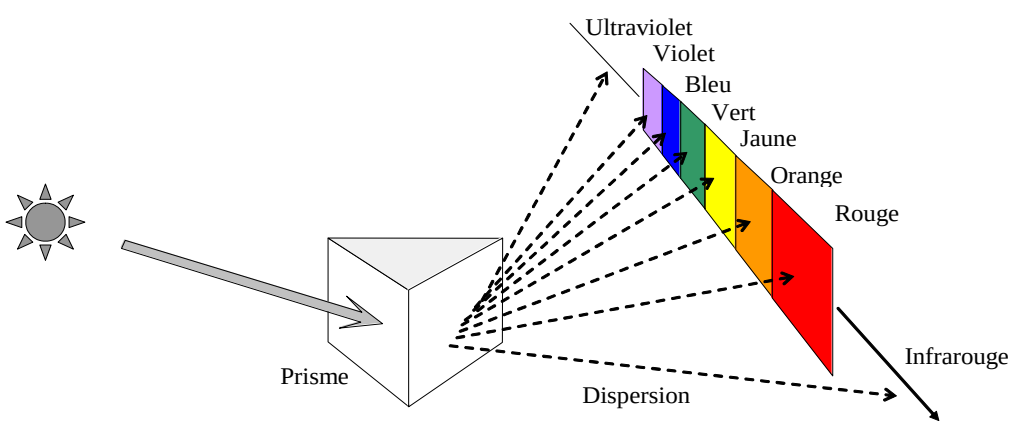


Figure 28 : *Décomposition spectrale du rayonnement solaire.*

Domaine spectral		λ	f	Capteurs
Radio LF MF HF VHF UHF		3 km - 3 m	100 kHz - 100 MHz	non utilisé
Micro-ondes	P	136 cm - 100 cm	221 MHz - 300 MHz	Radars (SAR, SLAR, diffusiomètres), Radiomètres.
	UHF	100 cm - 30 cm	3 00MHz - 1 GHz	
	L	30 cm - 15 cm	1 GHz - 2 GHz	
	S	15 cm - 7.5 cm	2 GHz - 4 GHz	
	C	7.5 cm - 3.75 cm	4 GHz - 8 GHz	
	X	3.75 cm - 2.4 cm	8 GHz - 12.5 GHz	
	K	2.4 cm - 0.75 cm	12.5 GHz - 40 GHz	
Infrarouge	Lointain	0.75 cm - 15 μm	40 GHz - 2.10^4 GHz	Radiomètres optiques IR LiDARs
	Thermique	15 μm - 3 μm	2.10^4 GHz - 10^5 GHz	
	Moyen	2.5 μm - 1.4 μm	1.2 10^5 GHz - 2.1 10^5 GHz	
	Proche	1.4 μm - 0.7 μm	2.1 10^5 GHz - 4.3 10^5 GHz	
Visible	Rouge	700 nm	4.29 10^5 GHz	Radiomètres optiques VIS LiDARs
	Jaune Vert	550 nm	5.45 10^5 GHz	
	Violet	400 nm	7.5 10^5 GHz	
Ultraviolet		400 nm - 290 nm	7.5 10^5 GHz - 10^6 GHz	peu utilisé
Rayons X		290 nm - 0.3 A	10^6 GHz - 10^{10} GHz	non utilisé
Rayons gamma		0.3 A - 0.03 A	10^{10} GHz - 10^{11} GHz	non utilisé

Table 2: *Domaines du spectre électromagnétique et types de capteurs de télédétection.* $1\,m = 10^6\,\mu m = 10^9\,nm = 10^{10}\,A$; $1\,GHz = 10^3\,MHz = 10^6\,kHz = 10^9\,Hz$. $\lambda = c/f$.

L'être humain ne perçoit que la petite fraction "visible (VIS)", de ≈380 nm à ≈780 nm, du spectre du rayonnement solaire. Nos yeux sont un système optique où le cristallin est une lentille de focale variable, la pupille un diaphragme automatique et la rétine un plan image. La rétine comprend deux types de photorécepteurs :

- Bâtonnets. Ils sont dits panchromatiques, car ils donnent une seule réponse pour tout le VIS. Leur sensibilité spectrale est quasi constante. Taille ≈2.5-3 μm. Distance ≈10-20 μm.
- Cônes. Ils permettent la vision des couleurs grâce à 3 types de cônes respectivement sensibles aux domaines spectraux du bleu, vert et jaune - vert (Figure 29). Par rapport aux bâtonnets, ils ont une moindre sensibilité radiométrique et une meilleure résolution spatiale, car ils sont plus petits (≈1-2 μm), plus serrés (≈2.5-10 μm), et ils sont concentrés autour de la fovéa et moins nombreux (≈6-7 10^6 cônes pour ≈120 10^6 bâtonnets).

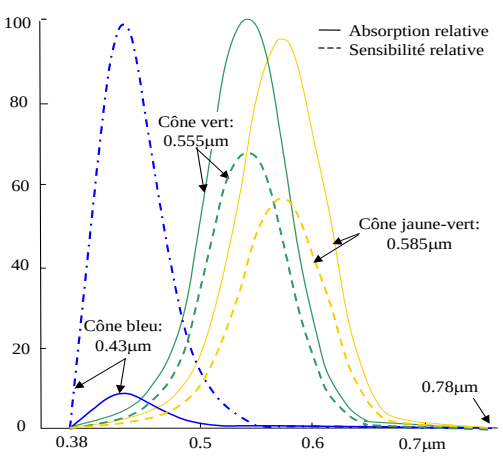


Figure 29: *Caractéristiques spectrales des cônes de la rétine humaine.*

Le flux lumineux capté par l'œil est le flux absorbé par les pigments des 3 types de cônes présents. Les courbes en trait plein représentent l'absorption relative associée. La couleur perçue par l'être humain dépend du flux spectral absorbé et de la sensibilité relative (courbes en pointillé) des types de cônes.

III.3 Interactions "Rayonnement - Matière"

Un rayonnement qui se propage ou qui est incident sur un milieu peut interagir avec celui-ci : ses champs électriques et magnétiques interagissent avec les charges électriques du milieu. Toute interaction dépend donc du milieu (propriétés électromagnétiques et géométriques) et du rayonnement (*e.g.* fréquence, polarisation). La partie du rayonnement incident qui interagit est dite interceptée. Elle est absorbée ou diffusée (Figure 30). La diffusion est dite d'ordre 1 si le rayonnement est diffusé une seule fois et d'ordre diffusion multiple si le rayonnement est diffusé plusieurs fois. Il est en général considéré 2 types d'interaction:

- interaction de volume : propagation de rayonnement dans un fluide (Figure 31), etc.
- interaction de surface : rayonnement incident sur un solide semi - opaque (Figure 37), etc.

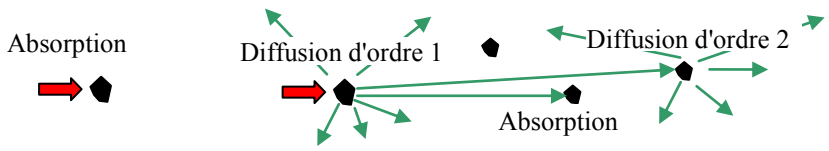


Figure 30: *Absorption, diffusion d'ordre 1 et diffusion d'ordre 2.*

- ***Fluide***

Soit un rayonnement de densité de flux E_{in} (W/m^2) incident sur un fluide. Si l'on néglige les diffusions multiples, l'interception, l'absorption et la diffusion peuvent être représentées avec des coefficients égaux à la densité volumique de section efficace (m^{-1}: m^2/m^3) du fluide vis à vis de ces phénomènes. Ce sont les coefficients d'extinction α_e, d'extinction pour l'absorption α_a et d'extinction pour la diffusion α_d. Dans un milieu homogène, α_e, α_a et α_d ne dépendent pas de la direction Ω de propagation du rayonnement.

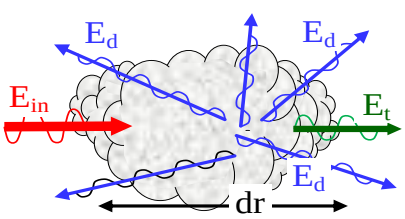


Figure 31: Trajet dr du flux E_{in} incident dans un fluide

"Flux absorbé $E_{in}.\alpha_a.dr$" + "Flux diffusé $E_d = E_{in}.\alpha_d.dr$"

$\Leftrightarrow$ Flux intercepté $E_{in}.\alpha_e.dr \approx E_{in}.[1-e^{-\alpha_e.dr}]$ où $\alpha_e=\alpha_a+\alpha_d$

$\Rightarrow$ Flux transmis sans interception: $E_t = E_{in}.(1-\alpha_e.dr) \approx E_{in}.e^{-\alpha_e.dr}$

L'interception étant la somme de l'absorption et de la diffusion, l'intensité interceptée est $dE = -\alpha_e.E_{in}.dr$, avec $\alpha_e = \alpha_a + \alpha_d$ le coefficient d'interception. La loi de Beer donne le flux transmis $E_{in}.e^{-\Delta\tau}$ sans interception par le fluide après un trajet Δr, où $\Delta\tau = \int_{\Delta r} \alpha_e(r).dr$ est l'épaisseur optique du milieu le long de Δr. En fait, le flux transmis est supérieur, car une partie du rayonnement intercepté est en général diffusée selon la direction incidente.

- <u>*Diffusion*</u> : $\alpha_d.E.dr$ (W/m^2). α_d varie avec la longueur d'onde et le milieu. La diffusion est dite élastique si l'onde diffusée a la même longueur d'onde que l'onde interceptée. A l'exception de phénomènes très énergétiques (*e.g.*, diffusion Raman avec les lasers), la diffusion est élastique : l'onde diffusée a la même longueur d'onde que l'onde interceptée. La diffusion redistribue dans l'espace 4π, de manière isotrope ou non, tout ou partie du flux intercepté. Elle atténue donc le flux incident, même si l'absorption est nulle.
- <u>*Absorption*</u> : $\alpha_a.E.dr$ (W/m^2). α_a peut avoir une variation spectrale beaucoup plus forte que α_d. C'est le cas si le milieu a des raies / bandes d'absorption (*i.e.*, $\alpha_a(\lambda)$ très élevé). L'absorption "chauffe" le milieu : elle augmente son énergie interne et donc sa température, et par suite son émission thermique. Un milieu absorbant est dit dissipatif.

- *Emission thermique* : $\varepsilon.\sigma.T^4$ (W/m^2) pour milieu de température T et d'émissivité $\varepsilon=\frac{\alpha_a}{\alpha_e}\leq 1$

L'émission est maximale pour un "corps noir" (*i.e.*, $\varepsilon=1$), c'est à dire un corps à l'équilibre thermodynamique avec son rayonnement. Un corps noir est 100% absorbant: $\alpha_a(\lambda)=\alpha_e(\lambda)$. Il émet donc en tant que rayonnement thermique tout rayonnement qu'il intercepte, mais en général pas aux mêmes longueurs d'onde. La longueur d'onde λ_m du maximum d'émission varie comme 1/T (loi de Wien). Ainsi, le soleil, rayonne presque comme un corps noir avec $T\approx 5800\,K$ et $\lambda_m\approx 0.5\mu m$ (Figure 32). La loi de Planck (Figure 32; Annexe 7) donne le flux spectral émis (luminance spectrale $L_B(\lambda,T)$: $W/m^2/sr/\mu m$) par un corps noir de température T. L'intégrale de $L_B(\lambda,T)$ sur tout le spectre est égale à $\sigma.T^4$ (W/m^2) (loi de Stephan Boltzmann). Elle ne dépend que de la température.

Un milieu naturel d'émissivité $\varepsilon(\lambda,T,\Omega)$ émet la luminance $\varepsilon(\lambda,T,\Omega).L_B(\lambda,T)$. Il émet donc moins qu'un corps noir, sauf aux longueurs d'onde où $\alpha_a(\lambda)\approx\alpha_e(\lambda)$, car il diffuse tout ou partie du flux qu'il intercepte : $\alpha_d\neq 0 \Rightarrow \varepsilon<1$. Il ne peut émettre qu'aux longueurs d'onde λ' où il peut absorber (*i.e.*, $\alpha_a(\lambda')>0 \Leftrightarrow \varepsilon>0$).

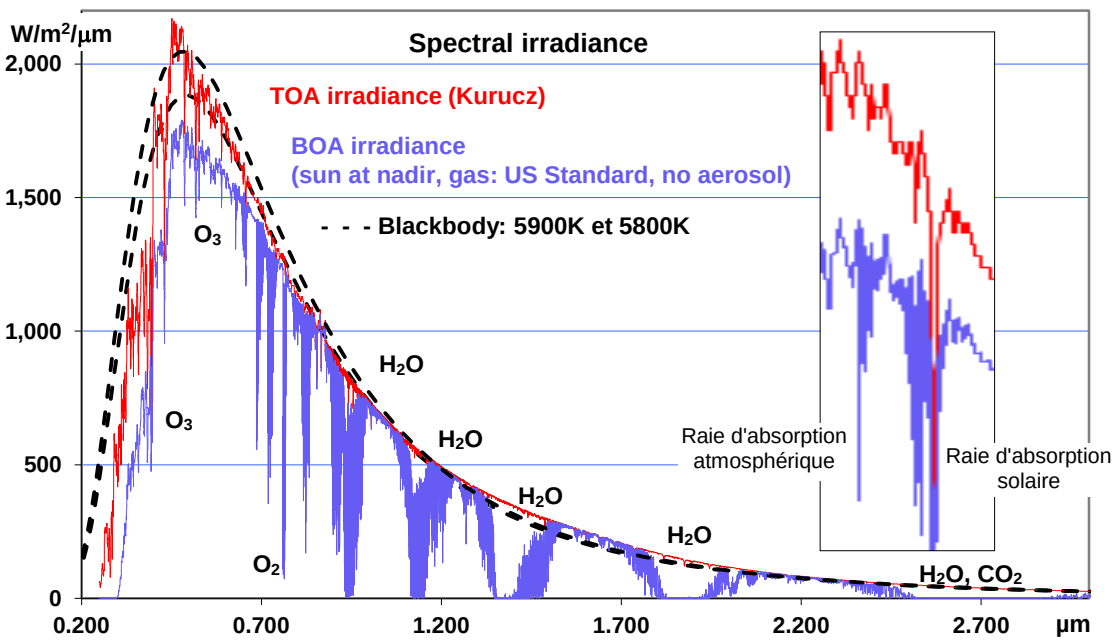


Figure 32 : *Emittance de 2 corps noirs et éclairement solaire E_{TOA} et E_{BOA}*. E décroit de TOA à BOA en raison de la diffusion et absorption des gaz, aérosols et nuages. E_{TOA} a des raies dues aux mécanismes d'émission / absorption de la photosphère solaire (≈5800K). E_{BOA} a beaucoup de raies supplémentaires dues aux gaz de l'atmosphère terrestre.

- ***Atmosphère terrestre***

Dans l'atmosphère terrestre, l'absorption et l'émission sont surtout dues aux gaz alors que la diffusion est due aux gaz et aérosols, dans une proportion qui dépend de la fréquence.

Absorption atmosphérique.

Les gaz ont beaucoup de raies d'absorption. Dans certains domaines spectraux, ces raies sont assez proches pour former des bandes d'absorption plus ou moins larges (*e.g.*, quelques nanomètres à beaucoup plus). L'absorption gazeuse y est maximale. Elle peut beaucoup perturber l'observation satellite de la Terre. Par suite, la Terre est en général observée dans des domaines spectraux, appelés "fenêtres atmosphériques" (Figure 33), où l'atmosphère a peu ou pas de bandes d'absorption, et a donc une transmittance élevée.

Les principales fenêtres atmosphériques utiles pour observer la Terre sont :

- Visible (VIS) [0.35 - 0.7µm] et très proche infrarouge (PIR) [0,7 - 1,1µm].
- Proche infrarouge [1,1 - 3µm], sous réserve d'une faible teneur en vapeur d'eau.
- Infrarouge thermique (IRT) [3-5µm], [8-9,5µm] et [10,5 - 13,5µm].
- Ondes millimétriques de 1mm à 5mm] et hyperfréquences de 1cm à 1m.

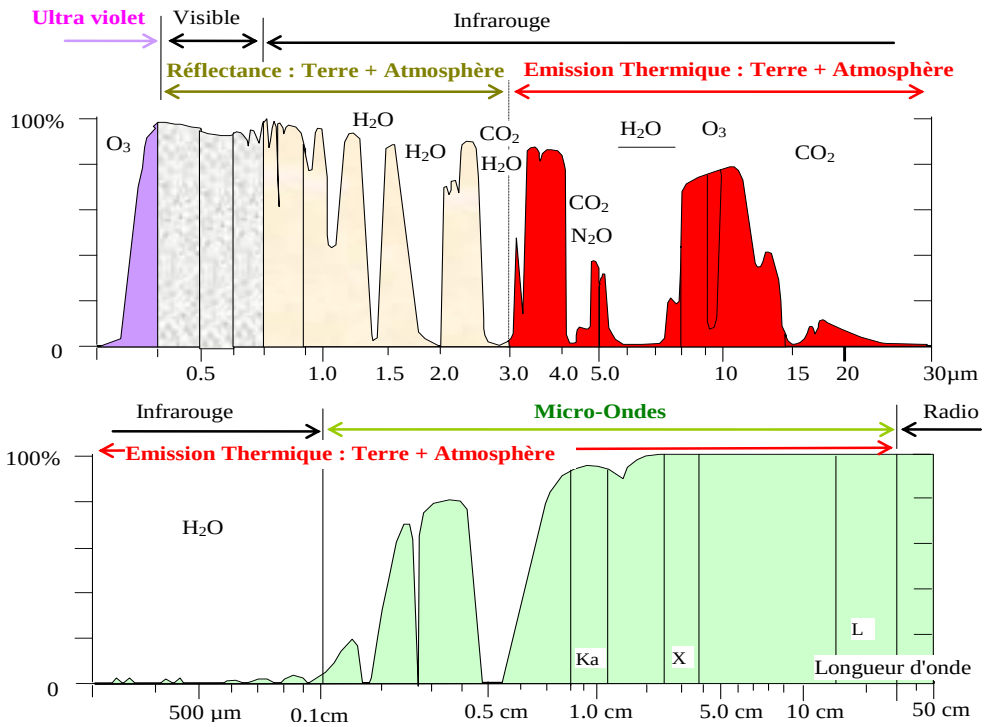


Figure 33: *Transmittance spectrale atmosphérique et principaux gaz absorbants.*

Les principaux gaz absorbants de l'atmosphère, de 0,3 à 20µm, sont :

- Vapeur d'eau (H_2O) : surtout près du sol. A ne pas confondre avec l'eau condensée des nuages et brumes. Elle est l'absorbant majeur au delà de 0,7µm, avec cependant des régions spectrales centrées sur 1,06µm, 1,22µm, 1,6µm, 2,2µm avec peu d'absorption.
- Gaz carbonique (CO_2) : bandes d'absorption dans le PIR. Absorbe tout l'IR > 14µm.
- Ozone (O_3) : dans la haute atmosphère. Il absorbe beaucoup l'ultraviolet (<0,3µm).
- Combinaisons de l'atome d'oxygène dans la haute atmosphère : O_3, N_2O, etc.

Emission atmosphérique.

L'émissivité $\varepsilon(\lambda)$ des gaz varie beaucoup avec la longueur d'onde, comme "$\alpha_a(\lambda)/\alpha_e(\lambda)$". L'atmosphère n'émet donc un rayonnement thermique qu'aux fréquences où elle absorbe (Figure 34). Dans l'infrarouge thermique de 4µm à 1mm, l'émissivité atmosphérique est surtout due à la vapeur d'eau. D'autres gaz (*e.g.*, CO_2 et O_3) ont un rôle équivalent, voire supérieur, mais seulement dans de petits domaines spectraux correspondant à leurs bandes d'absorption. Ainsi, CO_2 a une forte et large bande d'absorption centrée sur 15µm et une bande plus fine centrée sur 4.3µm. De même, O_3 a une forte bande d'absorption autour de 9.6µm.

L'émission atmosphérique dépend à la fois de l'émissivité et de la température T des gaz. Celle-ci varie avec l'altitude : $T \approx 250\text{-}350K$ près du sol, où la densité gazeuse est maximale.

La méconnaissance de l'émissivité ε des surfaces terrestres complique l'estimation de la température des surfaces terrestres avec des mesures satellites IRT. En effet, une mesure $L(\lambda,\Omega,T)$ ne donne que la température de brillance T_B, c'est-à-dire la température du corps noir qui, mis à la place de "l'objet" observé, donne la même luminance: $L(\lambda,\Omega,T)=L_B(\lambda,T_B)$, soit $T_B(\lambda,T,\Omega)=L_B^{-1}(L) = f(\varepsilon(\lambda,\Omega,T), T)$. Pour l'ensemble du spectre, on a $T_B=\varepsilon^{1/4}.T$, où ε est une moyenne pondérée de l'émissivité, en général différente de l'émissivité moyenne.

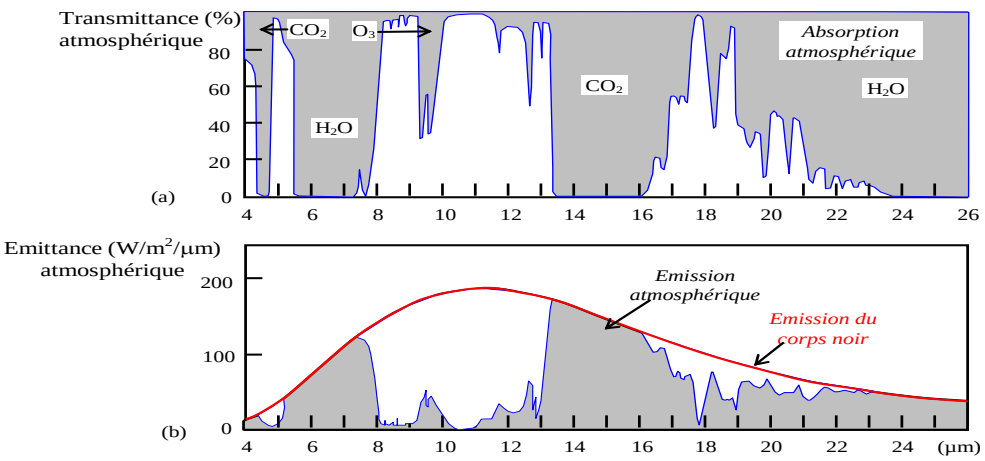


Figure 34: a) Transmittance (%) et b) Emittance thermique de l'atmosphère ($W/m^2/\mu m$).
Les bandes d'absorption sont aussi des bandes d'émission thermique.

Diffusion atmosphérique

$\alpha_d(\lambda)$ dépend du rapport "taille r des particules diffusantes / longueur d'onde λ". Dans le VIS / PIR, la diffusion des gaz ($r \gg \lambda$), dite de Rayleigh, suit la loi: $\alpha_d(\lambda)\equiv\lambda^{-4}$. Elle est surtout due aux 2 gaz les plus présents : O_2 et N_2. Elle est souvent négligée pour $\lambda > 1\mu m$. Sa forte décroissance avec la longueur d'onde explique la couleur bleue du ciel (Figure 35), la couleur rouge du ciel lors de couchers de soleil et la plus grande netteté des ombres dans le PIR. La diffusion des particules de taille $r \approx \lambda$ (*e.g.*, aérosols dans le VIS) est dite de Mie : $\alpha_d(\lambda) \equiv \lambda^{-n}$ et $n \approx 0.5\text{-}2$. Elle est beaucoup plus anisotrope (Figure 37) que la diffusion Rayleigh. La diffusion des particules de taille $r > \lambda$ est non sélective (*i.e.*, spectralement constante). Ainsi, dans le VIS, la diffusion des gouttes d'eau des nuages explique leur couleur blanche. Dans les hyperfréquences, la diffusion des gaz et aérosols est négligeable, mais la diffusion des gouttes d'eau peut être détectée, surtout si leurs densité et diamètre sont grands.

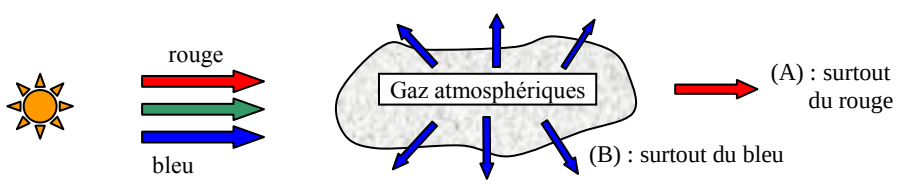


Figure 35 : *Diffusion atmosphérique : le bleu est plus diffusé que le rouge.*
En l'absence d'atmosphère l'observateur (B) perçoit du "noir" et (A) le "jaune" du soleil. En présence d'atmosphère (B) perçoit la couleur bleue, et (A) la couleur rouge.

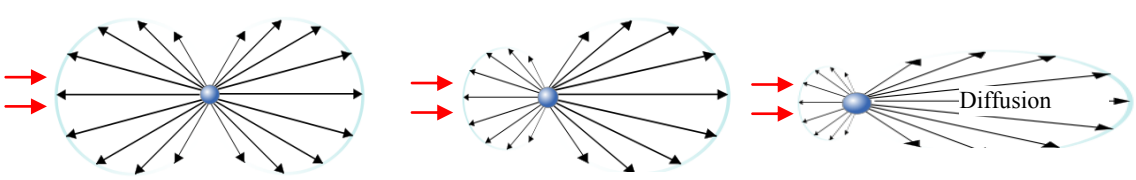


Figure 36 : *Diffusion VIS pour différentes tailles de diffuseurs.* a) 10^{-4} µm. b) 0.1µm. c) 1µm.

- ***Milieu solide opaque et semi-opaque***

L'interaction d'un rayonnement incident qui génère un éclairement E (W/m^2) sur un milieu solide (Figure 37) semi-opaque est en général représentée avec des termes "macroscopiques" appelés coefficients de réflectance $\mathcal{R}$, de transmittance $\mathcal{T}$ et d'absorption $\mathcal{A}$. Son émissivité est $\varepsilon = \mathcal{A}$ (loi de Kirchoff). Ces termes dépendent des caractéristiques diélectriques (n) et géométriques (rugosité,...) du milieu. Comme $\alpha_a(\lambda)$, $\alpha_d(\lambda)$ et $\alpha_e(\lambda)$, utilisés pour représenter les interactions de volume, ils dépendent en général de la longueur d'onde et des directions de propagation du rayonnement. Ils peuvent se déduire des équations de continuité des champs électromagnétiques à l'interface du milieu (équations de Fresnel : Annexe 4).

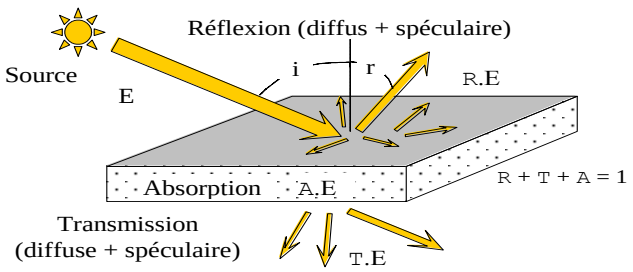


Figure 37:

Absorption, réflexion et transmission d'un rayonnement E avec un solide.

Un milieu qui reçoit l'éclairement E absorbe le flux $\mathcal{A}$.E, transmet le flux $\mathcal{T}$.E et diffuse le flux $\mathcal{R}$.E. La conservation de l'énergie implique : $\mathcal{R}+\mathcal{T}+\mathcal{A}=1$. L'émissivité est $\varepsilon=1-\mathcal{R}-\mathcal{T}$. Un corps opaque a une transmittance $\mathcal{T}$ nulle, et donc un coefficient d'absorption $\mathcal{A}=1-\mathcal{R}$. Par suite, pour un milieu opaque: $\varepsilon=1-\mathcal{R}$. Le flux diffusé a 2 composantes : diffusion de volume et diffusion de surface avec une possible composante spéculaire.

Du fait de leur densité, les matériaux ont en général des bandes d'absorption plutôt larges et non des raies d'absorption, contrairement aux gaz peu denses. Dans l'infrarouge thermique (IRT), ces bandes sont surtout dues à des mécanismes moléculaires de vibration modulés par des mécanismes de rotation moléculaire. Ainsi, les principales caractéristiques spectrales des carbonates (*e.g.* calcaire) sont dues aux vibrations du groupe CO_3^{2-} : étirement asymétrique près de 7µm, et torsions planes près de 11.5µm et de 14.5µm. La largeur de la bande à 7µm peut atteindre 1µm.

☞ Pourquoi est-il souvent erroné d'appeler albédo une mesure de réflectance ?

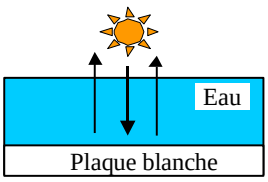
☞ Quelles variables devraient apparaître dans les équations "$\mathcal{R}+\mathcal{T}+\mathcal{A}=1$", "$\varepsilon=1-\mathcal{R}$", etc.

Différentes quantités et phénomènes radiatifs majeurs sont indiqués ci-dessous.

- ***Profondeur de pénétration*** (Annexe 1)

Un rayon incident sur un milieu de coefficient d'extinction α_e est en partie réfléchi par la surface du milieu et en partie transmis dans celui-ci. Si $\|\alpha_e\| \approx \|Im(\alpha_e)\|$, après un trajet Δr, le rayon transmis est atténué du facteur $\exp[-Im(\alpha_e).\Delta r]$, où $Im[\alpha_e]$ est la partie complexe de α_e. Le rayon pénètre d'autant plus le milieu que $Im[\alpha_e]$ est faible (*i.e.*, faible indice de réfraction complexe n_i, car $\mathrm{Im}[\alpha_e]=\frac{4\pi.n_i}{\lambda}$. La profondeur de pénétration est le trajet $\Delta r=\frac{1}{\alpha_e}=\frac{\lambda_o}{4\pi.n_i}$ pour lequel l'intensité d'une onde décroît du facteur e. La Figure 38 illustre ceci avec le cas d'une couche d'eau sur un réflecteur parfait (albédo $\rho=100\%$). Ce réflecteur affecte la réflectance du milieu uniquement dans le visible ([0.4µm 0.7µm]), car pour l'eau $Im[\alpha_e(\lambda)]$ est très élevé sur tout le spectre, avec un minimum dans le visible (Figure 39).

<u>*Note*</u>: la notation usuelle de l'indice de réfraction $n(\lambda)=n_r(\lambda)+n_i(\lambda)$ est : $m(\lambda)=n(\lambda)-i.k(\lambda)$.

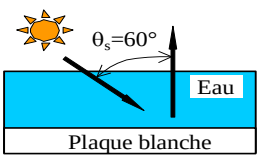


Profondeur	0.5 - 0.6 µm	0.6 - 0.7 µm	0.7 - 0.8 µm	0.8 - 1.1 µm
1 m	ρ = 92%	ρ = 55%	ρ = 9%	ρ = 0.2%
5 m	ρ = 67%	ρ = 5%	ρ = 0%	ρ = 0%
α_e (m^{-1})	0.04	0.30	1.2	3.1

Figure 38: *Réflectance non spéculaire de "surface d'eau sur réflecteur parfait (ρ=100%)".* La 4ème ligne donne le coefficient d'extinction de l'eau (non pure).

☞ Comment voit-on que la réflexion spéculaire est négligée dans le tableau de la Figure 38 ?

Exercice : remplir le tableau suivant, sachant que l'angle zénithal solaire vaut 60°.



Profondeur	0.5 - 0.6 µm	0.6 - 0.7 µm	0.7 - 0.8 µm	0.8 - 1.1 µm
1m	ρ= %	ρ= %	ρ= %	ρ= %
5m	ρ= %	ρ= %	ρ= %	ρ= %

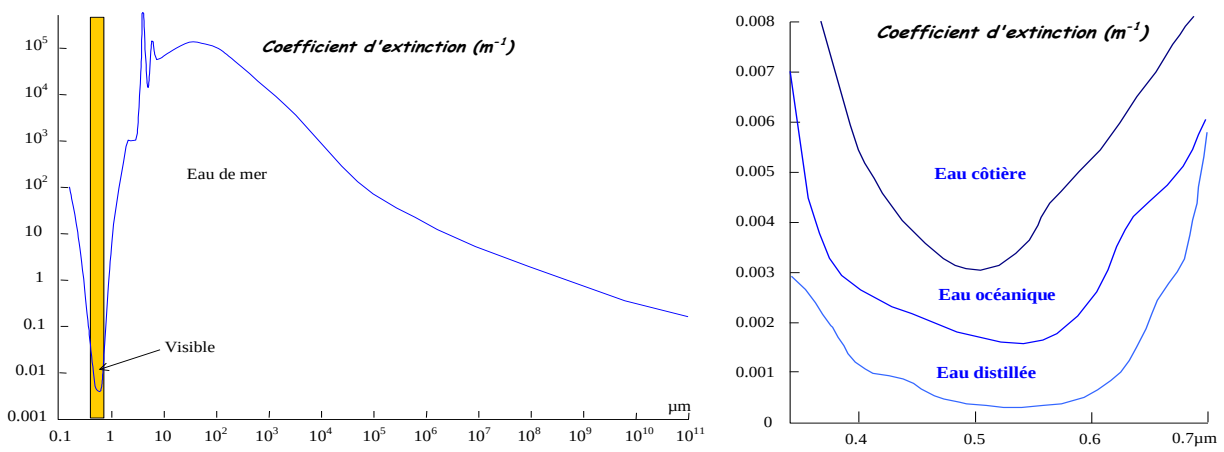


Figure 39: *Coefficient d'extinction/absorption (m^{-1}) du rayonnement diffus.* a) Eau de mer ($0.1 \rightarrow 10^{11}$ µm). b) Eau distillée/mer/côtes ($0.3 \rightarrow 0.7$ µm). Adapté de Szekielda (1988).

- ***Dispersion***

Un milieu est dit dispersif si son indice de réfraction n varie avec la fréquence (Figure 55;ANNEXE 6 : POLARISATION DE LA MATIERE ET MODELE DE RAIE). La vitesse de propagation et le coefficient d'extinction (Figure 39) d'une onde dépendent alors de sa fréquence. En traversant un milieu dispersif, un flux quasi monochromatique (*i.e.*, paquet d'ondes monochromatiques de fréquences très proches) devient moins monochromatique. Ceci induit des d'aberrations chromatiques dans les systèmes optiques.

- ***Polarisation***

La polarisation est indiquée par la direction de $\overline{D}$. Une onde peut être totalement, partiellement ou pas du tout polarisée. On distingue 3 types de polarisation :

- Polarisation elliptique : le champ $\overline{D}$ décrit une ellipse,
- Polarisation circulaire : le champ $\overline{D}$ décrit un cercle,
- Polarisation rectiligne : la direction du champ $\overline{D}$ est constante. C'est le cas des ondes monochromatiques. La polarisation est dite horizontale si $\overline{D}$ est normal au plan d'incidence (*i.e.*, plan défini par la direction de propagation et la verticale locale). Elle est dite verticale si $\overline{D}$ est dans le plan d'incidence.

Une source naturelle (*e.g.*, soleil) émet en général un rayonnement peu ou pas polarisé, contrairement à des sources artificielles (*e.g.*, radars) conçues pour émettre un rayonnement polarisé. Par contre, la diffusion d'une onde non polarisée par un milieu (*e.g.*, Terre, Atmosphère) peut donner une onde plus ou moins polarisée, avec un degré de polarisation qui dépend des propriétés géométriques et diélectriques du milieu. Ainsi, une onde non polarisée incidente sur un lac avec un angle d'incidence proche de l'angle de Brewster (*e.g.*, $\theta_B = 42°$ si $n = 1.5$, et $\theta_B = 46°$ si $n = 1.4$), donne une onde réfléchie avec une très forte polarisation horizontale. La polarisation d'une onde renseigne sur les caractéristiques diélectriques et géométriques du milieu d'interaction. Ainsi, un objet vertical (*e.g.*, tronc d'arbre) interagit plus avec les ondes hyperfréquence de polarisation verticale qu'avec les ondes hyperfréquence de polarisation horizontale.

- ***Interférence***

Une interférence survient s'il y a superposition d'ondes cohérentes de même fréquence : les ondes peuvent alors se renforcer ou se détruire mutuellement. Elle peut survenir sur une surface homogène "rugueuse" dont la dimension de la rugosité est supérieure à la longueur d'onde incidente: cette surface génère alors une diffusion, et donc une image, spatialement hétérogène. Ce cas est fréquent en télédétection hyperfréquence. La Figure 40 illustre un cas d'application de l'interférence pour réaliser un filtrage spectral de rayonnement incident.

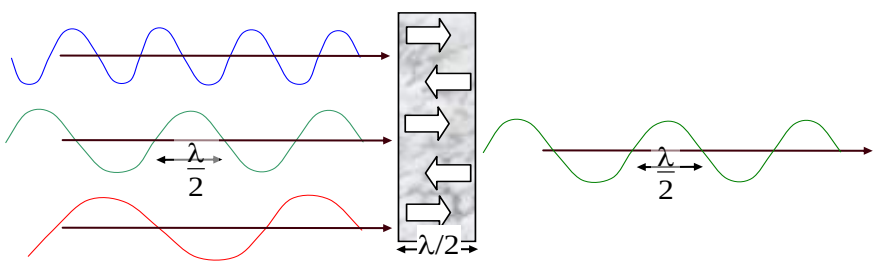


Figure 40 : Filtre interférentiel demi-longueur d'onde.

Lame de verre plane d'épaisseur Δr avec des faces internes très réfléchissantes. Elle transmet les ondes dans un domaine spectral très étroit, via le phénomène d'interférence : pour un rayon incident normal au filtre, les réflexions successives sur les 2 faces internes de la lame sont déphasées de $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}.2\Delta r$, ce qui réduit l'amplitude, sauf si $\phi = 0$ (*i.e.*, $\lambda = 2.\Delta r$). La transmittance du filtre est donc élevée que pour $\lambda = 2.\Delta r$.

- ***Diffraction***

La diffraction survient quand un faisceau de rayons parallèles est incident sur une particule ou une ouverture de dimension a. Il y a alors divergence du faisceau de rayons. Celle-ci est plus ou moins forte selon la dimension a. Ainsi, la diffraction explique la forte diffusion avant (*i.e.*, diffusion de Mie ; Annexe 5) des rayons "visible" avec les aérosols (Figure 36). Par contre, elle n'intervient pas dans la diffusion des gaz (*i.e.*, diffusion de Rayleigh).

Les lentilles et diaphragmes des systèmes optiques génèrent de la diffraction. Ainsi, pour une ouverture circulaire de rayon a, la focalisation de rayons parallèles ne donne pas un point image infinitésimal, mais une tâche circulaire lumineuse entourée de cercles noirs concentriques (Figure 41). L'angle solide de cette diffraction est $\Delta\Omega_{diffraction} \approx \pi.\theta^2 \approx \pi.\frac{a^2}{\lambda^2} = \frac{aire}{\lambda^2}$. Ainsi, des objets ne peuvent être distingués que si leur distance est supérieure au rayon r_{diff} de la tâche de diffraction (*i.e.*, $H.\tan\theta$), pour une observation à une distance H. Ceci limite la résolution des capteurs, surtout aux grandes longueur d'onde. Ainsi, la tache de diffraction est 20 fois supérieure dans l'IRT ($\lambda \approx 10\,\mu m$) que dans le vert ($\lambda \approx 0.5\,\mu m$).

☞ Pourquoi $\Delta\Omega_{diffraction}$ est un paramètre majeur pour les mesures hyperfréquences ?

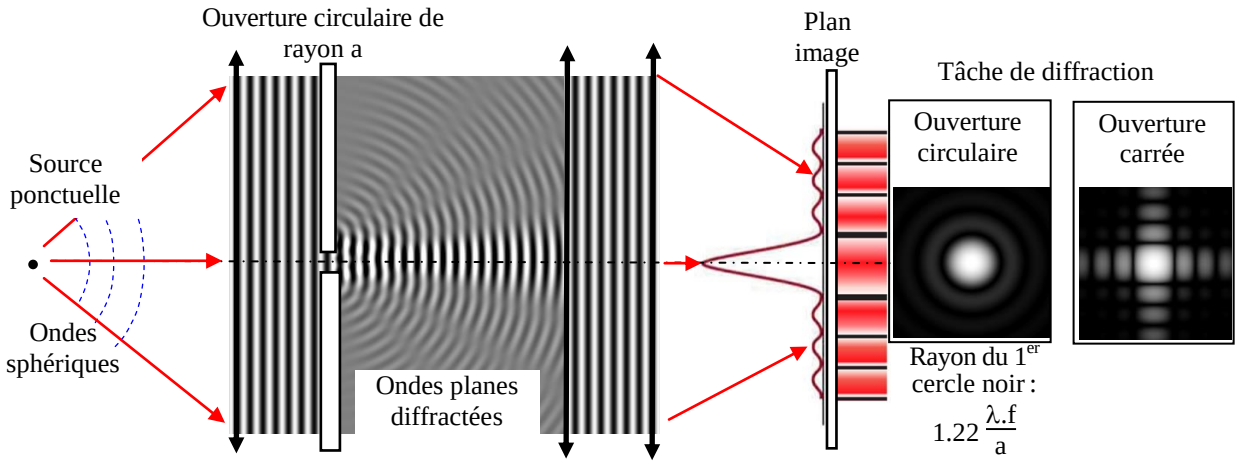


Figure 41: *Diffraction de rayonnement issu d'une source ponctuelle quasi-monochromatique.*

IV GRANDEURS PHOTOMETRIQUES

Le rayonnement électromagnétique désigne le processus d'émission / transmission d'énergie impliquant des photons. L'énergie transportée est proportionnelle à l'intégrale du carré des amplitudes des champs électriques des ondes électromagnétiques qui le composent. Les grandeurs physiques qui caractérisent le rayonnement et les propriétés spectrales (réflectance,..) des milieux observés sont introduites ici. L'indice λ indique une densité spectrale par unité de longueur d'onde et l'indice Δλ indique le domaine spectral sur lequel elle est intégrée. Deux types de grandeurs, dites photométriques, plus aisément mesurables que l'amplitude de l'onde, sont en général utilisées pour caractériser le rayonnement :

- grandeurs énergétiques, dites radiométriques, indépendantes du capteur (CCD, œil,…).
- grandeurs visuelles, définies selon la sensation lumineuse perçue par l'œil.

IV.1Flux énergétiques

- **Energie Rayonnante** (Joules) : Q

  C'est l'énergie émise, transportée ou reçue sous forme de rayonnement durant un temps Δt.

- **Densité d'énergie radiative** ($J.m^{-3}$) : u(r)

  L'énergie rayonnante dans un élément de volume dV en un lieu r est dQ = u(r).dV.

- **Densité d'énergie radiative angulaire** ($J.m^{-3}.sr^{-1}$) : u(r,Ω)

  L'énergie rayonnante selon (Ω, dΩ) dans dV est dQ(Ω, dΩ) = u(r,Ω).dV.dΩ.

  où $u(r,\Omega) = \frac{\partial u(r)}{\eth\Omega}$ ($J.m^{-3}.sr^{-1}$) est la densité d'énergie rayonnante par unité d'angle solide.

- **Flux Energétique** (Watts) : $\Phi = \frac{dQ}{dt}$

  Φ est le flux d'énergie rayonnante par seconde. Le soleil émet $\Phi = 3.9\ 10^{26}$ W.

  La densité spectrale de puissance est notée $\Phi_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda}$, avec $\Phi = \int_{\Delta\lambda} \Phi_\lambda . d\lambda$.

  Flux lumineux F_λ (lumen: lm): grandeur visuelle associée à Φ_λ. C'est le produit "puissance radiométrique effective sur l'œil humain" x "Sensibilité spectrale de l'œil K.S(λ), où K = 683 lm/W et S(555 nm) = 1" :

  $$F_\lambda = K.S(\lambda).\Phi_\lambda \quad \text{et} \quad F = K.\int_{380}^{780} S(\lambda).\Phi_\lambda.d\lambda \neq K.\Phi$$

- **Densité de Flux Energétique** (W/m^2) : $\frac{d\Phi}{dS}$

C'est une densité énergétique par unité de surface dS. Elle est appelée "éclairement E" de dS si le rayonnement incident sur dS et "exitance M" de dS s'il provient de dS.

Eclairement solaire d'une surface : $E = E_s.|\cos\theta_s|$ où θ_s = angle "direction solaire - normale à la surface" et où E_s est la constante solaire. $E_s = \frac{3.9\ 10^{26}}{4\pi.(7\ 10^8)^2} = 6.34\ 10^7\ W/m^2$ au niveau du rayon solaire visible (7.10^8 m) et $E_s = 1370\,W.m^{-2}$ au niveau de la Terre ($150\ 10^6$ km).

Exitance planétaire : $M = M_{diffusion} + M_{thermique} = A.E + B.\sigma.T^4$, où A, B et T sont l'albédo, l'émissivité et la température planétaires. Avec l'hypothèse $A \approx 30\%$ et $B = (1-A) \approx 70\%$, l'équilibre radiatif (*i.e.*, M=E, où $E = \frac{E_s}{4}$) donne: $\sigma.T^4 = \frac{E_s}{4} \Rightarrow T \approx 255K$ et $B.\sigma.T^4 \approx 240\,W/m^2$.

Densité de flux lumineux $\frac{dF}{dS}$: Lux ($lm.m^{-2}$). Grandeur visuelle associée à $\frac{d\Phi}{dS}$.

- **Intensité Energétique** (W/sr) : $I(\Omega) = \frac{d\Phi}{d\Omega}$

L'intensité énergétique représente la distribution angulaire du rayonnement réfléchi ou émis : flux énergétique par unité d'angle solide selon une direction donnée. Ici, toute direction est notée Ω et est repérée par les angles zénithal θ et azimutal ϕ du système d'Euler ($\theta \in [0\ \pi]$, $\phi \in [0\ 2\pi]$). Avec dS la surface de la sphère de rayon r couverte par dΩ, l'angle solide (Ω, dΩ) centré sur Ω (θ,ϕ) (Figure 42) est $d\Omega = \sin\theta.d\theta.d\phi = \frac{dS}{r^2}$, où $\int_0^{2\pi} d\phi\,.\int_0^{\pi/2} \sin\theta.d\theta = 2\pi$.

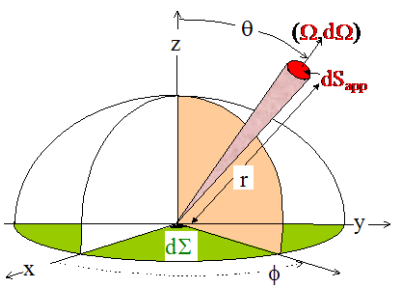


Figure 42 : direction (Ω, dΩ)

Intensité visuelle $\frac{dF}{d\Omega}$ (candela : cd). Grandeur visuelle équivalente à I. Un candela est l'intensité d'une bougie à 555 nm. 1 W/sr ≈ 683 cd.

☞ Quel est l'angle solide d'éclairement d'une surface dS éclairée par une source ponctuelle ?

- **Luminance Energétique** ($W.m^{-2}.sr^{-1}$) : $L(\Omega) = \frac{d^2\Phi}{d\Omega.d\Sigma_{eff}}$

La luminance est la quantité mesurée par les spectro-radiomètres. C'est le flux énergétique par unité d'angle solide dΩ et de surface efficace selon Ω. La surface efficace $d\Sigma_{eff}$ d'une surface dΣ de normale $\overline{\Omega}_n$ est la projection de dΣ dans le plan normal à $\overline{\Omega}$, soit : $d\Sigma_{eff} = d\Sigma.|\overline{\Omega}.\overline{\Omega}_n| = d\Sigma.\cos\theta$, où θ est l'angle $(\overline{\Omega}, \overline{\Omega}_n)$. Selon le cas, dΣ est une surface réelle ou fictive qui intercepte, émet ou diffuse.

Une source de luminance L(M,Ω) est dite homogène si L(M,Ω) ne dépend pas du lieu M de la source. Elle est dite isotrope si L(M,Ω) ne dépend pas de la direction (Ω). Une surface solide isotrope est dite lambertienne. Dans ce cas :

$$M_\Sigma = \pi.L_\Sigma \quad \text{car} \quad M_\Sigma = \int_{2\pi} L_\Sigma(\Omega).|\overline{\Omega}.\overline{\Omega}_n|.d\Omega = L_\Sigma(\Omega).\int_{2\pi}|\overline{\Omega}.\overline{\Omega}_n|\,.d\Omega = \pi.L_\Sigma$$

De même, l'éclairement E_Σ d'une surface Σ du à un éclairage L(Ω) isotrope est $E_\Sigma = \pi.L$

Dans le vide, en tout point M qui voit une source Σ selon $\Delta\Omega_d$, la luminance $L_\Sigma(\Omega)$ due à Σ, avec $\Omega \subset \Delta\Omega_d$, ne dépend pas de la distance r entre M et Σ, contrairement à l'éclairement et l'intensité qui varient en r^{-2}. Cette conservation de $L_\Sigma(\Omega)$ est démontrée ici (Figure 43) pour un capteur dont l'optique a une pupille d'entrée de surface dS et qui vise selon la direction Ω_v une surface dΣ de luminance $L_\Sigma(\Omega_v)$, ici simplement notée L_Σ. La surface dΣ

'voit' dS selon l'angle solide $d\Omega_\Sigma$ alors que le capteur dS 'voit' la surface $d\Sigma$ selon l'angle solide $d\Omega_s$. Si l'angle d'ouverture est $2\alpha_s$: $\Delta\Omega_s = \int_0^{2\pi} d\phi \,.\, \int_0^{\alpha_s} \sin\theta.d\theta = 2\pi.(1-\cos\alpha_s) \approx \pi.\alpha_s^2$ si $\alpha_s \ll \pi$

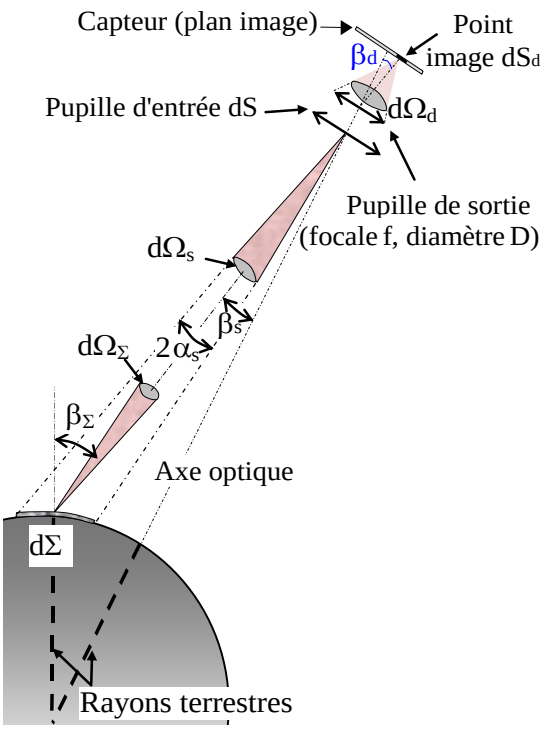


Figure 43: *Conservation de la luminance dans le vide.*

Flux E.dS sur dS, du à $d\Sigma$: $\boxed{\Phi_s = L_\Sigma.\cos\beta_\Sigma.d\Sigma.d\Omega_\Sigma}$

où β_Σ = angle entre (Ω_v) et normale locale à $d\Sigma$ = θ_v

$d\Sigma.\cos\beta_\Sigma.d\Omega_\Sigma = dS.\cos\beta_s.d\Omega_s \Rightarrow \boxed{\Phi_s = L_\Sigma.dS.\cos\beta_s.d\Omega_s}$

où β_s = angle entre (Ω_v) et l'axe optique du capteur.

($d\Omega_\Sigma.d\Sigma.\cos\beta_\Sigma$: étendue géométrique du pinceau sous lequel $d\Sigma$ voit dS)

En fait, le capteur mesure $\boxed{\Phi_s = L'_\Sigma.dS.\cos\beta_s.d\Omega_s}$

où L'_Σ = luminance due à $d\Sigma$ au niveau de dS.

$\Rightarrow$ La luminance se conserve dans le vide : $\mathbf{L_\Sigma = L'_\Sigma}$

Si dS petit et Σ étendue avec $L_{d\Sigma}(\Omega_{d\Sigma})$ variable sur Σ :

$$\Phi_s \approx \int_\Sigma L_{d\Sigma}(\Omega_{d\Sigma}).\cos\beta_{d\Sigma}.d\Sigma.d\Omega_{d\Sigma} = dS.\int_{\Delta\Omega_s} L_{d\Sigma}(\Omega_{d\Sigma}).\cos\beta_{s,d\Sigma}.d\Omega_{s,d\Sigma}$$

La luminance est aussi conservée en tout point image (*i.e.*, détecteur) d'un capteur: $\mathbf{L_d = L_\Sigma}$.

Démonstration : soit un plan image où un point dS_d orienté selon β_d par rapport à l'axe optique voit la pupille de sortie sous l'angle solide $d\Omega_d$. L'étendue géométrique du pinceau sous lequel dS_d voit la pupille de sortie est $d\Omega_d.dS_d.\cos\beta_d$. Utilisons la relation "$d\Sigma.\cos\beta_\Sigma.\sin^2\alpha_\Sigma = dS_d.\cos\beta_d.\sin^2\alpha_d$, dite des sinus d'Abbe, où α_Σ et α_d sont les demi angles sous lesquels les pupilles d'entrée et de sortie sont respectivement vues par $d\Sigma$ et dS_d. Vu que $d\Omega_\Sigma \approx 2\pi.(1-\cos\alpha_\Sigma) \approx \pi.\sin^2\alpha_\Sigma$ et $d\Omega_d \approx 2\pi.(1-\cos\alpha_d) \approx \pi.\sin^2\alpha_d$, on a "$d\Omega_\Sigma.d\Sigma.\cos\beta_\Sigma = d\Omega_d.dS_d.\cos\beta_d$" : un système optique conserve l'étendue géométrique. Vu que l'énergie est conservée (*i.e.*, $\Phi_s = \Phi_d$) la luminance L_d incidente sur dS_d est égale à la luminance incidente sur dS, et donc égale à la luminance $L_{d\Sigma}$ issue de $d\Sigma$.

☞ Avec une optique de pupille de sortie de focale f et de diamètre D: $\dfrac{\Phi_d}{L_\Sigma} = \dfrac{\pi.D^2.\cos^4\beta_d}{4.f^2}.dS_d$

☞ Pourquoi en haut de l'atmosphère (Figure 12), la Terre a une diffusion moyenne ($\approx$14W/m^2) moindre que son émission ($\approx$21W/m^2), alors que sa luminance spectrale TOA instantanée est beaucoup plus forte dans son domaine de diffusion (visible : VIS) que dans son domaine d'émission (infrarouge thermique : IRT). Ainsi, pour (θ_s=30°, θ_v=0°), la Figure 108 donne : $\approx$ 50W/m^2/sr/µm dans le VIS et $\approx$ 5W/m^2/sr/µm dans l'IRT.

Luminance lumineuse : cd/m^2. Grandeur visuelle associée à la luminance énergétique. L'œil distingue une large gamme de luminances : 3 10^{-6} à 3 10^5 cd/m^2 (limite d'éblouissement). La luminance d'un écran vidéo est en général $\approx$ 10-10^3 cd.m^{-2}.

- ***3ers moments de la luminance*** : à l'ordre n $\mathcal{M}(n) = \frac{1}{4\pi}.\int_{4\pi} L(r,\Omega).\cos^n\theta.d\Omega$ où n $\in$ [1 3]

- Luminance moyenne (W.m^{-2}.sr^{-1}) : $\langle L(r,\Omega)\rangle_{4\pi} = \frac{1}{4\pi}.\int_{4\pi} L(r,\Omega).d\Omega = \mathcal{M}(0)$

  A l'équilibre radiatif, l'énergie L(r,Ω).dS.dΩ.dt qui traverse selon (Ω) pendant un temps dt une surface dS normale à (Ω) est égale à l'énergie u(r,Ω).dΩ.dV du volume dV=c.dt.dS, où c est la vitesse de l'onde. Donc : $u(r,\Omega) = \frac{L(r,\Omega)}{c}$ (J/m^3/sr), si bien que : $u(r) = \int_{4\pi} u(r,\Omega).d\Omega = \int_{4\pi} \frac{L(r,\Omega)}{c}.d\Omega = \frac{4\pi}{c}.\langle L(r,\Omega)\rangle_{4\pi} = \frac{4\pi}{c}.\mathcal{M}(0)$ (J/m^3)

- Eclairement sphérique net (W/m^2) : $E_{sph}(r) = \int_{4\pi} L(r,\Omega).\cos\theta.d\Omega = 4\pi.\mathcal{M}(1)$ (L(r,Ω) isotrope sur 4π $\Rightarrow E_{sph} = 0$)

- Densité volumique d'énergie selon Oz incidente sur une surface horizontale (J/m^3) :

$$F_z = \int_{4\pi} [L(r,\Omega).\cos\theta].\cos\theta.d\Omega = \frac{1}{c}.\int_{4\pi} L(r,\Omega).\cos^2\theta.d\Omega = \frac{4\pi}{c}.\mathcal{M}(2).$$

$L(r,\Omega)$ isotrope : $L(r,\Omega) = L(r)\ \forall\Omega \Rightarrow F_z = \frac{4\pi}{3c}.L(r) = \frac{4\pi}{3c}.\mathcal{M}(0) = \frac{u(r)}{3} \Rightarrow \mathcal{M}(2) = \frac{\mathcal{M}(0)}{3}$

F_z = densité surfacique de quantité de mouvement à travers S, par seconde. C'est la moitié de la pression de radiation p : la réflexion d'un photon sur la paroi d'une enceinte transmet 2 fois sa quantité de mouvement, normale à la paroi. Si, $L(r,\Omega)=L(r)$, alors : $p = \frac{2}{c}.\int_{2\pi} L(r,\Omega).\cos^2\theta.d\Omega = \frac{4\pi}{3c}.L(r) = 2F_z = \frac{8\pi}{3c}.\mathcal{M}(0) = \frac{2}{3}.u(r)$

IV.2 Réflectance, transmittance et émissivité

Les mesures de télédétection des surfaces terrestres dépendent directement des propriétés optiques de ces surfaces c'est-à-dire de leur capacité à émettre (*i.e.*, émissivité) et réfléchir (*i.e.*, réflectance) le rayonnement. Selon les cas, cette dépendance est plus ou moins complexe. Ainsi, le rayonnement émis par un milieu dépend de son émissivité et de sa température. De même, le rayonnement réfléchi M (*i.e.*, émittance) par un milieu dépend de sa réflectance et de son éclairement E : il est doublé si E est doublé. Par contre, dans les courtes longueurs d'onde le rapport "M/E", appelé réflectance, ne dépend pas de E et peut donc caractériser le milieu. Les principales propriétés spectrales sont présentées ci-dessous.

• Réflectance

La réflectance d'un milieu dépend des propriétés optiques et géométriques de surface et de volume des éléments du milieu. Elle dépend donc des configurations d'éclairement i et de visée j. Elle est dite hémisphérique si l'angle solide d'éclairement $\Delta\Omega_i$ (i = h; *e.g.*, "ciel couvert") ou de visée $\Delta\Omega_j$ (j = h) couvre un hémisphère : $\Delta\Omega = 2\pi$. Elle est dite "directionnelle" si $\Delta\Omega_i$ (i = d : cas "pas de ciel") ou $\Delta\Omega_j$ (j = d) est ≈ 0. Elle est dite "conique" si $\Delta\Omega_i$ ou $\Delta\Omega_j$ (i = c) est non nul (Figure 44).

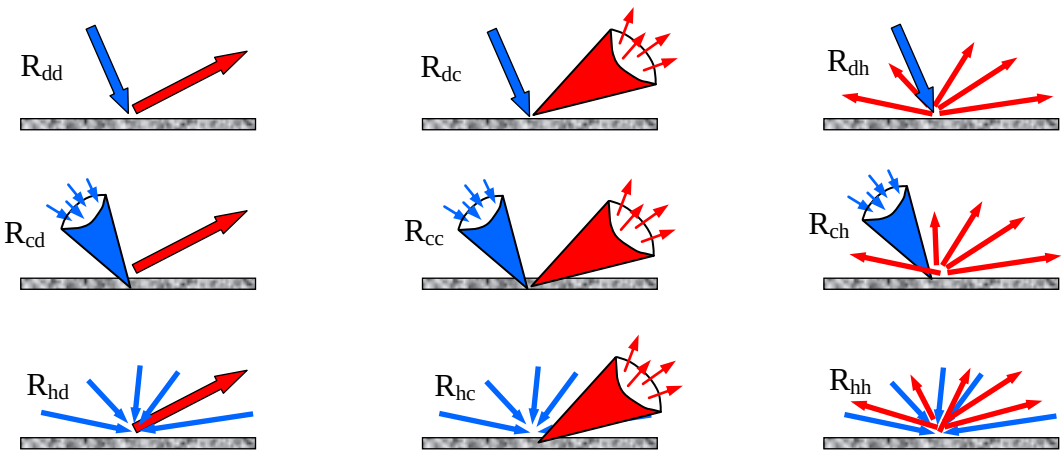


Figure 44 : Différents types de réflectance (direct, hémisphérique, conique)

Le facteur de réflectance, noté R_{ij} ou ρ_{ij}, représente la réflectance. C'est l'efficacité de diffusion d'un milieu par rapport à une surface Σ_{ref} de référence (*i.e.*, lambertienne et blanche) éclairée et vue comme le milieu observé. Il est très utilisé de par sa facilité de mesure : c'est le rapport de 2 mesures radiométriques, si la réponse du capteur est proportionnelle à l'énergie reçue.

$$R_{ij} = \frac{\int_{\Delta\Omega_r} L(\Omega_r).\cos\theta_r.d\Omega_r}{\int_{\Delta\Omega_r} L_{ref}(\Omega_r).\cos\theta_r.d\Omega_r} \qquad \left(\frac{\text{Mesure de la cible}}{\text{Mesure de la référence}}\right)$$

- Σ_{ref} lambertien : $L_{ref}(\Omega_r) = \frac{M_{ref}}{\pi} = \text{cste} \Rightarrow R_{ij} = \frac{\int_{\Delta\Omega_r} L(\Omega_r).\cos\theta_r.d\Omega_r}{L_{ref}.\int_{\Delta\Omega_r}.\cos\theta_r.d\Omega_r} = \pi.\frac{\int_{\Delta\Omega_r} L(\Omega_r).\cos\theta_r.d\Omega_r}{M_{ref}.\int_{\Delta\Omega_r}.\cos\theta_r.d\Omega_r}$

- Σ_{ref} blanc : $M_{ref} = E$ (éclairement de la cible et de la référence)
- Σ_{ref} blanc et lambertien : $R_{ij} = \pi.\frac{\int_{\Delta\Omega_r} L(\Omega_r).\cos\theta_r.d\Omega_r}{E.\int_{\Delta\Omega_r}.\cos\theta_r.d\Omega_r} = \pi.\frac{<L(\Omega_r)>_{\cos\theta_r.\Delta\Omega_r>}}{E}$

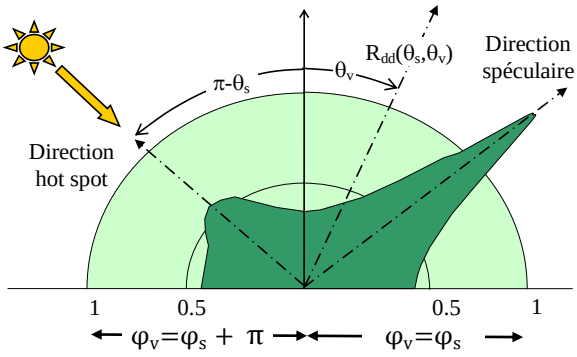


Figure 45 : *$R_{dd}(\Omega_s \rightarrow \Omega_v)$ dans le plan d'incidence*

Direction solaire $\Omega_s(\theta_s,\varphi_s)$, vu selon $(\pi-\theta_s,\varphi_s+\pi)$

$\Omega_s \rightarrow \Omega_v(\theta_v,\phi_v)$: $\theta_v \in [0\ \frac{\pi}{2}]$, $\varphi_v=\varphi_s$ et $\varphi_s+\pi$

Réflectance: distance au centre du graphe polaire:

- surface lambertienne: R_{dd} = cste $\forall\,\Omega_v$. Surface blanche ($R_{dd}=1$) et grise ($R_{dd}<1$).
- surface naturelle: R_{dd} varie avec Ω_v. Il est souvent maximal pour les directions spéculaire ($\theta_v = \pi-\theta_s$, $\varphi_v=\varphi_s$) et hot spot ($\theta_v = \pi-\theta_s$, $\varphi_v=\varphi_s+\pi$).

- *Facteur de réflectance bi-directionnelle (FRB)*: $R_{dd}(\Omega_i,\Omega_r,\lambda)=\frac{\pi.L(\Omega_r)}{E(\Omega_i)}$
- *Facteur de réflectance direct-hémisphérique*: $R_{dh}(\Omega_r,\lambda)=\frac{M_\lambda}{E_{\lambda,i}}=\frac{\int_{2\pi^+} L(\Omega_r).\cos\theta_r.d\Omega_r)}{L(\Omega_i).\cos\theta_i.d\Omega_i}$ $(\frac{\text{Emittance h } (2\pi^+)}{\text{Eclairement d}})$
- *Facteur de réflectance hémisphérique-direct*: $R_{hd}(\Omega_r,\lambda)=\frac{\pi.L_{\lambda,r}}{E_\lambda}=\frac{\pi.L(\Omega_r)}{\int_{2\pi^-} L(\Omega_i).\cos\theta_i.d\Omega_i}$ $(\frac{\pi\ .\ \text{Luminance d } (\Omega_r)}{\text{Eclairement h}})$
- *Facteur de réflectance bi-hémisphérique* : $R_{hh}(\lambda)=\frac{M_\lambda}{E_\lambda}=\frac{\int_{2\pi^+} L(\Omega_r).\cos\theta_r.d\Omega_r}{\int_{2\pi^-} L(\Omega_i).\cos\theta_i.d\Omega_i}$ $(\frac{\text{Emittance h } (2\pi^+)}{\text{Eclairement h } (2\pi^-)})$

Autres définitions usuelles de la réflectance

- *Fonction de distribution de la réflectance bi-directionnelle*: $\text{BRDF} = \frac{R_{dd}(\Omega_i,\Omega_r,\lambda)}{\pi}$
- *Réflectance de Fresnel* (Annexe 4) : $|r_{Fresnel}(\Omega_i,\Omega_r,\lambda)|^2 = \frac{L(\Omega_r)}{L(\Omega_i)}.\delta(\theta_i-\theta_r).\delta(\varphi_i-\varphi_r+\pi)$
- *Coefficient de rétrodiffusion radar* ($\Omega_r=-\Omega_i$): $\sigma_o=\frac{4\pi r^2}{\Sigma_{cible}}.\frac{|\bar{\mathcal{E}}(\Omega_r,r)|^2}{|\bar{\mathcal{E}}(\Omega_i,r=0)|^2}=\frac{4.\Sigma_{cible}.\pi.L(\Omega_r)}{\Sigma_{cible}.E_\perp(\Omega_i)}=4.R_{dd}.\cos\theta_i$ où $\bar{\mathcal{E}}(\Omega_r,r)$ = champ électrique diffusé selon Ω_r en r et $E_\perp(\Omega_i)$ = éclairement local normal à Ω_i.

☞ Exprimez R_{dh}, R_{hd} et R_{hh} en fonction de R_{dd}

☞ Pour une surface 100% spéculaire, donnez R_{dd}, R_{dh}, R_{hd} et R_{hh} en fonction de $|r_{Fresnel}(\Omega_i,\Omega_r,\lambda)|^2$

☞ Donnez un exemple où le facteur de réflectance est supérieur à 1.

Albédo A

Intégrale de R_{dd}, pondérée par l'éclairement, sur tout ou partie du domaine spectral et sur les directions de diffusion $2\pi^+$. Très dépendant des milieux (Table 3). Il peut être 'd-h' et 'h-h'.

$$A_{dh}(\Omega_i,\Delta\Omega_i=0,\Delta\lambda)=\frac{\text{Emittance:réflexion sur } 2\pi^+}{\text{Eclairement (d) selon } \Omega_i} \quad A_{hh}\left(2\pi^-,\Delta\lambda\right)=\frac{\text{Emittance:réflexion sur } 2\pi^+}{\text{Eclairement (h) selon } 2\pi^-}$$

Pour la planète Terre : $A_{dh}(\Omega_i,\Delta\lambda)=\frac{1}{\pi}.\frac{\int_{\Delta\lambda}\int_{2\pi} R_{dd}(\Omega_i,\Omega_r\lambda).\mu_r.E_\lambda(\Omega_i).\mu_i.d\Omega_r.d\lambda}{\int_{\Delta\lambda} E_\lambda(\Omega_i).\mu_i.d\lambda}$

L'albédo de la Terre est régulièrement mesuré depuis l'espace avec $\Delta\lambda \approx [0{,}2\ 4\,\mu m]$.

Note : $A_{dh}(\Delta\lambda)$ est une "simple" réflectance "direct - hémisphérique" si E_λ varie peu sur $\Delta\lambda$:

$$A_{dh}(\Omega_i,\Delta\lambda)\approx\frac{1}{\pi}.\int_{\Delta\lambda}\int_{2\pi} R_{dd}(\Omega_i,\Omega_r\lambda).\mu_r.d\Omega_r.d\lambda \approx \frac{1}{\Delta\lambda}.\int_{\Delta\lambda} R_{dh}(\Omega_i,\lambda).d\lambda \quad \text{où } \mu_r = \cos\theta_r$$

Matériau	Albédo (%)
Albédo planétaire :	≈ 33 (≈36 pour le spectre visible)
Nuage (stratus) : - épaisseur < 200 m	5-65
- épaisseur [200 1000 m]	30-85
Neige : fraîche et sèche / vieille	75 - 90 / 45 - 70
Sol : - sable blanc	35 - 40; croît du bleu → rouge
- sombre humide /sec	5 - 6 / 5 - 15; croît du bleu → rouge
Végétation : culture (verte) / forêt	5 – 15 / 10 ; pic dans le vert
Eau : zénith solaire 0°/30°/60°/70°/80°/85°/>87°	2/ 2,2 / 6 / 13,4 / 35,8 / ≈60 / >90

Table 3: *Albédo de matériaux terrestres.*

Réciprocité de la réflectance : $R_{dd}(\Omega_1 \to \Omega_2) = R_{dd}(\Omega_2 \to \Omega_1)\ \forall\lambda$. Ainsi, la densité angulaire de photons réfléchis selon (Ω_2) par un milieu (surface, voluime,…) éclairé par N photons incidents selon (Ω_1) est égale à la densité angulaire de photons réfléchis selon Ω_1 par ce milieu s'il est éclairé par N photons incidents selon Ω_2. Ceci est du à l'égalité $P(\Omega_1 \to \Omega_2) = P(\Omega_2 \to \Omega_1)$, où $P(\Omega_1 \to \Omega_2)$ est la probabilité qu'un photon incident selon la direction incidente Ω_1 soit intercepté, puis diffusé par unité d'angle solide selon Ω_2. Une surface dS éclairée par E (W/m^2 normal à Ω_1) diffuse $E.dS.P(\Omega_1,\Omega_2).d\Omega_2$ selon (Ω_2,$d\Omega_2$).

☞ Pourquoi la réciprocité de R_{dd} améliore l'échantillonnage de R_{dd}(Terre) ?

☞ Démontrer $R_{dh}(\lambda) = R_{hd}(\lambda)$.

Autres définitions de la réflectance (moins utilisées que le FRB en télédétection optique)

- *Coefficient de réflectance bidirectionnelle* : $r_{dd}(\Omega_i,\Omega_r,\lambda) = \frac{L(\Omega_r)}{L(\Omega_i).d\Omega_i}$ (sr^{-1}) ($\frac{\text{Luminance } (\Omega_r)}{\text{Eclairement } E_i \perp \Omega_i}$) $E_i = L(\Omega_i).d\Omega_i$
- *Coefficient de réflectance direct-hémisphérique* : $r_{dh}(\Omega_r,\lambda) = \frac{M_\lambda}{E_{\lambda,i}} = \frac{\int_{2\pi^+} L(\Omega_r).\cos\theta_r.d\Omega_r}{L(\Omega_i).d\Omega_i}$ ($\frac{\text{Emittance } (2\pi^+)}{\text{Eclairement } E_i \perp \Omega_i}$)
- *Coefficient de réflectance hémisphérique-direct* : $r_{hd}(\Omega_r,\lambda) = \frac{L_{\lambda,r}}{E_\lambda} = \frac{L(\Omega_r)}{\int_{2\pi^-} L(\Omega_i).\cos\theta_i.d\Omega_i}$ ($\frac{\text{Luminance } (\Omega_r)}{\text{Eclairement h}}$)
- *Coefficient de réflectance bi-hémisphérique* : $r_{hh}(\lambda) = \frac{M_\lambda}{E_\lambda} = \frac{\int_{2\pi^+} L(\Omega_r).\cos\theta_r.d\Omega_r}{\int_{2\pi^-} L(\Omega_i).\cos\theta_i.d\Omega_i}$ ($\frac{\text{Emittance } (2\pi^+)}{\text{Eclairement h}}$)

Note : Les coefficients et facteurs de réflectance sont liés. Ainsi, en notant $E_i.\cos\theta_i$ l'éclairement de la surface, avec θ_i = angle(normale, direction d'éclairement), on a :

$$R_{dd}(\Omega_i,\Omega_r) = \pi.\frac{r_{dd}(\Omega_i,\Omega_r)}{\cos\theta_i} \text{ et } R_{dh}(\Omega_i) = \frac{\int_{\Delta\lambda} L(\Omega_r).\cos\theta_r.d\Omega_r}{E_i.\cos\theta_i} = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi} R_{dd}(\Omega_i,\Omega_r).\cos\theta_r.d\Omega_r = \frac{r_{dh}(\Omega_i)}{\cos\theta_i}$$

- **Transmittance** : $\mathcal{T}(\lambda) = \frac{\text{Energie transmise par le milieu (entre ses 2 interfaces)}}{\text{Energie interceptée par l'interface (incidente) du milieu}}$

  La transmittance d'un milieu plan est "d-d" si le rayonnement incident est direct ($\Delta\Omega_i \approx 0$) et si l'on considère une seule direction de transmission ($\Delta\Omega_t \approx 0$) : $\mathcal{T}_{dd}(\lambda,\Omega_i,\Omega_t) = \frac{L_{\lambda t}(\Omega_t)}{L_{\lambda i}(\Omega_i)}$. Elle est "d-h" $\mathcal{T}_{dh}(\lambda,\Omega_i,\Omega_t) = \frac{M_{\lambda t}(\Omega_t)}{E_{\lambda i}(\Omega_i).\cos\theta_i}$ ou "h-h" $\mathcal{T}_{hh}(\lambda) = \frac{M_{\lambda t}}{E_\lambda}$ s'il est considéré le flux $M_{\lambda t}$ transmis sur tout le demi hémisphère "avant". $\mathcal{T}_{dd}$ est dite directe si les directions incidente et transmise sont les mêmes : $\mathcal{T}_d(\lambda,\Omega) = \frac{L_{\lambda t}(\Omega)}{L_{\lambda i}(\Omega)}$.

- **Absorptance** : $\mathcal{A}(\lambda) = \frac{\text{Energie absorbée par le milieu}}{\text{Energie interceptée par l'interface (incidente) du milieu}}$

  Ce rapport d'énergies absorbée et interceptée est directionnel, car l'énergie incidente peut être directe ou hémisphérique. Avec un éclairement direct : $\mathcal{A}_d(\lambda) = 1 - \mathcal{T}_{dh}(\lambda) - R_{dh}(\lambda)$.
  Avec un éclairement hémisphérique : $\mathcal{A}_h(\lambda) = 1 - \mathcal{T}_{hh}(\lambda) - R_{hh}(\lambda)$.

- **Emissivité** : $\varepsilon(\Omega,\Delta\Omega,\lambda) = \frac{\text{Energie spectrale émise selon } (\Omega,\Delta\Omega) \text{ par un milieu de température T}}{\text{Energie spectrale émise selon } (\Omega,\Delta\Omega) \text{ par corps noir de température T}}$

  ε est l'efficacité du corps à rayonner par rapport au corps noir de même température. Elle est dite directionnelle si $\Delta\Omega\approx 0$ et hémisphérique si $\Delta\Omega\approx 2\pi$. En notant $L_B(\Omega)$ la luminance d'un corps noir et $M_B(\Omega) = \pi.L_B(\Omega)$ son exitance, on a : $\varepsilon_d(\Omega,\lambda) = \frac{L(\Omega,\lambda)}{L_B(\Omega,\lambda)}$ et $\varepsilon_h(\lambda) = \frac{M(\lambda)}{M_B(\lambda)}$

  Pour un milieu à l'équilibre thermodynamique avec son rayonnement, $\forall(\Omega,\lambda)$ on a :

  $$\boxed{\varepsilon_d(\Omega,\lambda) = \mathcal{A}_d(\Omega,\lambda)} \text{ et } \boxed{\varepsilon_h(\lambda) = \mathcal{A}_h(\lambda)} \quad \text{(loi de Kirchoff)}$$

  Pour un milieu opaque (*i.e.*, $\mathcal{T}_h = \mathcal{T}_d = 0$), la conservation de l'énergie radiative implique :

  $$\forall\lambda: \mathcal{A}_h(\lambda) = 1 - R_{hh}(\lambda) \quad \text{et} \quad \mathcal{A}_d(\Omega,\lambda) = 1 - R_{dh}(\Omega,\lambda)\ \forall(\Omega,\lambda)$$

  $$\Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon_h(\lambda) = 1 - R_{hh}(\lambda)} \quad \text{et} \quad \boxed{\varepsilon_d(\lambda) = 1 - R_{dh}(\lambda)} \quad \text{où} \quad R_{dh}(\lambda) = R_{hd}(\lambda)$$

  Ces relations sont cohérentes avec le fait qu'un corps noir a une réflectance et une transmittance nulles, avec une absorptance ($\mathcal{A}_d$, $\mathcal{A}_h$) et une émissivité (ε_d, ε_h) égales à 1.

- **Unité photométrique sur [400 700] : µmol/s/m²**

  Unité du flux de photons : 1 mole de photons (quanta) = $6.022\ 10^{23}$ photons = 1 E (einstein).
  $\Rightarrow 1\mu mol/s/m^2 = 6.022.10^{17}$ photons/s/m²

  Pour tout phénomène quantique (*e.g.*, fluorescence) qui dépend du nombre de photons, il est souvent utile de relier le flux de photons au flux radiométrique. Le facteur de conversion η "µmol/s/m² ↔ W/m²" dépend de la distribution spectrale W_λ du rayonnement.

  Ainsi, combien y a-t-il de photons dans la mesure radiométrique $W_{VIS} = \int_{400}^{700} W_\lambda d\lambda$ (W/m²) ?

  Vu que le nombre de photons par seconde à la longueur d'onde λ est : $\frac{W_\lambda}{\nu} = \frac{W_\lambda}{hc/\lambda}$

  où $h=6.63\ 10^{-34}$ J.s (constante de Planck) ; $c=3.10^8$m/s ; λ est en nm.

  le nombre total de photons par seconde dans [400 700] : $\int_{400}^{700} \frac{W_\lambda}{hc/\lambda} d\lambda = \frac{1}{hc}.\int_{400}^{700} \lambda.W_\lambda.d\lambda$

  Une mesure R (µmol/s/m²) de détecteur quantique comprend $6.022.10^{17}.R = \int_{400}^{700} \frac{\lambda.W_\lambda}{hc}.d\lambda$ photons. Par suite : $\eta = \frac{W_{VIS}}{R} = 6.022.10^{17}.h.c.\frac{\int_{400}^{700} W_\lambda d\lambda}{\int_{400}^{700} \lambda.W_\lambda d\lambda}$

  Note: méthode similaire pour convertir "unité photométrique ↔ unité photonique (lux)"

  PPFD (photosynthetic photon flux density) : densité de flux de photons dans le PAR [400nm 700nm]. Unité : $1\mu mol/s/m^2 = 1\mu E/s/m^2 = 6.022.10^{17}$ photons/s/m²

IV.3 Propriétés spectrales des surfaces terrestres

Les surfaces terrestres ont des propriétés spectrales très variables selon leur type, leur configuration angulaire d'observation et le domaine spectral. Ainsi, la Figure 46 montre que le coefficient de rétrodiffusion hyperfréquence $\sigma_o(\theta_v)$, où θ_v est à la fois l'angle d'incidence et de visée, dépend du domaine spectral (ici : fréquences Ku et X) et qu'il tend à décroitre avec θ_v pour les surfaces lisses (*e.g.*, bitume) et à augmenter pour des milieux rugueux (*e.g.*, herbe).

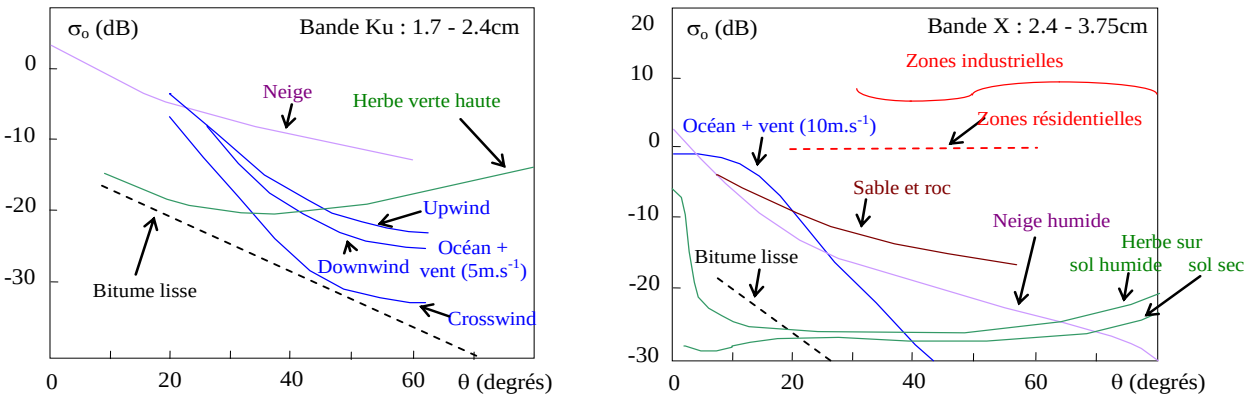
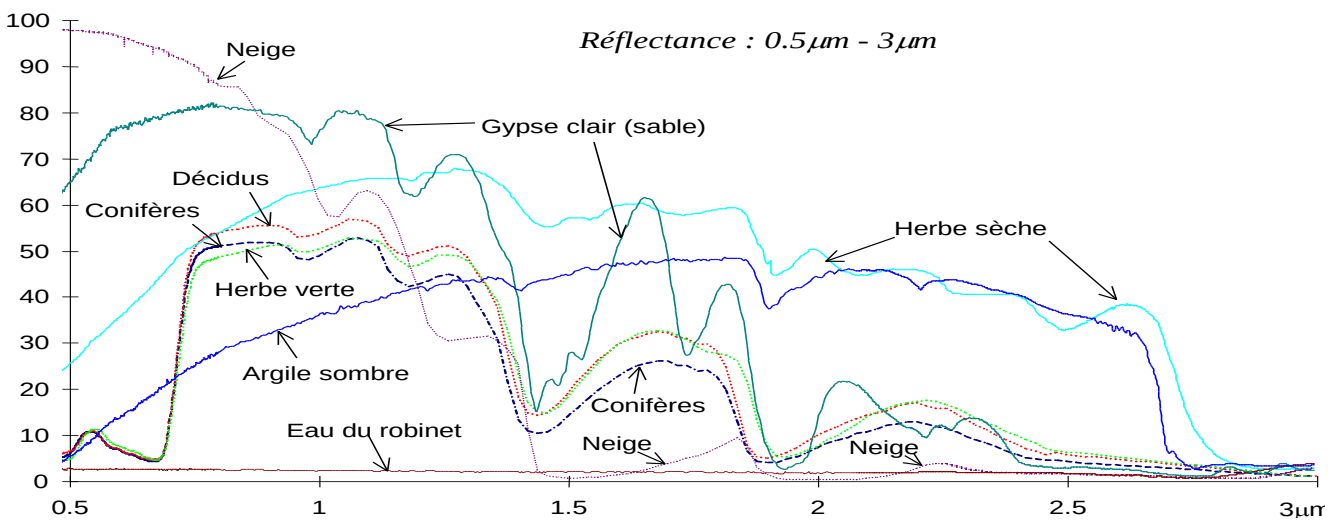


Figure 46: *Coefficient de rétrodiffusion σ_o de milieux types selon l'angle d'incidence θ.* σ_o est exprimé en décibels (dB) : 20.log(σ_o). Une variation de 20dB correspond donc à un facteur 10.

La Figure 47 montre la variation spectrale schématique de 0.5µm à 15µm du facteur de réflectance $\rho(\lambda)$ de plusieurs milieux (neige, herbe,…), observés dans des conditions parfois très différentes (Ω_s, ρ_{dd}, ρ_{dh},…). Ainsi, pour le domaine [bleu - proche infrarouge (PIR)] :

- Minéraux (argile, sable) : $\rho(\lambda)$ est plus ou moins élevé et croit avec la longueur d'onde.
- Eau pure : $\rho(\lambda)$ très faible et assez constant. Surtout du à la réflectance spéculaire.
- Végétation verte : $\rho(\lambda)$ croît beaucoup du VIS au PIR (*i.e.*, région spectrale du red edge), car les pigments aborbent beaucoup dans le VIS et pas du tout dans le PIR. Cette absorption est minimum dans le vert, ce qui explique le maximum local de $\rho(\lambda)$ dans le vert.
- Neige : $\rho(\lambda)$ est élevé et décroît régulièrement avec la longueur d'onde.



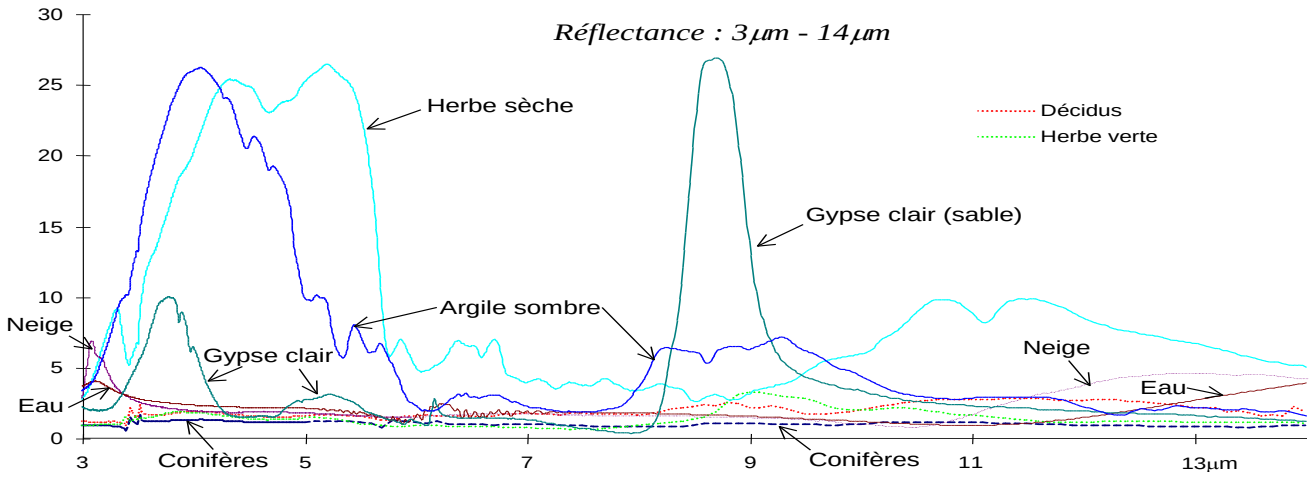


Figure 47: *Facteur de réflectance spectrale $\rho(\lambda)$ de surfaces terrestres types sur [0.5 µm 14 µm].*

Neige, argile sombre (montmorillonite), eau, sable clair (gypse): $\rho_{dh}(\theta_s = 10°, \Omega_v = 2\pi^+)$.

Gypse: minimum 0.89µm du à la présence de Fe^{3+} (transitions électroniques), minimum à 1.4µm du aux ions OH- (transitions ioniques) et pic à ≈8.7 µm du au SO_4 (effet Restralhen).

Neige: $\lambda > 2$ µm : ρ issu de mesures (Salisbury *et al.*, 1994). $\lambda < 2$ µm : ρ issu d'un modèle (Dozier et Warren, 1982) qui la simule par des cristaux de glace opaques de 178 µm beaucoup plus petits que la réalité (≈1500 µm), car les cristaux réels ne sont pas opaques, surtout en présence de bulles d'air.

Conifères, décidus, herbe verte et sèche: $\rho_{dd}(\theta_s = 0°, \theta_v)$" si $\lambda < 3$µm ; θ_v(conifères, décidus)=30° et θ_v(herbe) = 60°. Si $\lambda > 3$µm, $\rho_{dh}(\theta_s = 10°, 2\pi^+)$. Très faible $\rho(\lambda) \Rightarrow$ très forte émissivité $\varepsilon_{dh}(\lambda)$.

$\rho_{conifère}$ et $\rho_{décidu}$ correspond à la mesure de couches de feuilles et branches. $\rho_{décidu} > \rho_{conifère}$.

La Figure 48 montre le facteur de réflectance ρ(λ) de 0.4µm à 2.4µm de 3 milieux (eau, sol, végétation) "standards", en haut (TOA : top of the atmosphere) et en bas (BOA : bottom of the atmosphere) de l'atmosphère. Elle indique aussi les bandes spectrales des capteurs SPOT, NOAA, Landsat et Végétation. Les réflectances ρ_{BOA} sont les réflectances "réelles" mesurées *in-situ*. La forte différence entre les réflectances TOA et BOA est due à l'atmosphère.

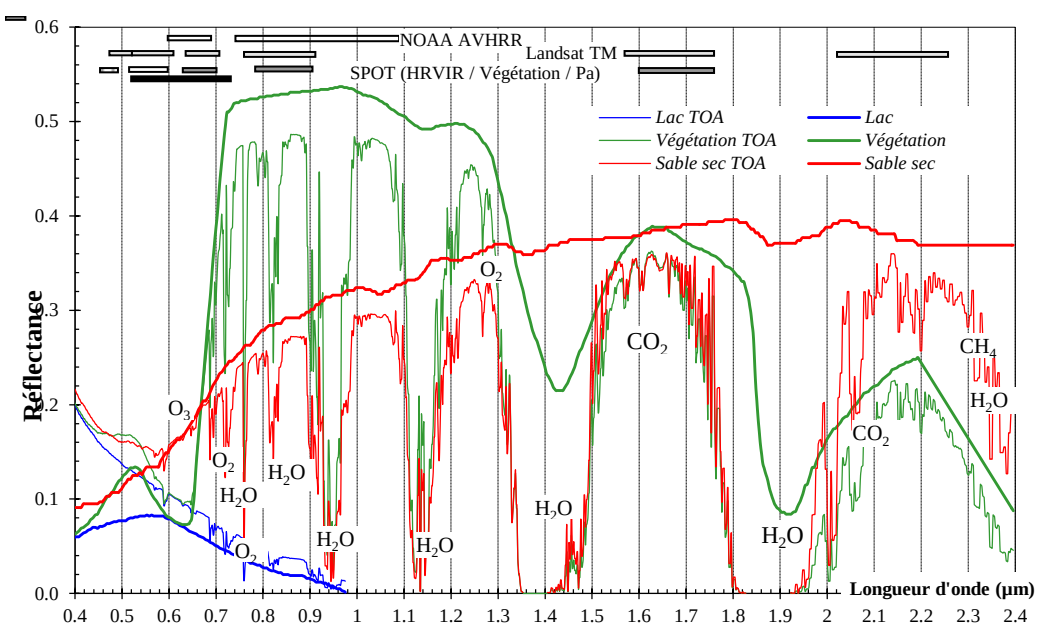


Figure 48: Réflectance de 3 milieux terrestres en haut (TOA) et en bas (BOA) de l'atmosphère.

☞ Quels mécanismes physiques expliquent l'écart des réflectances ρ_{TOA} et ρ_{BOA} (Figure 48) ?

☞ Pourquoi les réflectances TOA ont des minima spectraux très prononcés (Figure 48) ?

☞ Dans les courtes longueurs d'onde $\rho_{TOA} > \rho_{BOA}$ si ρ_{BOA} est faible et $\rho_{TOA} < \rho_{BOA}$ si ρ_{BOA} est fort. Ceci n'est pas vrai pour les grandes longueurs d'onde. Comment interpréter cela ?

La fraction relative des flux radiatifs TOA dépend beaucoup du domaine spectral (Figure 49). Ainsi, selon le domaine spectral, la composante atmosphérique peut être forte ou non, et le mécanisme radiatif majeur peut être la réflexion ou l'émission thermique.

☞ Expliquez l'évolution des proportions des composantes radiatives dans la Figure 49.

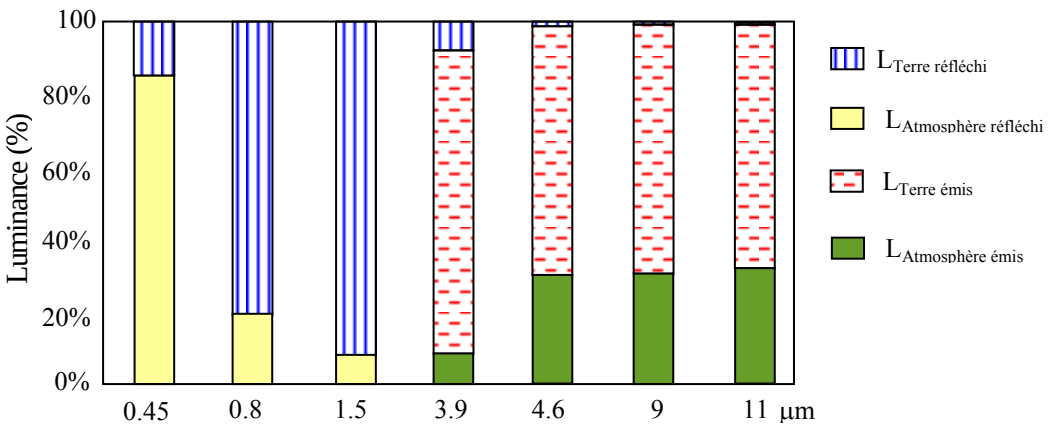


Figure 49 : Fractions des composantes radiatives TOA, simulées à 7 longueurs d'onde, au midi . Atmosphère de type latitude moyenne été. Aérosols de type continental avec une visibilité de 23km. Le sol est de l'herbe avec une température de 290K.

V MESURE ET RAYONNEMENT

La qualité des mesures radiométriques est toujours limitée par les caractéristiques du système de mesure. Ceci est illustré ici avec l'acquisition d'image dans le domaine optique. Quelle que soit la technologie (CCD, scanner, caméra vidicon, micro densitomètre, etc.), l'acquisition d'image comprend 3 étapes successives (Figure 50, Figure 51) :

- création d'une image optique de la scène observée dans le plan image du système.
- saisie de l'image optique : balayage de l'image par un spot ou ouverture de taille a, et mesure du flux (*i.e.*, tension électrique) par un élément photo sensible, durant un temps T.
- conversion "Tension électrique analogique → Compte numérique" : l'image optique saisie est transformée en image numérique qui peut être stockée sur support physique (CD,…).

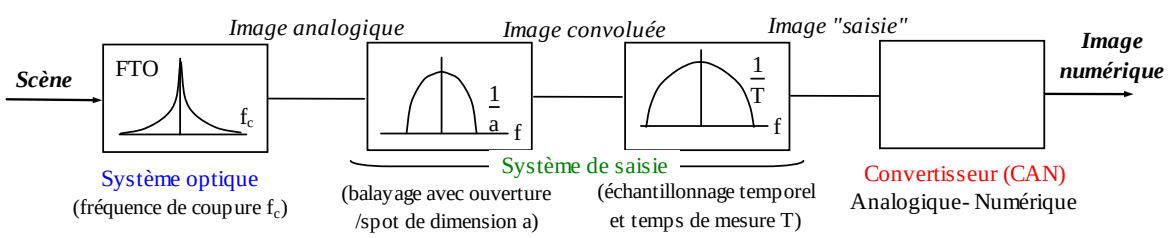


Figure 50: *Chaîne d'acquisition d'image numérique.*

La Figure 51 illustre 3 modes de saisie d'une image (N lignes x M colonnes) :

- Matrice CCD de NM détecteurs qui acquiert simultanément les NM points image.
- Barrette CCD de M détecteurs qui acquiert simultanément les M points d'une ligne image. N déplacements du capteur génèrent N lignes images. C'est le principe d'acquisition du scanner. Il est utilisé par les systèmes satellite appelés "pushbroom" (Figure 52.a).

- Acquisition 'série' des NM pixels de l'image avec un détecteur unique sur lequel le système optique focalise successivement le rayonnement issu des différents points de la surface observée. Ce principe est utilisé par les systèmes satellite dits à "balayage" (Figure 52.b).

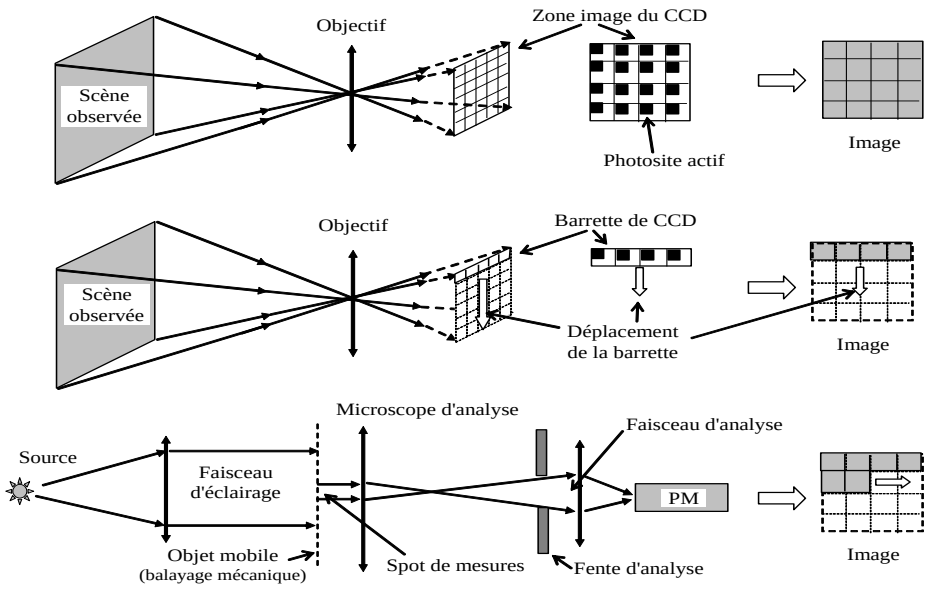


Figure 51 : Exemples de systèmes d'acquisition d'image à balayage de sortie.
a) Caméra CCD. b) Barrette CCD. c) Micro densitomètre à une fente de sortie.

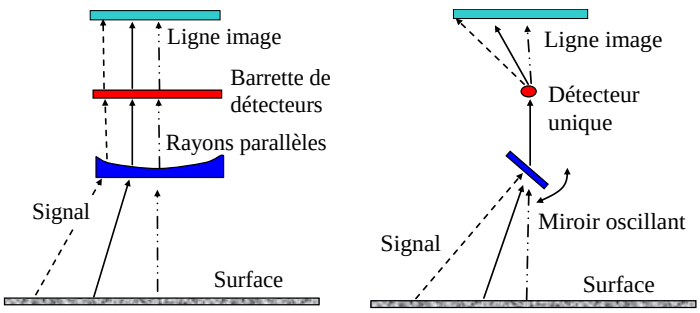


Figure 52 : Capteurs satellite : Technologie "push broom" (droite) et scanner (gauche).

Les mesures sont en général disponibles en tant que comptes numériques (CN), sous forme d'images ou non. Leur interprétation "physique" requiert de les convertir en une quantité physique (*e.g.*, réflectance ρ_λ ou luminance L_λ). Idéalement, une loi de conversion est basée sur les caractéristiques de chaque élément de la chaîne de mesures. Une telle loi est robuste, mais souvent difficile à établir en raison des nombreux facteurs instrumentaux (*e.g.*, sensibilité spectrale et fonction de transfert du capteur) et expérimentaux (*e.g.*, géométrie "instrument - cible"). En fait, l'on utilise souvent des relations simples (*e.g.*, ρ_λ ou $L_\lambda = A_\lambda.CN + B_\lambda$), mais moins robustes et exactes, établies par régression entre des mesures (CN) du capteur et des valeurs connues des grandeurs physiques concernées (*e.g.*, L_λ, ρ_λ). Ainsi, 2 mesures (CN_1, CN_2) de 2 cibles de réflectances ρ_1 et ρ_2 permet de transformer toute mesure CN en réflectance : $\rho = A.CN + B$ où $A = \frac{\rho_1 - \rho_2}{CN_1 - CN_2}$ et $B = \frac{\rho_1.CN_2 - \rho_2.CN_1}{CN_2 - CN_1}$.

Une relation linéaire du type "$\rho = A.CN + B$" est cohérente avec le fait que dans sa plage normale de fonctionnement, un capteur a un signal de sortie qui est en général une fonction quasi linéaire du signal d'entrée $L_\lambda(\Omega_v)$. Ainsi, le capteur qui opère dans l'intervalle $\Delta\lambda = [\lambda_{inf}\ \lambda_{sup}]$ recueille la puissance :

$$Q_{\Delta\lambda} = k.\int_{\Delta\lambda} L_\lambda(\Omega_v).\delta_\lambda.d\lambda + O$$

où O est l'offset (*i.e.*, bruit de fond), k est la réponse spectrale maximale et δ_λ est la réponse spectrale relative. La réponse spectrale du capteur est donc $k\delta_\lambda$. Les termes O, k et δ_λ dépendent des caractéristiques des éléments du capteur (optique, électronique,...).

Luminance spectrale incidente L_λ ($W.m^{-2}.sr^{-1}$)	⇒	Sensibilité spectrale relative δ_λ Gain : k	⇒	Sortie Compte numérique

Figure 53: *Chaîne de mesure d'un capteur*

On a donc : $Q_{\Delta\lambda} = k.\langle L_\lambda.\delta_\lambda\rangle_{\delta_\lambda.\Delta\lambda}.\int_{\Delta\lambda}\delta_\lambda.d\lambda + O$, où $\langle L_\lambda.\delta_\lambda\rangle_{\delta_\lambda.\Delta\lambda} = \frac{\int_{\Delta\lambda} L_\lambda.\delta_\lambda.d\lambda}{\int_{\Delta\lambda}\delta_\lambda.d\lambda}$

En fait, il est plutôt recherché la moyenne de la luminance spectrale L_λ, soit : $\langle L\rangle_{\Delta\lambda} = \frac{\int_{\Delta\lambda} L_\lambda.d\lambda}{\Delta\lambda}$

La détermination de $\langle L\rangle_{\Delta\lambda}$ à partir de $Q_{\Delta\lambda} = Q_{\Delta\lambda}(L_\lambda,\delta_\lambda)$ implique de connaître la bande passante et la variabilité spectrale de la luminance du rayonnement incident.

La fonction de transfert du capteur est souvent représentée par une fonction gaussienne paramétrée avec une longueur d'onde centrale λ_c et un intervalle spectral $\Delta\lambda_{eff}$ effectifs :

$$\lambda_c = \frac{\int\lambda.\delta_\lambda.d\lambda}{\int\delta_\lambda.d\lambda} \qquad \Delta\lambda_{eff} = [\lambda_c - \sqrt{3}.\sigma \;\; \lambda_c + \sqrt{3}.\sigma] \qquad \text{où } \sigma^2 = \frac{\int\lambda^2.\delta_\lambda.d\lambda}{\int\delta_\lambda.d\lambda} - \lambda_c^2$$

Si la source est spectralement peu variable sur $\Delta\lambda$: $\langle\delta_\lambda.\delta_\lambda\rangle_{\delta_\lambda.\Delta\lambda} \approx \langle L\rangle_{\Delta\lambda}.\langle\delta_\lambda\rangle_{\Delta\lambda}$. On a alors :

$$Q_{\Delta\lambda} = G.\langle L_\lambda\rangle_{\Delta\lambda} + O \;\; \text{où } G = k.\int_{\Delta\lambda}\delta_\lambda.d\lambda$$

La luminance spectrale moyenne $\langle L\rangle_\lambda$ est donc directement calculée à partir de mesures (*i.e.*, comptes numériques CN) et de coefficients d'étalonnage A et B, en général fournis avec les mesures satellites : $\langle L\rangle_\lambda = A_\lambda.CN + B_\lambda$, avec $B_\lambda \equiv -\frac{O}{G}$ et $A_\lambda \equiv \frac{1}{G}$.

Le bruit B_λ de chaque canal a 2 origines indépendantes :

- Bruit photonique inhérent au signal incident. La statistique d'arrivée des photons est poissonnienne, car la lumière est discrétisée en quanta d'énergie. Ainsi, pour N photons incidents en moyenne, la probabilité de recevoir n photons est : $\frac{N^n.e^{-N}}{n!}$. L'écart type est $\sqrt{N}$.
- Bruit propre à l'instrument (*i.e.*, écart type du bruit d'obscurité durant la mesure).

Le bruit B_λ peut être modélisé comme un bruit blanc additif gaussien de moyenne nulle et d'écart type σ_λ. Il est supposé indépendant entre les canaux. Il est souvent représenté par le SNR (Signal to Noise Ratio) pour un niveau de signal donné, par exemple pour une luminance de référence L_{ref}. Pour la luminance L_λ ($W/m^2/sr/\mu m$), un capteur {ouverture A (m^2), bande passante électrique Δf (Hz), efficacité électrique τ_e, transmittance optique τ_o, détecteur d'efficacité D^* (cm/W/Hz) et d'aire A_d (cm^2)} a :

$$SNR = \frac{\text{Puissance détectée } (P_d: L_\lambda.\Delta\lambda.A.\Delta\Omega)}{\text{Noise Equivalent Power } (NEP: NEP_f.\sqrt{\Delta f})} = \frac{\tau_e.\tau_o.L_\lambda.\Delta\lambda.A.\Delta\Omega.D^*}{\sqrt{A_d\Delta f}} \equiv \sqrt{L_\lambda}.\Delta\lambda$$

D^* : bruits de photon (shot noise) et thermique (www.coe.montana.edu/ee/jshaw/classes/RSS/RSS_S12/notes/6_EELE583_S12_Dets&Noise.pdf)

Tout canal spectral de capteur satellite est défini par: longueur d'onde centrale λ_c, largeur spectrale, luminances extrêmes (L_{min}, L_{max}), SNR à la luminance L_{ref} et codage (*e.g.*, 12 bits). La Table 4 donne les caractéristiques du capteur MSI du satellite Sentinel 2. Ses incertitudes radiomètriques sont : absolue (3%), relative entre bandes (3%) et relative temporelle (1%).

Canal	**$\Delta r_{échant}$** (m)	**Longueur d'onde centrale** (nm)	**Largeur spectrale** (nm)	**Luminance** (W/m^2/sr/µm) $L_{min} < L_{ref} < L_{max}$	**SNR** à L_{ref}
1	60	443	20	16 < 120 < 588	120
2	10	490	65	11.5 < 128 < 615.5	154
3	10	560	35	6.5 < 128 < 559	168
4	10	665	30	3.5 < 108 < 484	142
5	20	705	15	2.5 < 74.5 < 449.5	117
6	20	740	15	2 < 68 < 413	89
7	20	783	20	1.5 < 67 < 387	105
8	10	842	115	1 < 103 < 308	174
8a	20	865	20	1 < 52.5 < 308	72
9	60	945	20	0.5 < 9 < 233	114
10	60	1375	30	0.05 < 6 < 45	50
11	20	1610	90	0.5 < 4 < 70	100
12	20	2190	180	0.1 < 1.5 < 24.5	100

Table 4: *Canaux de Sentinel 2.* $\Delta r_{échant}$: échantillonnage spatial. Swath: 290km. Révisite: 5 jours.

Vu que le SNR varie avec la luminance mesurée L_{mes}, en étant en général proportionnel à la racine carrée de L_{mes}, le bruit associé à la luminance L_{TOA} mesurée à un instant t est :

$$B_\lambda(t) = \frac{L_{TOA}(t)}{SNR_{ref} \cdot \sqrt{\frac{L_{TOA}(t)}{L_{ref}}}} = \frac{\sqrt{L_{TOA}(t) \cdot L_{ref}}}{SNR_{ref}}$$

La luminance utile pour observer la Terre est souvent supposée être $L_u = L_{TOA} - L_{atm}$, où L_{atm} est la luminance atmosphérique. Avec l'hypothèse que le bruit sur L_u est proportionnel à L_u, on a :

$$B_{\lambda,Lu}(t) = B_\lambda(t).\frac{L_u(t)}{L_{TOA}(t)} = \frac{\sqrt{L_{TOA}(t).L_{ref}}}{SNR_{ref}} \times \frac{L_u(t)}{L_{TOA}(t)}$$

Les luminances mesurées sont souvent données avec une précision relative p (*e.g.*, 3%). L'obtention de cette précision avec une probabilité de 95% implique :

$$L_u.p > 2\,.B_{\lambda,Lu} \Rightarrow L_u > \frac{2}{p}.B_{\lambda,Lu} = \frac{2}{p}.\frac{\sqrt{L_{TOA}(t).L_{ref}}}{SNR_{ref}}.\frac{L_u(t)}{L_{TOA}(t)} = \frac{2}{p}.\frac{\sqrt{L_{ref}}}{SNR_{ref}}.\frac{L_u(t)}{\sqrt{L_{TOA}(t)}}$$

Note : le facteur 2 correspond au fait que la probabilité P(x) de réalisation d'un évènement x de statistique gaussienne, de moyenne nulle et écart-type σ, est 95 % si $x \in [-2\sigma ; +2\sigma]$.

Références de systèmes spatiaux : www.noaa.gov (NOAA/AVHRR), www.terra.nasa.gov (Terra/Modis), www.nasa.gov (NASA), www.modarch.gsfc.nasa.gov (Modis), www.spotimage.fr (SPOT/Végétation), www.cnes.fr, www.eumetsat.de, www.nasda.go.jp (ADEOS/GLI), www.envisat.esa.int (Envisat/Meris)

Annexe 1 : PROFONDEUR DE PENETRATION

Soit une onde de champs $\{\bar{E}, \bar{D}=\varepsilon.\bar{E}, \bar{B}=\mu.\bar{H}, \bar{H}\}$, notés $\bar{X}$, dans le milieu $\{\varepsilon, \mu\}$. Sa vitesse $\bar{v}$ est selon l'axe Oz.

● *Indice de réfraction $n(\lambda)$ et constante diélectrique $\varepsilon_r(\lambda)$*

Pour un milieu d'indice de réfraction $n = n_r + i.n_i = \|n\|.e^{i\phi}$: $\bar{X} = \bar{X}_o.e^{i.2\pi.(\frac{n.z}{\lambda_o} - \nu.t)}$ (n est souvent noté : m = n - i.k)

L'amplitude de $\bar{X}$ décroit selon Oz si le milieu est absorbant ($n_i \neq 0$) : $\bar{X} = \bar{X}_o.e^{i.2\pi.(\frac{z}{\lambda} - \nu.t)} = \bar{X}_o.e^{-2\pi.n_i.\frac{z}{\lambda_o}}.e^{i2\pi.(\frac{n_r.z}{\lambda_o} - \nu.t)}$

La vitesse de phase v vérifie $v.n_r = c$. Par suite : $\lambda_o = n_r.\lambda$. Les vrais champs sont $\mathcal{R}_e(\bar{E})$ et $\mathcal{R}_e(\bar{B})$. Le déphasage entre $\bar{E}$ et $\bar{B}$, et donc entre $\mathcal{R}_e(\bar{E})$ et $\mathcal{R}_e(\bar{B})$ est $\phi = \text{atan}(\frac{n_i}{n_r})$, car $\bar{B}_o = \frac{\bar{u} \times \bar{E}_o}{\mathcal{V}}$ et $\mathcal{V} = \frac{c}{n}$. Par suite : $\|\bar{B}_o\| = \frac{\|n\|}{c}.\|\bar{E}_o\| = \frac{1}{\|\mathcal{V}\|}.\|\bar{E}_o\|$

L'équation d'onde implique $\varepsilon_o.\mu_o.c^2 = \varepsilon.\mu.\mathcal{V}^2 = 1$. Dans un milieu non magnétique, ($\mu = \mu_o$), la constante diélectrique $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}$ vérifie donc : $\boxed{\varepsilon_r = n^2}$. Vu que "$\varepsilon_r = \mathcal{R}e(\varepsilon_r) + i.\mathcal{I}m(\varepsilon_r)$", l'on a :

$$\left.\begin{array}{l} n_r^2 = \frac{1}{2}.[\sqrt{\mathcal{R}e(\varepsilon_r)^2 + \mathcal{I}m(\varepsilon_r)^2} + \mathcal{R}e(\varepsilon_r)] \text{ et } \mathcal{R}e(\varepsilon_r) = n_r^2 - n_i^2 \\ n_i^2 = \frac{1}{2}.[\sqrt{\mathcal{R}e(\varepsilon_r)^2 + \mathcal{I}m(\varepsilon_r)^2} - \mathcal{R}e(\varepsilon_r)] \text{ et } \mathcal{I}m(\varepsilon_r) = 2.n_i.n_r \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \mathcal{R}e(\varepsilon_r) >> \mathcal{I}m(\varepsilon_r) \Rightarrow n_r \approx \mathcal{R}e(\varepsilon_r) \text{ et } n_i \approx \frac{\mathcal{I}m(\varepsilon_r)}{2\sqrt{\mathcal{R}e(\varepsilon_r)}} \\ \mathcal{I}m(\varepsilon_r) >> \mathcal{R}e(\varepsilon_r) \Rightarrow n_r \approx n_i \approx \sqrt{\frac{\mathcal{I}m(\varepsilon_r)}{2}} \end{array}$$

● *Eclairement et profondeur de pénétration d'une onde monochromatique*

Densité surfacique de puissance (vecteur de Poynting) : $\bar{\Pi} = \bar{E} \times \bar{H}^* = \bar{u}.\frac{E^2}{c.\mu} = \bar{u}.c.\varepsilon.E^2$ (W/m²) car $\bar{H} = \frac{1}{\mu.c}.\bar{u} \times \bar{E}$

Conservation de l'énergie (W/m³) $\Rightarrow \bar{\nabla}.\bar{\Pi} + \frac{1}{2}.\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon.E^2 + \mu.H^2) + \bar{j}_p.\bar{E} = 0$ ($\bar{\nabla}.\bar{\Pi}$ = densité volumique de puissance)

L'éclairement $J(z) = \langle \mathcal{R}_e(\bar{E}) \times \mathcal{R}_e(\bar{H}) \rangle_{temps} = \frac{1}{2}.\|\bar{\Pi}\| = \frac{1}{2}.\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}.n_r.E_o^2.e^{-4\pi.n_i.\frac{z}{\lambda_o}}$ est du à la partie de $\bar{H}$ en phase avec $\bar{E}$

On appelle parfois $Z = Z_o.n_r$ (ohms) l'impédance du milieu et $Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}} = 377\,\Omega$ l'impédance du vide.

Dans un milieu homogène sans diffusion : $\boxed{J(z) = J(0).e^{-\alpha_a.z}}$ avec le coefficient d'extinction par absorption $\boxed{\alpha_a = 4\pi.\frac{n_i}{\lambda_o}}$

- Profondeur de pénétration de l'intensité J (*i.e.*, $J \rightarrow \frac{J}{e}$) : $\boxed{\delta_p = \frac{1}{\alpha_a} = \frac{\lambda_o}{4\pi.n_i}}$. La transmittance sur un trajet Δz est $e^{-\alpha_e.\Delta z}$.

- Profondeur de pénétration de l'amplitude E (*i.e.*, $E \rightarrow \frac{E}{e}$) : $\boxed{\delta_{amp} = \frac{\lambda_o}{2\pi.n_i} = \frac{1}{\omega.n_i}.\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o.\mu_o}} = 2.\delta_p}$.

Milieu peu absorbant ($\mathcal{I}m(\varepsilon_r) << \mathcal{R}e(\varepsilon_r)$): $\delta_{amp} \approx \frac{\lambda_o}{\pi}.\frac{\sqrt{\mathcal{R}e(\varepsilon_r)}}{\mathcal{I}m(\varepsilon_r)}$. Milieu absorbant ($\mathcal{I}m(\varepsilon_r) >> \mathcal{R}e(\varepsilon_r)$): $\delta_{amp} \approx \frac{\lambda_o}{\pi}.\frac{1}{\sqrt{\mathcal{I}m(\varepsilon_r)}}$

Pour un milieu de conductivité $\sigma = \omega.\varepsilon_o.\mathcal{I}m(\varepsilon_r)$, alors $\delta_{amp} = 2.\frac{\sqrt{\text{Re}(\varepsilon)}}{\sigma.\sqrt{\mu}}\delta_{amp}$ si le milieu est très peu conducteur ($\sigma << 1 \Rightarrow \mathcal{I}m(\varepsilon_r) << \mathcal{R}e(\varepsilon_r)$) et $\delta_{amp} = \frac{4}{\sigma.\sqrt{\sigma.\mu.\varepsilon}}$ si le milieu est très conducteur ($\sigma >> 1 \Rightarrow \mathcal{I}m(\varepsilon_r) >> \mathcal{R}e(\varepsilon_r)$)

La variabilité spectrale de $\varepsilon_r(\lambda)$ est illustrée ici pour l'eau, à $\lambda \approx 3$cm (Figure 54). Elle est cohérente avec la variabilité spectrale de $n(\lambda)$ (Figure 55) et de la profondeur de pénétration (Figure 56).

Dans un milieu particulaire (densité N, sections efficace d'absorption σ_a, diffusion σ_d et interception $\sigma_e = \sigma_a + \sigma_d$, avec de possibles diffusions, l'onde non interceptée suit la loi de Beer Lambert: $J(z) = J(0).e^{-\alpha_e.z}$ où le coefficient d'extinction $\alpha_e = N.\sigma_e$ est l'extinction par absorption ($\alpha_a = N.\sigma_a$) et diffusion ($\alpha_d = N.\sigma_d$). On a : $\delta_p = \frac{1}{\alpha_e}$.

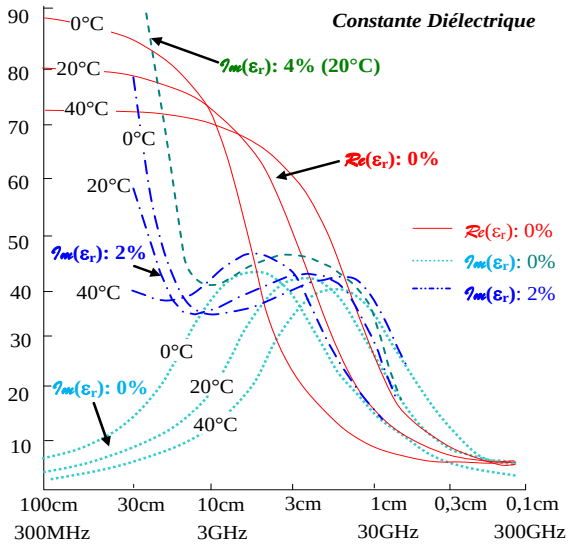


Figure 54

Constante diélectrique $\varepsilon_r(\nu)$ de l'eau à plusieurs salinités (0, 2%, 4%) et températures (0°C, 20°C, 40°C).

La polarisation d'orientation dipolaire explique le maximum de ε_r à $\lambda_{max} \approx 3$cm. λ_{max} varie en fonction de la température. $\Im m(\varepsilon_r(\nu))$ et $\Re e(\varepsilon_r(\nu))$ varient avec la température, la fréquence et la salinité.

$\Im m(\varepsilon_r(\nu))$ augmente beaucoup avec la salinité (*i.e.*, conductivité ionique) aux basses fréquences $\Rightarrow$ forte diminution de la profondeur de pénétration.

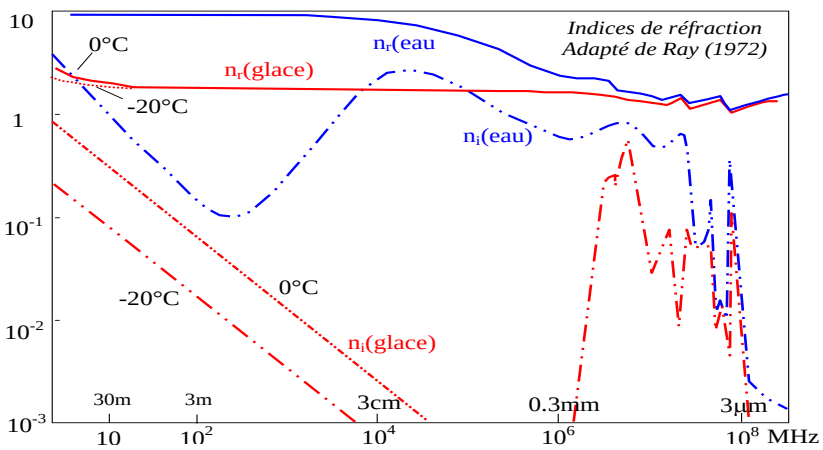
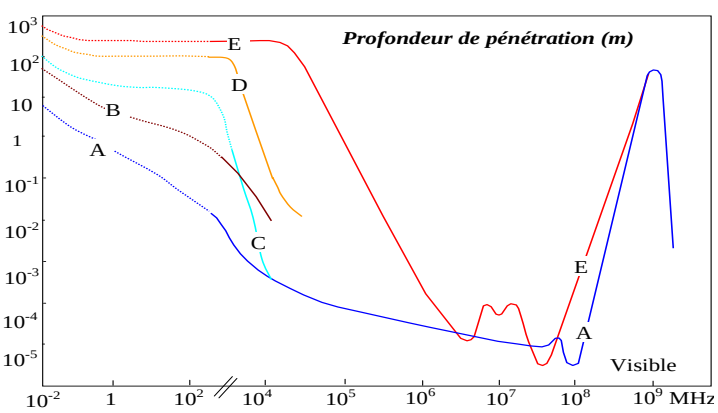


Figure 55:

Indice de réfraction réel n_r et complexe n_i. Eau (25°C) et glace (-20°C et 0°C). n_i(glace) << n_i(eau) $\forall\lambda$.



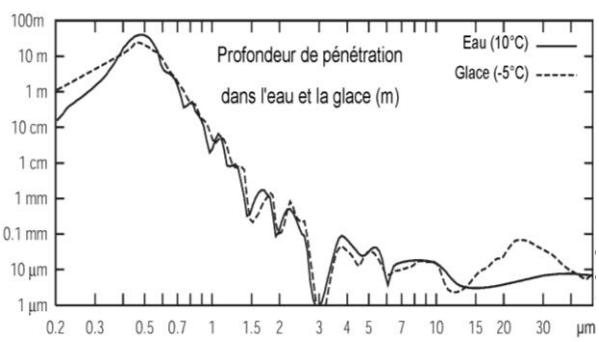


Figure 56 : *Profondeur de pénétration*. a) Eau de mer (A), sol humide (B), eau douce (C), sol très sec (D), glace (E) de 10^{-2} à 10^9 MHz. Visible : très faible $n_i \Rightarrow$ très forte profondeur de pénétration. Du bleu au rouge, n_r(eau) décroît de 1.37 (ρ_{eau} =0.024) à 1.33 (ρ_{eau} = 0.02). b) Eau et glace de 0.2 à 40µm.

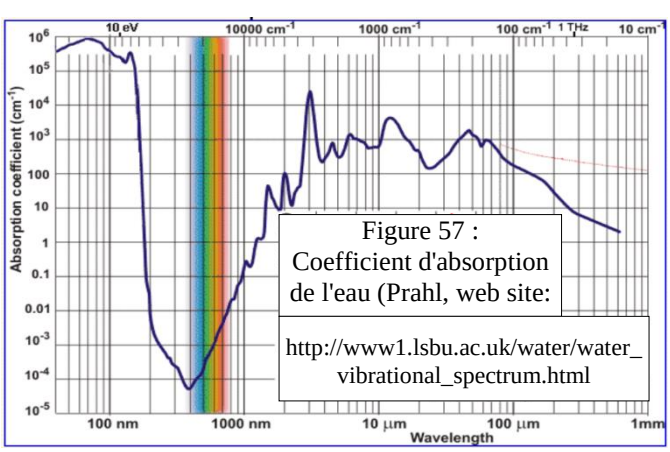


Figure 57 : Coefficient d'absorption de l'eau (Prahl, web site: http://www1.lsbu.ac.uk/water/water_vibrational_spectrum.html

Annexe 2 : POLARISATION

La polarisation est donnée par la direction de $\bar{E}$ pour une onde monochromatique, et de manière statistique pour une onde non monochromatique. Dans un milieu de propagation isotrope, les champs $\bar{E}$ et $\bar{D}$ ont la même direction. Ici, une onde se propage selon la direction Oz. $\bar{D}$ et $\bar{E}$ sont donc dans le plan (x, y) $\perp$ Oz. Lors d'une interaction avec une surface de normale Ω_n, Ox est en général la direction perpendiculaire à Oz et au plan d'incidence, ce qui définit Oy (*i.e.*, (O, x, y, z) est un dièdre. La diffusion d'une onde non polarisée incidente sur une surface lisse ou des aérosols donne en général une onde en partie polarisée. Le mesure de cette polarisation peut renseigner sur le milieu diffusant (*e.g.*, aérosols atmosphériques).

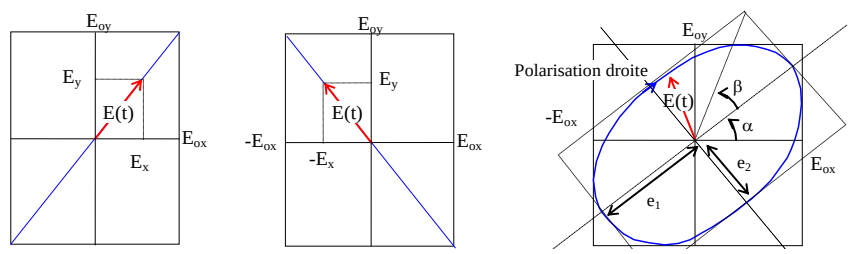
- **Onde monochromatique**

A tout instant t et en tout point M(x,y,z), le champ instantané $\bar{E}$ (M,t) est la somme de 2 composantes:

$$\bar{E}(M,t) = \bar{E}_x(M,t) + \bar{E}_y(M,t) \quad \text{où} \quad \begin{aligned} \bar{E}_x(M,t) &= \bar{E}_{ox}.\cos(\omega t - k.z + \Phi_x) = \bar{u}_x.E_{ox}.\cos(\omega t - k.z + \Phi_x) \\ \bar{E}_y(M,t) &= \bar{E}_{oy}.\cos(\omega t - k.z + \Phi_y) = \bar{u}_y.E_{oy}.\cos(\omega t - k.z + \Phi_y) \end{aligned}$$

L'onde est non polarisée si le déphasage $\Phi = (\Phi_x - \Phi_y)$ entre $\bar{E}_x$ et $\bar{E}_y$ est aléatoire. Elle est polarisée si Φ=cste (*e.g.*, onde monochromatique). L'extrémité de $\bar{E}$ décrit alors une ellipse (axes e_1 et e_2) dans le plan (x, y) :

$$\frac{E_x^2}{E_{ox}^2} - 2.\frac{E_x}{E_{ox}}.\frac{E_y}{E_{oy}}.\cos\Phi + \frac{E_y^2}{E_{oy}^2} = \sin^2\Phi \qquad \text{avec} \quad e_1^2 + e_2^2 = E_{ox}^2 + E_{oy}^2$$



Linéaire : $\Phi = 0°$ *Linéaire : $\Phi = \pi$* *Elliptique*

Figure 58 : *Polarisation.*

a) Polarisation rectiligne si $\Phi = 0$ (*i.e.*, E_x et E_y ont même signe) ou $\Phi = \pi$. (signes opposés de E_x et E_y).

b) Polarisation elliptique si $\Phi \neq 0$. Elle est 'gauche' si l'on voit l'onde venir avec le champ $\bar{E}$ qui tourne dans le sens trigonométrique ($\Phi \in [\pi\ 2\pi[$) et 'droite' autrement ($\Phi \in]0\ \pi[$). Elle est dite circulaire si $E_{ox} = E_{oy}$ et si $\Phi = \pi/2$ (polarisation droite) ou $\Phi = -\pi/2$ (polarisation gauche). L'ellipse est définie par son orientation $\alpha \in [0\ \pi]$: $\tan(2\alpha) = \frac{2.E_{ox}.E_{oy}}{E_{ox}^2 - E_{oy}^2}.cos\Phi$ et son angle d'ellipsité $\beta \in [-\frac{\pi}{4}\ \frac{\pi}{4}]$: $\sin 2\beta = \frac{2.E_{ox}.E_{oy}}{E_{ox}^2 + E_{oy}^2}.sin\Phi$

L'onde issue d'un processus naturel (*e.g.*, émission thermique) n'est pas 100% polarisée (*i.e.*, somme d'ondes de polarisation linéaire, circulaire et elliptique). En effet, elle est due à beaucoup d'oscillateurs plus ou moins indépendants et de durée de vie Δt_o finie. Elle peut être représentée par la somme de 2 ondes de polarisations rectilignes orthogonales avec un déphasage aléatoire (*i.e.*, ondes incohérentes.).

Le vecteur de Stokes (I,Q,U,V) décrit la polarisation de toute onde : puissance totale $I = \varepsilon.c.\bar{E}.\bar{E}^*$, différence Q de puissance entre les polarisations selon x et y, différence U de puissance entre les polarisations linéaires selon θ=45° et θ=-45°, et différence V de puissance entre les polarisations circulaires gauche et droite.

(I,0,0, 0): pas de polarisation	(I,I,-I,0): polarisation à -45° de V-pol
(I,I,0, 0): polarisation linéaire V-pol	(I,0,0,I): polarisation circulaire gauche
(I,-I,0,0): polarisation linéaire H-pol	(I,0,0,-I): polarisation circulaire droite
(I,0,I,0): polarisation à 45° de V-pol	(I,cos2α.cos2β,sin2α.cos2β,sin2β): elliptique

Le vecteur de Stokes de la somme de 2 ondes est la somme des vecteurs de Stokes des 2 ondes.

L'onde monochromatique est 100% polarisée: $I = [E_{ox}^2 + E_{oy}^2]$, $Q = [E_{ox}^2 - E_{oy}^2]$, $U = 2.E_{ox}.E_{oy}.\cos\Phi$, $V = 2E_{ox}.E_{oy}.\sin\Phi$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I^2 = Q^2 + U^2 + V^2, \quad Q = I.\cos 2\alpha.\cos 2\beta, \quad U = I.\sin 2\alpha.\cos 2\beta, \quad V = I.\sin 2\beta}$$

Une onde a un degré de polarisation $P = \frac{I_{pol}}{I_{pol} + I_{non\ pol}} = \frac{\sqrt{Q^2+U^2+V^2}}{I}$. Elle est 100% polarisée (P=1) si $I^2 = Q^2+U^2+V^2$, non polarisée (P=0) si Q=U=V=0 (corrélation nulle entre composantes verticales et horizontales de $\bar{E}$), et en partie polarisée (P<1) si $I^2 \geq Q^2+U^2+V^2$. Sa puissance polarisée est $\sqrt{Q^2+U^2+V^2}$ et non polarisée $I - \sqrt{Q^2+U^2+V^2}$.

La matrice 4x4 de Mueller M lie les vecteurs de Stokes des ondes diffusée et incidente: $(I_s,Q_s,U_s,V_s) = (M)(I_{in},Q_{in},U_{in},V_{in})$

• **Onde quasi-monochromatique**

Considérons la superposition d'ondes planes ($\nu \approx \nu_o$), avec E_{ox}, E_{oy}, Φ_x et Φ_y réels et lentement variables dans le temps par rapport à ν_o. Elle est définie par son vecteur de Stokes ou sa matrice de covariance :

$$\bar{\bar{C}} = \begin{pmatrix} \langle E_x.E_x^* \rangle & \langle E_x.E_y^* \rangle \\ \langle E_y.E_x^* \rangle & \langle E_y.E_y^* \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{pmatrix} \quad \text{où } C_{xx} + C_{yy} - C_{xy} - C_{yx} = \langle (E_x - E_y) \,.\, (E_x^* - E_y^*) \rangle = \langle |E_x - E_y|^2 \rangle \geq 0$$

L'onde a une intensité $I = C_{xx} + C_{yy}$ et un degré de cohérence entre E_x et E_y: $\mu_{xy} = \dfrac{\langle E_x.E_y^* \rangle}{\sqrt{\langle E_x.E_x^* \rangle . \langle E_y.E_y^* \rangle}} = \dfrac{C_{xy}}{\sqrt{C_{xx}.C_{yy}}}$

Vecteur de Stokes d'onde quasi-monochromatique : $I = C_{xx} + C_{yy}$, $Q = C_{xx} - C_{yy}$, $U = C_{xy} + C_{yx}$, $V = i.(C_{yx} - C_{xy})$

$$\Rightarrow \; C_{xx} = \frac{1}{2}.(I + Q), \quad C_{yy} = \frac{1}{2}.(I - Q), \quad C_{xy} = \frac{1}{2}.(U + i.V), \quad C_{yx} = \frac{1}{2}.(U - i.V)$$

$\bar{\bar{C}}$ peut être dérivé de 4 mesures d'intensité $I(\theta)$ selon 4 directions repérées par l'angle θ par rapport à l'axe Ox, dans le plan Oxy. En effet : $E(t,\theta) = E_x.\cos\theta + E_y.\sin\theta$, avec $I(t,\theta) = E_x^2.\cos^2\theta + E_y^2.\sin^2\theta + 2\Re(E_x.E_y^*).\sin\theta.\cos\theta$:

$\Rightarrow$ Intensité moyenne : $I(\theta) = \langle I(t,\theta) \rangle_{temps} = C_{xx}.\cos^2\theta + C_{yy}.\sin^2\theta + (C_{xy} + C_{yx}).\sin\theta.\cos\theta = \dfrac{1}{2}.[I + Q.\cos^2\theta + 2\Re(E_x.E_y^*).\sin^2\theta]$

On a bien : $\theta = 0 \Rightarrow E^2 = E_x^2$ et $\theta = \pi/2 \Rightarrow E^2 = E_y^2$.

- *Onde non polarisée* : E_x et E_y décorrélés ($\mu_{xy} = Q = U = V = 0$) et $I(\theta) = I =$ constante. Par suite $\bar{\bar{C}} = \dfrac{I}{2}.\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Le vecteur de Stokes d'une onde non polarisée peut s'écrire comme la somme de 2 vecteurs de Stokes de 2 ondes 100% polarisées de polarisation orthogonale : $S(I,0,0,0) = S(\frac{I}{2},Q,U,V) + S(\frac{I}{2},-Q,-U,-V)$ où $\dfrac{I^2}{4} = Q^2 + U^2 + V^2$

- *Onde totalement polarisée* : $\bar{\bar{C}} = \begin{pmatrix} E_{ox}^2 & E_{ox}.E_{oy}.e^{i\Phi} \\ E_{ox}.E_{oy}.e^{-i\Phi} & E_{oy}^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \; \mathrm{Det}(\bar{\bar{C}}) = 0$

- *Onde en partie polarisée* : $\mathrm{Det}(\bar{\bar{C}}) \neq 0$. $\bar{\bar{C}}$ est la somme d'un terme non polarisé et d'un terme 100% polarisé :

$$\bar{\bar{C}} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B & D \\ D^* & G \end{pmatrix} \quad \text{où } A, B, G \geq 0,\; B.G - D.D^* = 0,\; I_{non\,pol} = 2A,\; I_{pol} = B + G,\; \begin{pmatrix} B & D \\ D^* & G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{xx}-A & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy}-A \end{pmatrix}$$

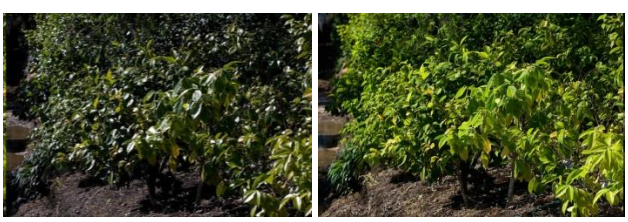
On en déduit : $I_{pol} = I - I_{non\,pol} = C_{xx} + C_{yy} - 2.A = \sqrt{(C_{xx} + C_{yy})^2 - 4.(C_{xx}.C_{yy} - C_{xy}.C_{yx})} \;\Rightarrow\; P = \sqrt{1 - \dfrac{4.\mathrm{Det}(\bar{\bar{C}})}{(C_{xx} + C_{yy})^2}}$

• **Polarisation linéaire (V=0)**

La diffusion d'ordre 1 crée une polarisation linéaire de degré de polarisation $P = \dfrac{\sqrt{Q^2+U^2}}{I}$ et de direction de polarisation $\alpha = 0.5.\tan^{-1}(U/Q)$. Les termes Q et U dépendent des axes Ox et Oy choisis, contrairement à P et I. Vu que V = 0, trois mesures (*i.e.*, I, Q, U) sont suffisantes pour déterminer une polarisation linéaire.

Si l'axe Ox est parallèle à la direction α de polarisation : $E_y = 0 \;\Rightarrow\; U = 0 \;\Rightarrow\; P = Q/I = \dfrac{E_\alpha^2 - E_{\alpha+\pi/2}^2}{E_\alpha^2 + E_{\alpha+\pi/2}^2}$.

D'une manière générale, l'intensité du rayonnement mesuré (diffusé) dépend de sa polarisation (*Figure 59*).

a)  b) 

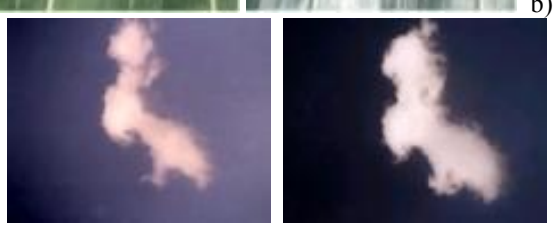
c)  d) 

Figure 59 : Effets de la polarisation. a) Réflexion de maïs pour direction quelconque et spéculaire. b, c, d) Feuillage, nuage et ciel sans et avec filtre polarisant ($\Rightarrow$ images plus contrastées).

Annexe 3 : COHERENCE

Tout rayonnement présente des irrégularités spatio-temporelles. Ces irrégularités doivent être prises en compte lors de l'analyse de mesures radiomètriques comme les mesures interférométriques en télédétection. Elles sont dues au fait qu'il n'existe pas de source capable d'émettre depuis chacun de ses points une onde monochromatique (cohérence temporelle) avec une différence de phase constante (cohérence spatiale) entre ses différents points d'émission. En effet, une source naturelle émet des paquets d'onde successifs qui s'amortissent dans le temps et les phases de ces paquets d'onde sont aléatoires et donc indépendantes.

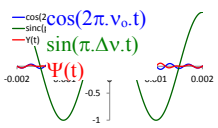
- **Cohérence temporelle**

Le temps de cohérence est la durée moyenne Δt_o des paquets d'ondes. C'est le temps après lequel, 2 ondes (ν et $\nu+d\nu$) du paquet d'ondes, et donc initialement en phase, sont déphasées de π (*i.e.*, demi-longueur d'onde).

Soit une onde en propagation selon Oz: $\bar{\Psi}(\bar{r},t)=\bar{\Psi}_o(\bar{r},t).e^{i.[\bar{k}.\bar{r}-\omega.t-\varphi(\bar{r},t)]}$, où $\bar{\Psi}$ peut être $\bar{E}$, $\bar{B}$, $\bar{D}$ et $\bar{H}$. Elle est dite monochromatique (*i.e.*, train d'onde infini) si $\varphi(\bar{r},t)$ = cste. Son spectre $\Psi(\nu)$ est alors nul à toute fréquence sauf la fréquence ν_o : $\Psi(z)=\Psi(\nu_o).\cos[2\pi.\nu_o.(t-\frac{z}{c})]$. Pour une onde réelle, le spectre $\Psi(\nu)$ est non nul sur un intervalle $\Delta\nu$ non infiniment petit. Ainsi, au point M(z) à l'instant t :

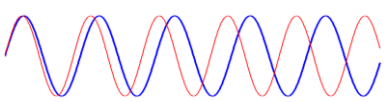
$$\Psi(z,t) = \int_0^{\infty} \Psi(\nu).\cos[2\pi.\nu.(t-\frac{z}{c})].d\nu$$

Si $\Psi(\nu)=\frac{\Psi_o}{\Delta\nu}\ \forall\nu\in[\nu_o-\frac{\Delta\nu}{2}\ \nu_o+\frac{\Delta\nu}{2}]$: $\Psi(z,t)=\Psi_o.\cos[2\pi.\nu_o.(t-\frac{z}{c})].\frac{\sin[2\pi.\frac{\Delta\nu}{2}.(t-\frac{z}{c})]}{2\pi.\frac{\Delta\nu}{2}.(t-\frac{z}{c})}$



$\text{sinc}[2\pi.\frac{\Delta\nu}{2}.(t-\frac{z}{c})]$ module l'amplitude monochromatique $\Psi_o.\cos[2\pi.\nu_o.(t-\frac{z}{c})]$.

$\Psi(z,t)\to 0$ si $\Delta\nu.(t-\frac{z}{c})>>1$. De plus, $\Psi(z,t)=0$ (*i.e.*, perte de cohérence) au temps de cohérence $\Delta t_o\approx\frac{1}{\Delta\nu}$, et donc à la longueur de cohérence $\Delta l_o=c.\Delta t_o$ (*i.e.*, $\frac{\lambda_o^2}{\Delta\lambda}$ si $\Delta\nu\ll\nu_o$). Cette perte de cohérence survient quand les ondes de fréquences "$\nu_o+\frac{\Delta\nu}{2}$" et "$\nu_o-\frac{\Delta\nu}{2}$" deviennent en opposition de phase.



Δt_o et Δl_o dépendent beaucoup du domaine spectral :

- onde radar (*e.g.*, 1m/300MHz) de bande passante $\Delta\nu$=100Hz: Δl_o=3000km ($\Delta t_o = 10^{-2}$s) $\Rightarrow$ speckle possible
- onde thermique (*e.g.*, 10 µm / 3 10^4 GHz) de faible bande passante $\Delta\nu$ = 10 MHz : Δl_o = 30 m ($\Delta t_o = 10^{-7}$s)
- onde visible. Cas d'atomes rayonnants dans tube à décharge : $\Delta\nu=10^2-10^3$MHz, Δl_o=0.3-3 m ($\Delta t_o=10^{-8}$s - 10^{-9}s)

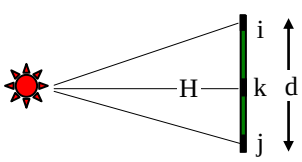
- **Cohérence spatiale de l'éclairement**

L'éclairement d'une cible est cohérent si le rayonnement incident a une cohérence temporelle (*i.e.*, onde quasi monochromatique: $\Delta t_o>>1$) et spatiale (*i.e.*, invariabilité temporelle de la différence de phase $\Delta\Phi_{ij}$ des champs $\bar{E}_i$ et $\bar{E}_j$ en tous points i et j de la cible). En général, il n'y a cohérence spatiale que s'il y a cohérence temporelle (*i.e.*, source assez monochromatique) et spatiale de la source. Ci-dessous, l'on considère une cible (longueur d, extrémités i et j, centre k) à une distance H d'une source qui peut être ponctuelle ou étendue.

<u>*Source ponctuelle*</u> (temps de cohérence Δt_o, longueur d'onde centrale λ). Etant ponctuelle, elle est spatialement cohérente, mais peut créer un éclairement spatialement incohérent. Il y a cohérence spatiale sous 2 conditions :

- durant Δt_o, les vibrations incidentes en tout point de la cible viennent du même paquet d'onde. Pour cela, les déphasages $\Delta\Phi_{ik}$ et $\Delta\Phi_{jk}$ doivent vérifier :

$$\Delta\Phi_{ik}=\Delta\Phi_{jk}=\frac{2\pi}{\lambda}.[\sqrt{H^2+\frac{d^2}{4}}-H]<<\frac{2\pi}{\lambda}.c.\Delta t_o \ \Rightarrow\ d<<2.\sqrt{2H.c.\Delta t_o}\quad \text{si } H>>d$$



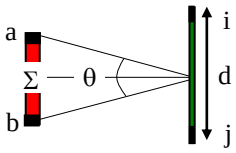
- très petit $\Delta\Phi_{ij}\ \forall i,j : \Delta\Phi_{ij}<<\pi \Rightarrow d<<\sqrt{\lambda.H}$ (*e.g.*, λ = 1µm et H = 800 km $\Rightarrow$ d << 1m)

<u>*Source naturelle étendue*</u>. Ses éléments émettent indépendamment les uns des autres. Tout point d'une cible reçoit alors à tout instant des paquets d'onde indépendants entre eux, mais l'éclairement peut cependant être spatialement cohérent. Ainsi, considérons une source monochromatique étendue Σ dont les 2 extrémités a et b

émettent des ondes de pulsation ω et de phases respectives τ_a et τ_b, avec une cohérence Δt_o. Soit ϕ_{ai}, ϕ_{aj}, ϕ_{bi} et ϕ_{bj} les variations de phase associées aux trajets optiques '(a, b) $\rightarrow$ (i, j)'. Le champ $\bar{E}$ en i et j est proportionnel à :

- i: $\cos(\omega t+\tau_a-\phi_{ai})+\cos(\omega t+\tau_b-\phi_{bi})=2.\cos(\omega t+\frac{\tau_a+\tau_b}{2}-\frac{\phi_{ai}+\phi_{bi}}{2}).\cos(\frac{\tau_a-\tau_b}{2}-\frac{\phi_{ai}-\phi_{bi}}{2})$

- j: $\cos(\omega t+\tau_a-\phi_{aj})+\cos(\omega t+\tau_b-\phi_{bj})=2.\cos(\omega t+\frac{\tau_a+\tau_b}{2}-\frac{\phi_{aj}+\phi_{bj}}{2}).\cos(\frac{\tau_a-\tau_b}{2}-\frac{\phi_{aj}-\phi_{bj}}{2})$



La différence de phase $\Delta\phi_{ij}=[\frac{\phi_{ai}-\phi_{aj}}{2}+\frac{\phi_{bi}-\phi_{bj}}{2}]$ des ondes en i et j ne dépend pas de τ_a et τ_b. On a $\text{Max}\{\Delta\phi_{ij}\}=\frac{2\pi}{\lambda}.d.\frac{\theta}{2}$ où θ est l'angle sous lequel le centre de la cible voit Σ. La condition de cohérence spatiale est $\text{Max}\{\Delta\phi_{ij}\}<<\pi$, soit $\lambda>>d.\theta$, indépendamment de la cohérence Δt_o de la source. Une cohérence spatiale sur 10 cm avec une source étendue à $\lambda=1\,\mu$m exige donc $\theta<10^{-5}$ rd. Ceci est impossible pour l'éclairement solaire de la Terre, car la Terre voit le soleil sous l'angle $\theta\approx5.10^{-3}$ rd. De plus, l'éclairement d'une cible ne peut être cohérent que si $d<<2.\sqrt{2H.c.\Delta t_o}$ (le même paquet d'onde éclaire tout point de la cible durant Δt_o) et $d<<\sqrt{\lambda.H}$ ($\Delta\Phi_{ij}<<\pi$).

La réponse d'un capteur tend à être une fonction linéaire de l'amplitude complexe d'une vibration cohérente et une fonction linéaire de l'intensité (carré du module) d'une vibration incohérente.

- **Eclairements moyen et cohérent**

$\Psi(\bar{r},t)$ est traité ici comme une variable aléatoire de $\bar{r}$ et t. Par suite: $\Psi(\bar{r},t)=<\Psi(\bar{r},t)>+\Psi_f(\bar{r},t)$ où l'opérateur <> est la moyenne des réalisations possibles. $<\Psi(\bar{r},t)>$ est donc le champ cohérent et Ψ_f le champ incohérent (partie fluctuante : $<\Psi_f(\bar{r},t)>=0$) de Ψ. L'éclairement est $J(\bar{r},t)=<J(\bar{r},t)>+J_f(\bar{r},t)$ où $<J(\bar{r},t)>$ est la composante moyenne et $J_f(\bar{r},t)$ la composante fluctuante. $J(\bar{r},t)$ étant proportionnel au carré du module de $\Psi(\bar{r},t)$, on a :

$$<J(\bar{r},t)>\equiv<|\Psi(\bar{r},t)|^2>=|<\Psi(\bar{r},t)>|^2+<|\Psi_f(\bar{r},t)|^2>=J_c(\bar{r},t)+J_{inc}(\bar{r},t)$$

On appelle éclairement cohérent l'éclairement du au champ cohérent : $J_c(\bar{r},t)=|<\Psi(\bar{r},t)>|^2\neq|<J(\bar{r},t)>|$, et éclairement incohérent l'éclairement du au champ incohérent : $J_{inc}(\bar{r},t)=<|\Psi_f(\bar{r},t)|^2>$.

La variance temporelle de l'éclairement est : $\sigma^2=<J(\bar{r},t)^2>-<J(\bar{r},t)>^2=<J_{inc}(\bar{r},t)^2>$.

La fonction de cohérence mutuelle quantifie la cohérence de 2 observations $\Psi_1(\bar{r}_1,t_1)$ et $\Psi_2(\bar{r}_2,t_2)$:

$$\Gamma_{12}(\bar{r}_1=\bar{r}_2,t_1,t_2)=<\Psi_1(\bar{r}_1,t_1).\Psi_2^*(\bar{r}_2,t_2)>=<\Psi_1(\bar{r}_1,t_1)>.<\Psi_2^*(\bar{r}_2,t_2)>+<\Psi_{f1}(\bar{r}_1,t_1).\Psi_{f2}^*(\bar{r}_2,t_2)>=\Gamma_c+\Gamma_f$$

Si "$\bar{r}_1=\bar{r}_2=\bar{r}$ et $t_1=t_2=t$", *i.e.* (1) $\equiv$ (2), alors $\Gamma_{12}=\Gamma_{21}$ est la fonction d'auto corrélation.

$\Psi(\bar{r},t)$ est dit stationnaire si Γ_{12} ne dépend que de $(\bar{r}_1,\bar{r}_2,\tau=t_1-t_2)$. Dans ce cas: $\Gamma_{12}(\bar{r}_1,\bar{r}_2,\tau)=<\Psi_1(\bar{r}_1,t).\Psi_2^*(\bar{r}_2,t+\tau)>\ \forall t$

- **Cohérence d'un signal somme de 2 ondes**

Soit la somme $\Psi(\bar{r},t)=\Psi_1(\bar{r},t)+\Psi_2(\bar{r},t)$. On a : $<J(\bar{r},t)>\equiv<\Psi(\bar{r},t).\Psi^*(\bar{r},t)>=\Gamma_c+\Gamma_f$

où $\Gamma_c=|<\Psi(\bar{r},t)>|^2=|<\Psi_1(\bar{r},t)>|^2+|<\Psi_2(\bar{r},t)>|^2\equiv<J_1(\bar{r},t)>+<J_2(\bar{r},t)>$ et $\Gamma_f=<\Psi_f(\bar{r},t).\Psi_f^*(\bar{r},t)>$

Si $\Psi(\bar{r},t)$ est stationnaire : $<J(\bar{r},t)>=<J_1(\bar{r},t)>+<J_2(\bar{r},t)>+2.\Re_e\{\Gamma_{12}(\bar{r},\tau)\}$

La cohérence peut être quantifiée par $\gamma_{12}(\bar{r},\tau)=\frac{\Gamma_{12}(\bar{r},\tau)}{\sqrt{<J_1(\bar{r},t)>.<J_2(\bar{r},t)>}}$.

Si $\gamma_{12}(\tau)=0$: $<J(\bar{r},t)>=<J_1(\bar{r},t)>+<J_2(\bar{r},t)>$. Les champs $\bar{\Psi}_1(\bar{r},t)$ et $\bar{\Psi}_2(\bar{r},t)$ sont incohérents.

Si $\gamma_{12}(\tau)=1$: l'intensité $<J(\bar{r},t)>$ fluctue entre $[\sqrt{<J_1>}-\sqrt{<J_2>}]$ et $[\sqrt{<J_1>}+\sqrt{<J_2>}]$. Le signal correspond à la somme de deux ondes monochromatiques déphasées de $\arg(\gamma_{12})$.

Annexe 4 : REFLEXION DE SURFACE (coefficients de Fresnel)

L'éclairement d'un milieu induit des mécanismes de surface et de volume. Ici, seuls les mécanismes de surface (*i.e.*, réflexion et réfraction) sont considérés.. Ils surviennent à l'interface de 2 milieux dont les indices de réfraction n_1 et n_2 diffèrent. Ils dépendent de facteurs diélectriques (*i.e.*, n_1 et n_2) et géomètriques avec le rapport "dimension χ de la rugosité de l'interface / longueur d'onde λ du rayonnement incident". Ainsi, un milieu pour lequel $\chi << \lambda$, tend à se comporter comme une surface lisse (*i.e.*, réflectance spéculaire). Une onde diffusée par une surface conserve la cohérence de l'onde incidente si la surface est lisse (*i.e.*, non rugueuse).

I. Réflexion sur surface lisse (diélectrique isotrope non magnétique)

Le principe de Fermat indique que la lumière suit un chemin optique $\int_{\Delta l_o} n(r).dr$ stationnaire, avec dr le déplacement dans un milieu d'indice de réfraction n(r). Considérons une interface plane et lisse entre 2 milieux d'indices n_1 et n_2 (Figure 60). La stationnarité du trajet AMN_{out}, où N_{out} est B ou C, avec $\bar{u}_{in}$ et $\bar{u}_{out}$ les vecteurs unitaires des directions de l'onde avant et après interaction, implique $d(n_{in}.AM+n_{out}.MC)=[n_{in}.AM.\bar{u}_{in}+n_{out}.MC.\bar{u}_{out}].d\bar{M} = 0$ donne la représentation vectorielle de la loi de Snell :

$$n_{in}.\bar{u}_{in} - n_{out}.\bar{u}_{out} = a.\bar{n}$$

a est un nombre réel et $\bar{n}$ est le vecteur unitaire normal à l'interface (*i.e.*, parallèle au gradient de l'indice n).

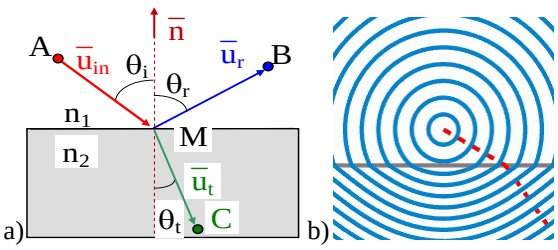


Figure 60 : *Interaction de surface.*

a) Réfraction : $n_{out} = n_2$ et $\bar{u}_{out} = \bar{u}_t \Rightarrow n_1.\sin\theta_i = n_2.\sin\theta_t$

Réflexion : $n_{out} = n_1$ et $\bar{u}_{out} = \bar{u}_r \Rightarrow \theta_r = \theta_i$

$\bar{u}_r = \bar{u}_{in} + 2.\cos\theta_i.\bar{n}$ et $\bar{u}_t = \frac{n_2}{n_1}.\bar{u}_{in} + (\frac{n_2}{n_1}.\cos\theta_i - \cos\theta_t).\bar{n}$

b) *Fronts d'onde issus d'une source ponctuelle*. Le milieu du bas a un indice de réfraction plus élevé. La vitesse de la lumière y est plus faible.

L'écriture de la continuité des champs électriques et magnétiques au niveau d'une interface "lisse" entre 2 milieux plans, en distinguant les polarisations horizontale et verticale, permet de retrouver les lois de Snell-Descartes et donc de calculer les coefficients de Fresnel (réflectance et transmittance) de cette interface :

$$E_{iv} + E_{rv} = E_{tv} \qquad H_{iv} + H_{rv} = H_{tv} \quad D_{ih} + D_{rh} = D_{th} \quad B_{ih} + B_{rh} = B_{th}$$

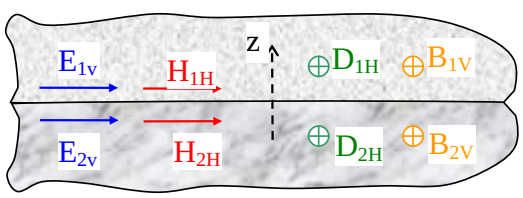


Figure 61
Champs électriques et magnétiques à l'interface de 2 milieux 1 et 2.

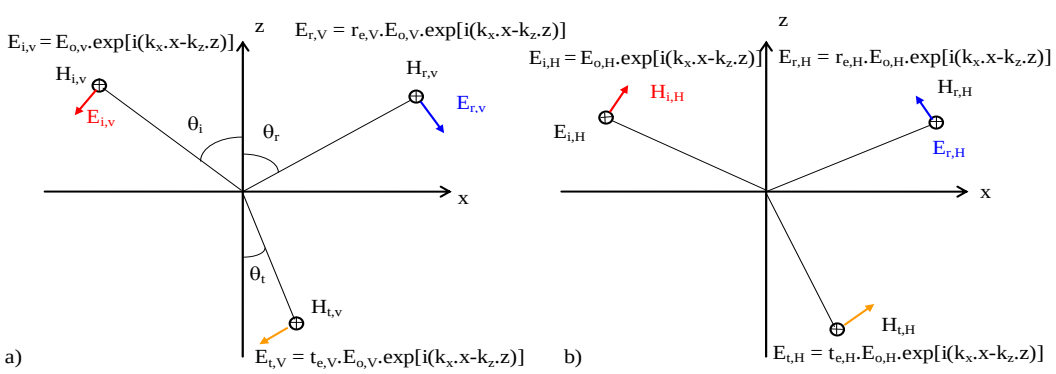


Figure 62 : *Réflexion et transmission d'ondes sur une interface plane.*

(a) Polarisation verticale/parallèle (champ incident $\bar{E}_i$ dans le plan d'incidence). (b) Polarisation horizontale/perpendiculaire ($\bar{E}_i$ normal au plan d'incidence). Les coefficients de réflectance et de transmittance de l'amplitude des champs $\bar{E}$ et $\bar{B}$ sont respectivement (r_e, t_e) et (r_m, t_m).

• **Onde incidente de polarisation parallèle/verticale**

Onde incidente	Onde transmise	Onde réfléchie
$E_{ix} = -a.\cos\theta_i.A_i$ $E_{iy} = 0$ $E_{iz} = -a.\sin\theta_i.A_i$	$E_{tx} = -t_{ev}.a.\cos\theta_t.A_i$ $E_{ty} = 0$ $E_{tz} = -t_{ev}.a.\sin\theta_t.A_i$	$E_{rx} = r_{ev}.a.\cos\theta_r.A_i$ $E_{ry} = 0$ $E_{rz} = -r_{ev}.a.\sin\theta_r.A_i$
E dans (xOz) $\Rightarrow$ B // Oy	B_t // Oy	B_r // Oy
$B_x = B_z = 0$ $B_y = a.A_i/c$	$B_{tx} = B_{tz} = 0$ $B_{ty} = n.t_{ev}.a.A_i/c$	$B_{rx} = B_{rz} = 0$ $B_{ry} = r_{ev}.a.A_i/c$

où $A_i = \exp[i(x.k_{ix}-z.k_{iz}-\omega t)]$, $A_t = \exp[i(x.k_{tx}-z.k_{tz}-\omega t)]$, $A_r = \exp[i(x.k_{rx}+z.k_{rz}-\omega t)]$ et $\vec{k}=\frac{2\pi}{\lambda_o}.\vec{n}$

$$r_{ev}(\theta_i) = -\frac{tg(\theta_i-\theta_t)}{tg(\theta_i+\theta_t)} = \frac{n.\cos\theta_i - \cos\theta_t}{n.\cos\theta_i + \cos\theta_t} \qquad t_{ev}(\theta_i) = t_{e//}(\theta_i) = \frac{2\cos\theta_i.\sin\theta_t}{\cos(\theta_i-\theta_t).\sin(\theta_i+\theta_t)}$$

où $n_1.\sin\theta_i = n_2.\sin\theta_t$ et $n = \frac{n_2}{n_1}$

r_{ev} change de signe quand θ_i passe de 0° à 90°. En effet, r_{ev} est nul si l'onde incidente fait vibrer les dipôles du milieu selon la direction de réflexion spéculaire, car alors les dipôles n'induisent pas de champ selon cette direction. C'est la configuration de l'angle de Brewster: $(\theta_i+\theta_t)=\frac{\pi}{2}$, soit $tg\theta_i=n$ (*e.g.*, $\theta_i \approx 53°$ si n=1.33).

• **Onde incidente de polarisation perpendiculaire/horizontale**

Onde incidente	Onde transmise	Onde réfléchie
$E_{ix}=E_{iz}=0$ $E_{iy}=a.A$	$E_{tx}=E_{tz}=0$ $E_{ty}=t_{eh}.a.A_i$	$E_{rx}=E_{rz}=0$ $E_{ry}=r_{eh}.a.A_i$
E_i // Oy $\Rightarrow$ B_i dans (xOz)	B_t dans (xOz)	B_r dans (xOz)
$B_{ix}=a.A_i.\cos\theta_i/c$ $B_{iy}=0$ $B_{iz}=a.A_i.\sin\theta_i/c$	$B_{tx}=n.a.A_i.t_{eh}.\cos\theta_t/c$ $B_{ty}=0$ $B_{tz}=n.a.A_i.t_{eh}.\sin\theta_t/c$	$B_{rx}=-a.A_i.r_{eh}.\cos\theta_r/c$ $B_{ry}=0$ $B_{rz}=a.A_i.r_{eh}.\sin\theta_r/c$

$$r_{eh}(\theta_i) = -\frac{\sin(\theta_i-\theta_t)}{\sin(\theta_i+\theta_t)} = \frac{\cos\theta_i - n.\cos\theta_t}{\cos\theta_i + n.\cos\theta_t} > 0 \quad \forall\theta_i \qquad t_{eh}(\theta_i) = \frac{2\cos\theta_i.\sin\theta_t}{\sin(\theta_i+\theta_t)}$$

$\theta_i \approx 0$: $\theta_t \approx \frac{1}{n}.\theta_i$, $r_{ev} \approx r_{mv} \approx r_{eh} \approx r_{mh} \approx \frac{1-n}{1+n} < 0$, $t_{eh} \approx t_{ev} \approx \frac{2}{1+n}$ $t_{mh} \approx t_{mv} \approx \frac{2n}{1+n}$ $\theta_i \approx \frac{\pi}{2}$: $r_{ev} \approx 1$ et $t_{ev} \approx 0$.

Sachant que $n^2 = \varepsilon_r$ (constante diélectrique): $r_{eh}^2(\theta_i) = \frac{(p-\cos\theta_i)^2+q^2}{(p+\cos\theta_i)^2+q^2}$, $r_{ev}^2(\theta_i) = \frac{(\mathcal{Re}(\varepsilon_r).\cos\theta_i-p)^2+(\mathcal{Im}(\varepsilon_r).\cos\theta_i-q)^2}{(\mathcal{Re}(\varepsilon_r).\cos\theta_i+p)^2+(\mathcal{Im}(\varepsilon_r).\cos\theta_i+q)^2}$

où $p = \frac{1}{\sqrt{2}}.[\sqrt{(\mathcal{Re}(\varepsilon_r) - \sin^2\theta_i)^2 + \mathcal{Im}(\varepsilon_r)^2} + \mathcal{Re}(\varepsilon_r) - \sin^2\theta_i]^{1/2}$ et $q = \frac{1}{\sqrt{2}}.[\sqrt{(\mathcal{Re}(\varepsilon_r) - \sin^2\theta_i)^2 + \mathcal{Im}(\varepsilon_r)^2} + \mathcal{Re}(\varepsilon_r) + \sin^2\theta_i]^{1/2}$

Les déphasages Φ_h et Φ_v vérifient : $\tan\Phi_h = \frac{2q.\cos\theta_i}{p^2 + q^2 - \cos^2\theta_i}$ et $\tan\Phi_v = 2.\cos\theta_i.\frac{2.K_i.K_r.p - (K_r^2-K_i^2).q}{(K_r^2+K_i^2).\cos^2\theta_i - (p^2 + q^2)}$

• **Milieux avec peu de pertes ($\mathcal{Im}(\varepsilon_r) << \mathcal{Re}(\varepsilon_r)$)** : $n^2 \approx n_r^2 \approx \mathcal{Re}(\varepsilon_r)$

$$\Rightarrow \qquad r_{ev}^2(\theta_i) = \frac{n.\cos\theta_i - \cos\theta_t}{n.\cos\theta_i + \cos\theta_t} \approx [\frac{n_r.\cos\theta_i - \cos\theta_t}{n_r.\cos\theta_i + \cos\theta_t}]^2 = [\frac{n_r^2.\cos\theta_i - \sqrt{n_r^2-\sin^2\theta_i}}{n_r^2.\cos\theta_i + \sqrt{n_r^2-\sin^2\theta_i}}]^2$$

$$r_{eh}^2(\theta_i) = \frac{\cos\theta_i - n.\cos\theta_t}{\cos\theta_i + n.\cos\theta_t} \approx [\frac{\cos\theta_i - n_r.\cos\theta_t}{\cos\theta_i + n_r.\cos\theta_t}]^2 = [\frac{\cos\theta_i - \sqrt{n_r^2-\sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{n_r^2-\sin^2\theta_i}}]^2$$

Le degré de polarisation est $P(\theta_i) = \frac{r_{eh}^2(\theta_i) - r_{ev}^2(\theta_i)}{r_{eh}^2(\theta_i) + r_{ev}^2(\theta_i)}$

Fréquence Christianssen λ_C : $r^2(\lambda_C) = \frac{n_i^2}{4+n_i^2} \approx 0$ si $n_r(\lambda_C) = 1$ et $n_i(\lambda_C) \approx 0$: peu de diffusion à $\approx\lambda_C$. Silicates $\lambda_C \approx 8\,\mu m$.

• **Milieux très absorbant**

$\mathcal{Re}(\varepsilon_r(\lambda)) << \mathcal{Im}(\varepsilon_r(\lambda))$ si $\lambda \approx \lambda_a$. Un milieu lisse a donc une réflectance maximale: $r(\lambda_a) \approx 1$. Cet effet Restralhen (Figure 63.a) est utile pour le filtrage spectral. Il est souvent du au fondamental de modes vibrationnels Si-O ($\approx 10\mu m$) des silicates. En fait, le maximum survient pour $\lambda > \lambda_a$, car si $\lambda \approx \lambda_a$ et $\lambda > \lambda_a$ (dispersion anormale), $\mathcal{Re}(\varepsilon_r(\lambda))$ croît avec λ. On a l'inverse pour un milieu particulaire (Figure 63.b) du fait des diffusions multiples.

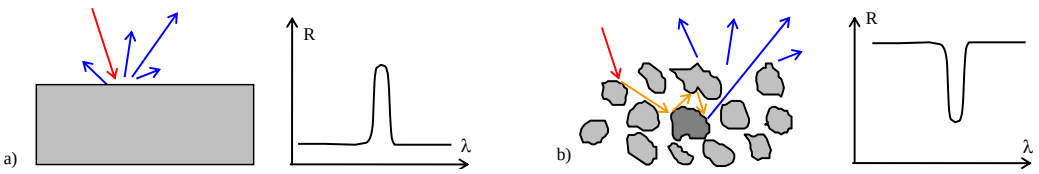


Figure 63: *Diffusion:* $\lambda \in$ bande d'absorption λ_a ($\mathcal{Re}(\varepsilon_r) << \mathcal{Im}(\varepsilon_r)$). a) Surface lisse. b) Milieu particulaire.

• **Facteurs de réflectance R_{dh} et de transmittance τ_{dh}**

Les puissances incidente, réfléchie et réfractée à une interface étant $\mathcal{R}e(\frac{E_{in} x H_{in}^*}{2})$, $\mathcal{R}e(\frac{E_r x H_r^*}{2})$ et $\mathcal{R}e(\frac{E_t x H_t^*}{2})$, on a:

$$R_{dh}(\theta_i) = \frac{\text{Emittance}}{\text{Eclairement}} = \frac{W_{out}(\theta_r)}{W_{in}(\theta_i)} = \frac{\mathcal{R}e(E_r x H_r^*)}{\mathcal{R}e(E_i x H_i^*)} = \frac{\frac{1}{2}.\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}.n_{1r}.E_r^2(z=0)}{\frac{1}{2}.\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}.n_{1i}.E_i^2(z=0)} = \frac{E_r^2}{E_i^2} = r_e^2 \qquad \tau_{dh}(\theta_i) = \frac{W_{out}(\theta_t)}{W_{in}(\theta_i)} = t_e^2(\theta_i).\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}$$

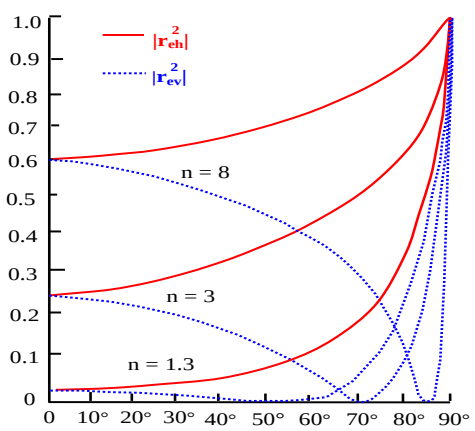


Figure 64 :
Facteurs de réflectance spéculaire $R_{dh}(\theta_i)$ verticale (r_{ev}^2) et horizontale (r_{eh}^2) de l'eau.

L'angle d'incidence θ_v varie de 0° à 90°. Il est considéré 3 domaines spectraux : domaines optique ($n = 1{,}33$, $\mathcal{Re}(\varepsilon_r) \approx 1.77$), infrarouge lointain ($n = 3$; $\mathcal{Re}(\varepsilon_r) \approx 9$) et micro-onde ($n = 8$; $\mathcal{Re}(\varepsilon_r) \approx 70$ à 1 GHz).

Une particularité de la composante verticale r_{ev} est de s'annuler pour l'angle dit de Brewster défini par $tg\theta_i = n$.

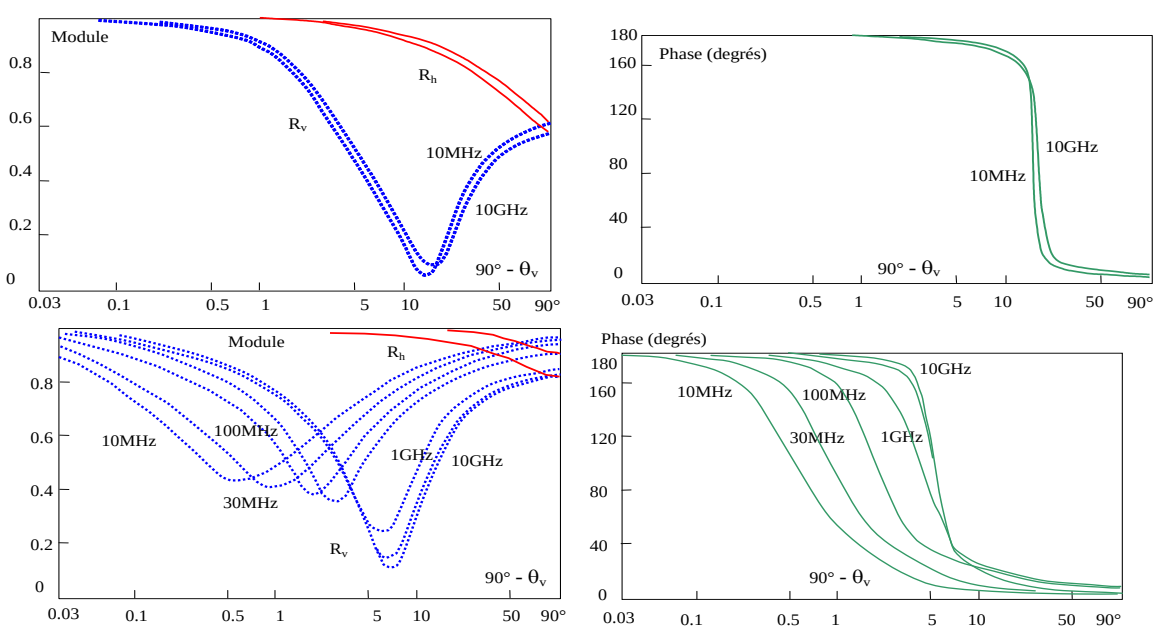


Figure 65: *Facteur de réflectance R_{dh} (R_v, R_h, phase de R_v) mesuré selon le complémentaire de l'angle d'incidence.* Sol (haut) et mer (bas). Polarisation verticale (rouge) et horizontale (bleu). L'absorption due au terme complexe n_i explique que R_v est non nul pour l'angle de Brewster (il est minimal).

Pour une onde incidente non polarisée : $R_{dh}(\theta_i) = 0.5\,[r_{ev}^2(\theta_i) + r_{eh}^2(\theta_i)]$ $\quad \tau_{dh}(\theta_i) = 0.5\,[t_{ev}^2(\theta_i) + t_{eh}^2(\theta_i)]$.

Si l'incidence est normale ($\theta = 0°$) : $R_{dh}(0) = r_e^2(0) = \dfrac{(n_r - 1)^2 + n_i^2}{(n_r + 1)^2 + n_i^2}$

R_{dh} de l'eau (Figure 64) et des sols (Figure 65) varie beaucoup avec la polarisation et le domaine spectral.

Le facteur de réflectance bidirectionnelle moyen pour "$\Omega_i \rightarrow \Omega_r$, $\Delta\,\Omega_r$" est : $\boxed{R_{dd}(\theta_i,\Delta\Omega_r) = \dfrac{\pi . r_e^2(\theta_i)}{\cos\theta_r . \Delta\Omega_r}}$

☞ Expliquez pourquoi $R_{dd}(\theta_i,\Delta\Omega_r) \rightarrow \infty$ si $\theta_r \rightarrow \dfrac{\pi}{2}$ et/ou si $\Delta\Omega_r \rightarrow 0$.

II. Réflexion sur surface rugueuse

De manière schématique, le rayonnement réfléchi par un milieu a 2 composantes : 1 composante spéculaire et 1 composante diffuse (Figure 66). L'intensité de la composante diffuse varie avec la rugosité du milieu. La notion de rugosité dépend du milieu et de paramètres externes (*i.e.*, longueur d'onde et direction incidentes).

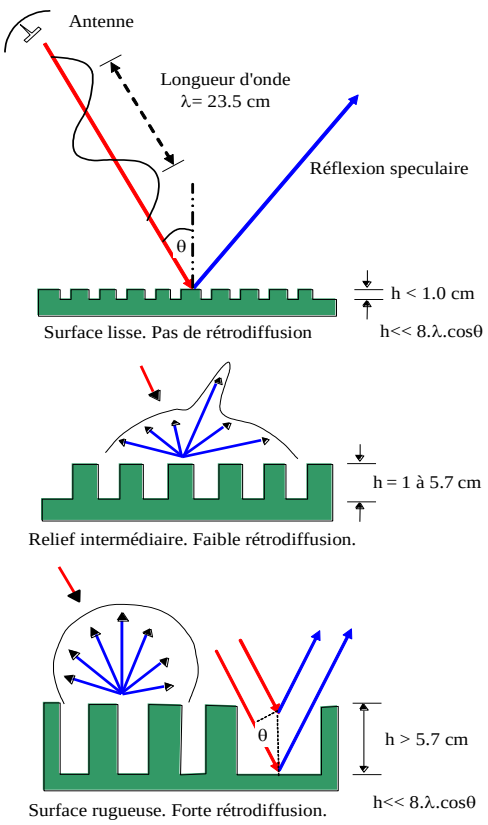


Figure 66 : *Rétrodiffusion. Onde centimétrique (bande L ; $\lambda = 23.5\,cm$).*

a) surface lisse forte réflexion spéculaire et pas de rétrodiffusion.

b) surface intermédiaire : faible rétrodiffusion,

c) surface rugueuse : forte rétrodiffusion.

La rugosité est quantifiée avec des indices. Ainsi, selon le critère de Rayleigh une surface est lisse si $\lambda > 8\,\sigma_h.\cos\theta$, où σ_h est l'écart type des irrégularités verticales (hauteurs) de surface et θ l'angle d'incidence. Cette limite correspond à un déphasage inférieur à $\pi/2$ pour 2 ondes réfléchies par 2 points voisins dont le dénivelé est σ_h. Pour la direction verticale, une surface est donc "lisse" à $\lambda = 0.5\,\mu m$ si $h < 62\,nm$ et à $\lambda = 3m$ si $h < 0.4m$. Une surface est d'autant plus lisse que l'angle d'incidence est important.

D'autres indices de rugosité font référence à :

- $<l_i>$ distance moyenne entre 2 irrégularités surfaciques verticales.
- $<\theta_i>$, pente moyenne de la surface.

Différents modèles permettent de simuler la réflectance de surfaces "rugueuses" $z = h(x,y)$:

- Modèle des petites perturbations : le champ électrique E au sommet (z=0) de la surface est calculé en supposant la surface spéculaire en tout point. Si $4\pi.\Delta h < \lambda$, le seul terme significatif est le terme au 1er ordre en "$4\pi.\Delta h$". La diffusion dite de Bragg peut alors survenir (*e.g.*, ondelettes de $\approx 1\,cm$ sur les vagues).
- Modèle des facettes (modèle de Kirchoff) : la surface est supposée être une juxtaposition de petites facettes spéculaires. Son rayon de courbure doit donc être supérieur à plusieurs longueurs d'onde. De plus, les facettes doivent être plus grandes que quelques longueurs d'onde pour éviter le phénomène de diffraction. L'intensité diffusée est proportionnelle au nombre de facettes effectives pour la direction considérée.

Annexe 5 : DIFFUSION (Rayleigh et Mie)

La composante d'une onde incidente selon la direction $(\Omega_s, \Delta\Omega_s)$ qui interagit avec une particule (indice de réfraction $n=n_r+i.n_i$; section géométrique σ), c'est-à-dire une hétérogénéité locale, est appelée "onde interceptée". Les 2 mécanismes d'interaction / interception sot l'absorption et la diffusion (*i.e.*, redirection selon les directions $(\Omega_v, \Delta\Omega_v)$ de l'espace 4π tout ou partie de l'onde incidente interceptée). Ils sont souvent représentés par des grandeurs macroscopiques (*e.g.*, section efficace de diffusion,…) dont le calcul implique de résoudre les équations de l'électrodynamique dans et hors la particule. Pour ce calcul, la particule peut être supposée être composée de dipôles électriques et magnétiques dont l'intensité dépend des champs de l'onde incidente. Ces dipôles induits oscillent et rayonnent à la fréquence de l'onde incidente. Ici, la diffusion inélastique (Raman) et la fluorescence ne sont pas traités. Diverses tables donnent l'indice de réfraction des matériaux (www.astro.uni-jena.de/Laboratory/Database/databases.html). Un milieu est invisible si $\{n_r=1, n_i=0\}$. Il n'absorbe pas si $n_i=0$. En fait, n_i n'est jamais nul, mais peut-être très faible (*e.g.*, 10^{-8} pour l'eau pure et le verre dans le visible).

I. Définitions

- Section efficace de diffusion : $\sigma_d(\Omega_s) = \dfrac{W_d(\Omega_s)}{E(\Omega_s)} = \dfrac{\text{Puissance diffusée par la particule}}{\text{Eclairement directionnel } (L(\Omega_s).\Delta\Omega_s) \text{ de la particule}}$

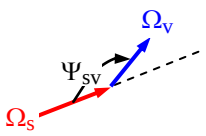
- Section efficace d'absorption : $\sigma_a(\Omega_s) = \dfrac{W_a(\Omega_s)}{E(\Omega_s)} = \dfrac{\text{Puissance absorbée par la particule}}{\text{Eclairement directionnel } (L(\Omega_s).\Delta\Omega_s) \text{ de la particule}}$

- Section efficace d'extinction : $\sigma_e(\Omega_s) = \dfrac{W_{ex}(\Omega_s)}{E(\Omega_s)} = \dfrac{\text{Puissance interceptée par la particule}}{\text{Eclairement dir. } (L(\Omega_s).\Delta\Omega_s) \text{ de la particule}} = \sigma_d(\Omega_s) + \sigma_a(\Omega_s)$

- Efficacité de diffusion / absorption / extinction : $q_d(\Omega_s) = \dfrac{\sigma_d(\Omega_s)}{\sigma}$, $q_a(\Omega_s) = \dfrac{\sigma_a(\Omega_s)}{\sigma}$, $q_e(\Omega_s) = \dfrac{\sigma_e(\Omega_s)}{\sigma} = q_d(\Omega_s) + q_a(\Omega_s)$

- Albédo de diffusion simple : $\omega(\Omega_s) = \dfrac{W_d(\Omega_s)}{W_e(\Omega_s)} = \dfrac{q_d(\Omega_s)}{q_e(\Omega_s)} = \dfrac{\sigma_d(\Omega_s)}{\sigma_e(\Omega_s)}$

- Fonction de phase : $\dfrac{P(\Psi_{sv})}{4\pi} = \dfrac{dW_d}{d\Omega_v}(\Omega_s,\Omega_v).\dfrac{1}{E(\Omega_s).\sigma_d(\Omega_s)}$. On a donc : $\int_{4\pi} \dfrac{P(\Psi_{sv})}{4\pi}.d\Omega_v = 1$ où Ψ_{sv} est l'angle de phase $\Psi_{sv} = \pi$ - angle de diffusion (Ω_s, Ω_v). Pour une diffusion isotrope : $P(\Psi_{sv}) = 1$



Particule sphérique : les termes $(\sigma_d, \sigma_a, \sigma_e)$, et donc (q_d, q_a, q_e), ne dépendent pas de Ω_s. Alors : $\sigma_d(\Omega_s)=\sigma_d$, $\sigma_a(\Omega_s)=\sigma_a$, $\sigma_e(\Omega)=\sigma_e$. La luminance diffusée selon Ω_v (*i.e.*, puissance par unité d'angle solide et de surface efficace d'extinction $\sigma_e(\Omega_v)$) est : $L(\Omega_v) = E(\Omega_s).\dfrac{\sigma_d}{\sigma_e}.\dfrac{P(\Psi_{sv})}{4\pi} = E(\Omega_s).\omega.\dfrac{P(\Psi_{sv})}{4\pi}$

II. Diffusion de Mie (www.ita.uni-heidelberg.de/~dullemond/lectures/radtrans_2013/; calculator: omlc.org.calc/)

La théorie de Mie calcule les termes σ_d et $\frac{P(\Psi_{sv})}{4\pi}$ d'une particule sphérique de rayon a dans un système de coordonnées sphériques, en imposant la continuité des composantes tangentielles des champs électrique et magnétique $F(r,\theta,\phi,t)$ de l'onde à la surface de la sphère. $F(r,\theta,\phi,t)$ est alors une suite infinie d'harmoniques sphériques lentement convergentes. Loin de la sphère, $F(r,\theta,\phi,t)$ varie en $\frac{1}{r}$ et sa composante radiale s'annulle :

$$F(r,\theta,\phi,t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{l} [C_l.\, h_l^{(1)}(\frac{2\pi}{\lambda}.r) + D_l.\, h_l^{(2)}(\frac{2\pi}{\lambda}.r)] \,.\, [A_{lm}.\Psi_{l,m}^{pair}(\theta,\phi) + B_{lm}.\Psi_{l,m}^{impair}(\theta,\phi)] \,.\, e^{-i2\pi.v.t}$$

- $h_l^{(1)}(\frac{2\pi}{\lambda}.r)$ et $h_l^{(2)}(\frac{2\pi}{\lambda}.r)$ sont les fonctions sphériques de Hankel du 1er et 2ème type.
- $\Psi_{l,m}^{pair}(\theta,\phi)$ et $\Psi_{l,m}^{impair}(\theta,\phi)$ sont les harmoniques sphériques paires et impaires.

La section efficace σ_e (*i.e.*, diffusion + absorption) d'une sphère de rayon a ne dépend que du rapport $\kappa = \frac{2\pi.a}{\lambda}$ et de l'indice de réfraction relatif $(n_p = n_{p,r} + i.n_{p,i})$ de la sphère. La Figure 67 montre l'efficacité d'nterception $q_e = \sigma_e/(\pi.a^2)$ de particules absorbantes et non absorbantes :

- n complexe : q_{ex} croît pour $\kappa << 1$, passe par un maximum pour $[\Re(n)-1].\kappa \approx 1$, puis converge vers la valeur 2.
- n_i faible : q_e varie comme κ^4 pour $\kappa<<1$, passe par un maximum ($q_e=4$) pour $(n_p-1).\kappa \approx 2$ et un minimum ≈ 2 pour $(n_p-1).\kappa \approx 4$. Si $a>>\lambda$, q_e converge vers la valeur 2, car la diffraction avant ($\sigma_{diffraction} = \sigma$), combinée à l'absorption et la diffusion sur 4π ($\sigma_d+\sigma_a=\sigma$) font que $\sigma_e \rightarrow 2\sigma$. Il apparaît une oscillation de période π et d'amplitude décroissante. La période de l'oscillation est due au fait que l'onde diffusée a 2 composantes : onde qui passe dans (déphasage $2.n_p.\kappa$) et à côté (déphasage $2.\kappa$) de la sphère. Leur somme donne donc des interférences destructrices si $2.(n_p-1).\kappa$ est un multiple de π. D'autre part, la fonction de phase est anisotrope

avec un maximum vers l'avant qui est d'autant plus élevé que le rapport 'rayon de la sphère / longueur d'onde' est grand. Le site (http://omlc.ogi.edu/calc/mie_calc.html) calcule les fonctions de phase de Mie théoriques.

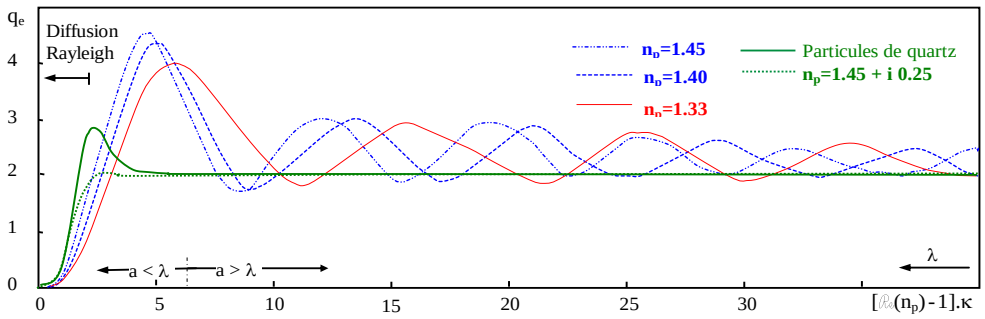


Figure 67 : *Efficacité d'extinction $q_e(\kappa,n)$.*

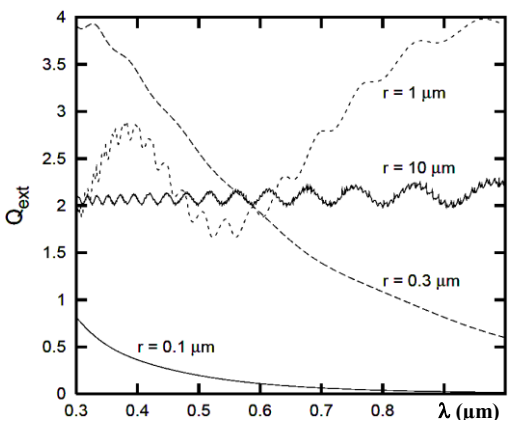


Figure 68:

Efficacité d'extinction de goutelettes d'eau de rayon 0.1µm, 0.3µm, 1µm et 10µm.

Les oscillations de Mie apparaissent de plus en plus avec l'augmentation du rayon des goutelettes.

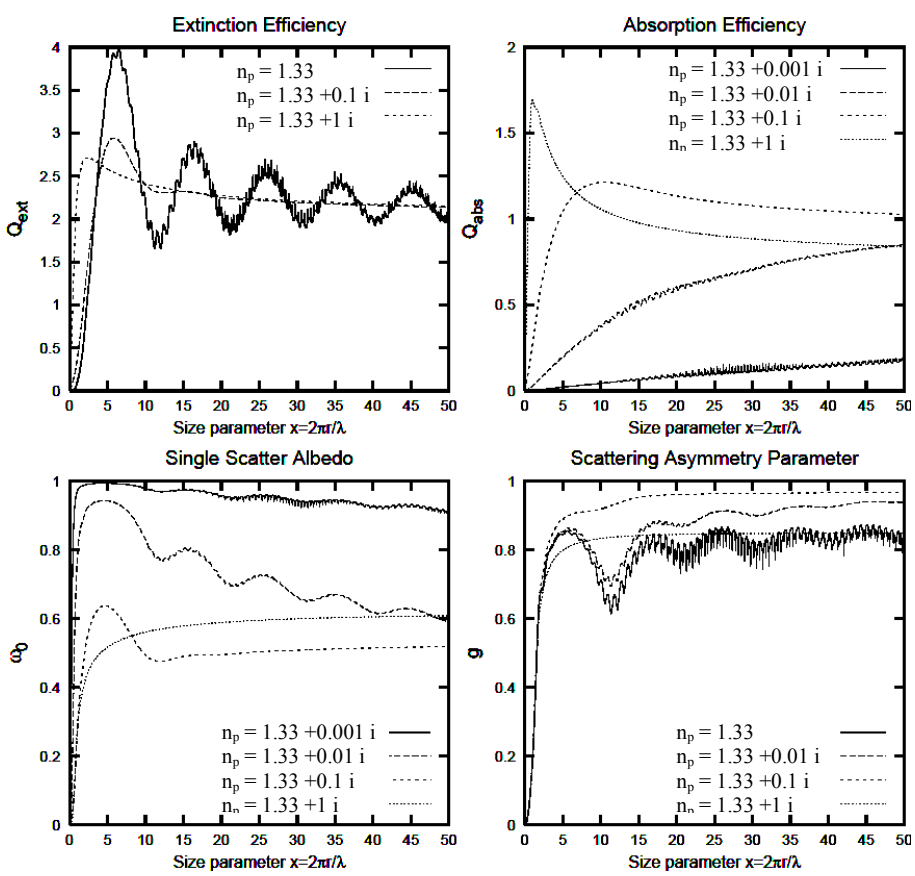


Figure 69: Propriétés optiques (q_{ex}, q_{abs}, ω_0, g) de sphères en fonction de κ, pour 4 valeurs de la partie complexe de l'indice de réfraction: $\mathbb{I}m$(n)= 0, 0.01, 0.1 et 1.

Arc en ciel primaire Arc en ciel secondaire

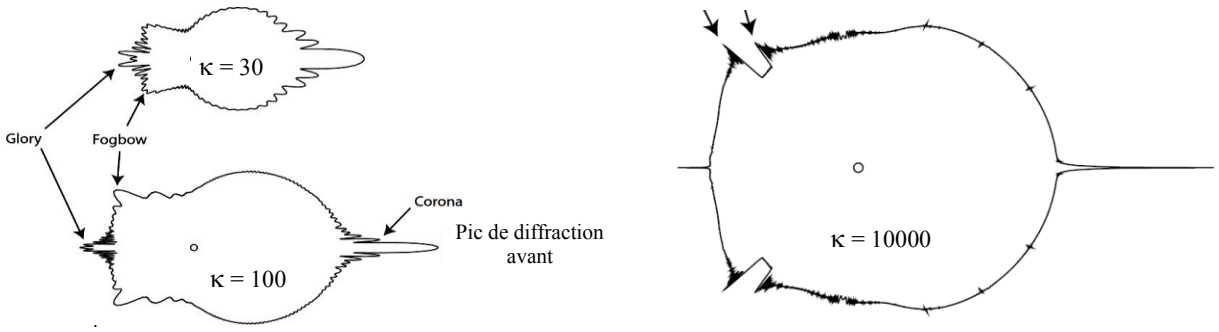


Figure 70: Logarithme de la fonction de phase de particules avec différents κ.

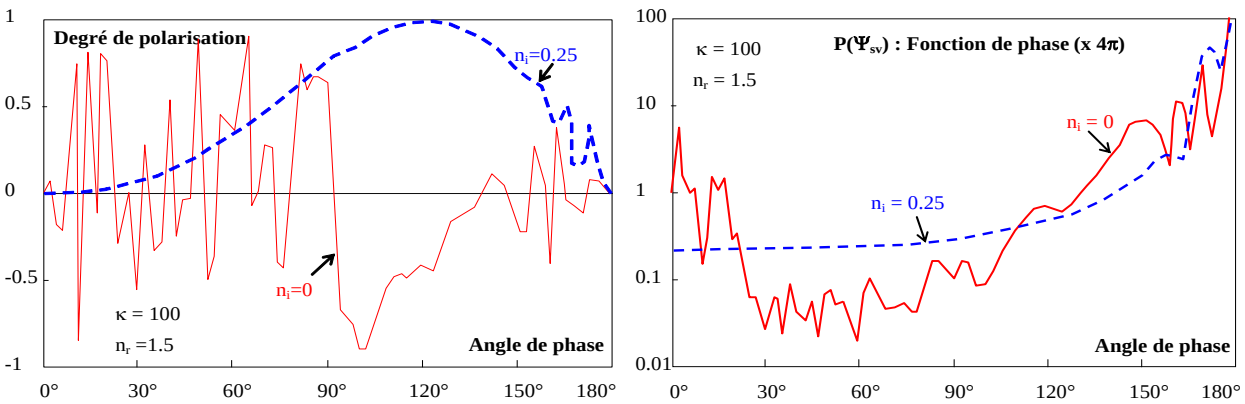


Figure 71: *Degré de polarisation (a) et fonction de phase (b) mesurés.* κ=100. "n=1.5" et "n=1.5+i.0.25".

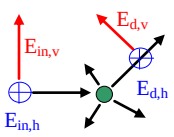
Il est souvent utile de représenter les fonctions de phase par des expressions analytiques telles que :

- *Polynômes de Legendre* : $P(\Psi) = \sum_{j=0}^{\infty} b_j.P_j(\Psi)$.Nombre limité de polynômes si la diffusion est peu anisotrope.
- *Polynôme de Henyey-Greenstein*: $P_p(\Psi)=\frac{a.(1-g^2)}{[1+g^2-2.g.\cos\Psi]^{1.5}}$ avec $\int_{4\pi}\frac{P_p(\Psi)}{4\pi}.d\Omega=1$ et $g=\frac{1}{4\pi}.\int_{-1}^{1}\cos\Psi.P(\Psi).d\Omega$ le facteur d'asymétrie. P(Ψ) est normalisée et de symétrie azimutale (*e.g.*, particule sphérique). La diffusion est isotrope (P(Ψ)=1) si g=0, surtout avant si g>0 et surtout arrière si g<0. Le pic de diffusion est d'autant plus étroit que |g| est proche de 1. Dans le cas limite (g→1 ou -1), p(Ψ) est nul partout sauf à Ψ=0 (π).

Deux configurations communes doivent être notées. Si a< 0.1 λ, F(r,θ,ϕ,t) a peu d'harmoniques significatifs. La diffusion est alors dite de Rayleigh. Inversement, si a > λ, l'optique géométrique peut représenter la diffusion.

a) Diffusion Rayleigh: a <0.1 λ (http://plaza.ufl.edu/dwhahn/Rayleigh%20and%20Mie%20Light%20Scattering.pdf)

Onde non polarisée : $q_{ex}=q_a+q_d$, $q_a=-4.\kappa.\mathcal{Im}\{\frac{n_p^2-1}{n_p^2+2}\}$, $q_d=\frac{8}{3}.\kappa^4.|\frac{n_p^2-1}{n_p^2+2}|^2$ (luminance diffusée ≡ λ^4)



q_e = moyenne des coefficients aux polarisations V et H : $q_{d,vv}=\frac{\kappa^4}{\pi}.|\frac{n_p^2-1}{n_p^2+2}|^2$, $q_{d,hh}=q_{d,vv}.\cos^2\Psi$

q_d et donc la luminance diffusée varient comme λ^{-4} (*e.g.*, gaz atmosphériques dans le visible et l'infrarouge).

- Sphère non absorbante ($n_{p,i}=0$) : $q_e=q_d=\frac{8}{3}.\kappa^4.[\frac{n_p^2-1}{n_p^2+2}]^2$. $q_a=0 \Rightarrow \omega=1$
- Sphère absorbante ($n_{p,i}\neq 0$) : $q_a\approx q_e\equiv\kappa$ et $q_d\equiv\kappa^4$
  La section efficace d'absorption $\sigma_a = q_a.\sigma$ est donc proportionnelle à $\pi.a^2.\kappa$ et donc au volume de la sphère, car κ≡a. L'albédo de diffusion simple est très faible. Il est proportionnel à κ^3.

Onde incidente non polarisée (Figure 72.a) : $\frac{P(\Psi_{sv})}{4\pi}$ où $P(\Psi_{sv})\approx\frac{3}{4}.(1+\cos^2\Psi_{sv})$ et $\int_{4\pi}\frac{P(\Psi_{sv})}{4\pi}.d\Omega_v=1$

Gaz: les molécules et atomes ayant un rayon et indice de réfraction n_p mal définis, on utilise leur polarisabilité a_{pol} et l'indice de réfraction n du gaz: $N.a_{pol}=(n^2-1).\varepsilon_o$ si densité volumique N≪1 et $N.a_{pol}=\frac{n^2-1}{n^2+2}.\varepsilon_o$ si N≫1.

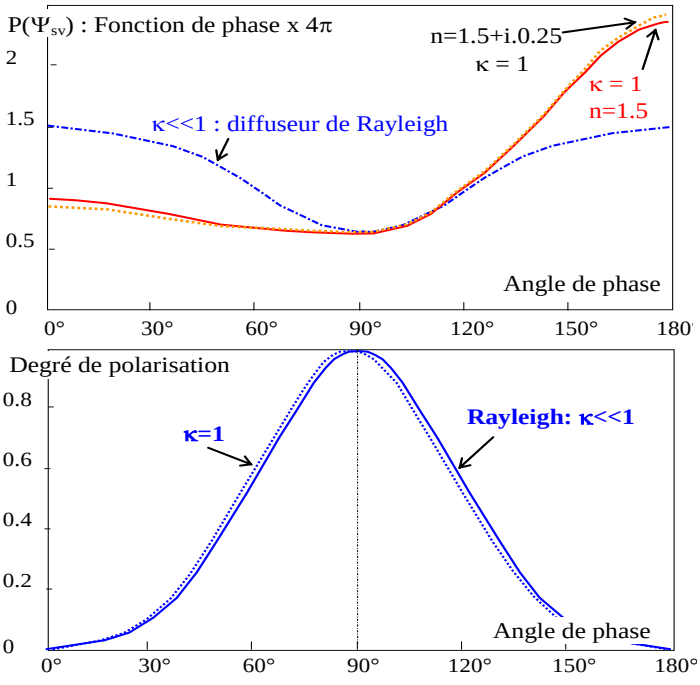


Figure 72 :

Particules avec :
- $\kappa << 1$: diffuseur de Rayleigh,
- $\kappa \approx 1$: $n = 1.5$ ($\omega = 1$), et
  $n = 1.5 + i.0.25$ ($\omega = 0.27$)

Fonction de phase (x 4π).

La diffusion Rayleigh a la fonction de phase la plus isotrope.

Degré de polarisation.

$P_{pol}(\Psi) = \frac{q_{d,vv} - q_{d,hh}}{q_{d,vv} + q_{d,hh}}$. Il vaut 1 (*i.e.*, composante verticale nulle) pour $\Psi_{sv} = 90°$, car un dipôle ne rayonne pas de champ $\bar{E}(\Omega_v)$ parallèle à sa direction d'oscillation (*i.e.* direction du champ $\bar{E}$ (Ω_s) incident). La fonction de phase est alors minimale.

• **Section efficace σ_d de charge électrique excitée isolée**

Soit une onde plane monochromatique de polarisation rectiligne (Figure 73) et de direction de propagation $\bar{k}_i$ (*i.e.*, Oz). Son champ électrique $\bar{E}$ polarise les particules présentes. Il en résulte des dipôles oscillants qui diffusent de manière élastique (*i.e.*, $\lambda_{incident} = \lambda_{diffusé}$) dans l'hémisphérique 4π. Considérons une molécule ou atome avec un seul électron de valence. Etant assez peu lié et étant soumis au champ $\bar{E}$ de l'onde, cet électron se comporte comme un simple oscillateur harmonique (masse m, charge q, pulsation ω_o surtout dans l'UV) de force de freinage ($-2\omega_r.m.\xi'$) et de force de rappel ($-m.\omega_r^2.\xi$). Pour une densité volumique N d'oscillateurs : $\omega_r = \omega_o$ si $N << 1$ (*i.e.*, peu dense : pas d'interaction entre dipôles) et $\omega_r^2 = \omega_o^2 - \frac{N.q^2}{3.m.\varepsilon_o}$ si $N >> 1$.

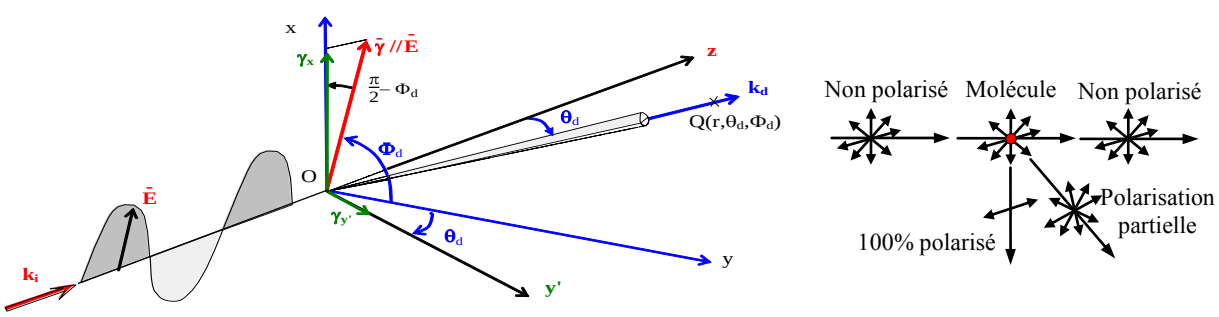


Figure 73 : Configuration géométrique de la diffusion d'un électron lié.

Soit ξ l'écart de l'électron par rapport à sa position d'équilibre, supposée être l'origine. $\bar{\xi}$ a la même orientation et variation temporelle (*i.e.*, $e^{i\omega t}$) que $\bar{E}$. L'équation du mouvement de l'électron est :

$$m.\xi'' = -q.E_\xi - m.\omega_r^2.\xi - 2\omega_f.m.\xi' \text{ si } |q.\bar{E}| >> |q.\bar{u} \times \bar{B}| \Rightarrow \text{Accélération } \bar{\gamma} = \bar{\xi}'' = \frac{q.\omega^2}{m.[(\omega^2-\omega_r^2) + 2i.\omega_f.\omega]}.\bar{E}_\xi$$

L'accélération γ crée une diffusion sur 4π, sauf selon $\bar{\gamma}$ (cf. Annexe 7). Considérons la direction de diffusion $\bar{k}_d$ (*i.e.*, Ω_d) d'angle de diffusion $\theta_d = (\bar{k}_i, \bar{k}_d)$ et d'angle de phase $\Psi = \pi - \theta_d$: $|\cos\Psi| = |\cos\theta_d|$. L'axe Oy est défini tel que $\bar{k}_d \in$ plan (yOz) et Oy ⊥ Oz. Ox est défini pour que (Oxyz) soit un trièdre direct. Par suite: $\bar{k}_d \perp$ Ox.

L'angle $\Phi_d = (\overline{Oy}, \bar{\gamma})$ indique la direction de la polarisation de l'onde incidente par rapport à Oy. Etant perpendiculaire à l'axe Oz, $\bar{\gamma} \in$ plan (Ox, Oy). La direction (Ω_d) est donc repérée par (θ_d,Φ_d). Le champ rayonné $\bar{E}_d$ ne dépend que des composantes $\bar{\gamma}_x$ et $\bar{\gamma}_y$ de $\bar{\gamma}$ dans le plan (xOy') normal à $\bar{k}_d$: $\gamma_x = \bar{\gamma}.\overline{Ox} = \gamma.\sin\Phi_d$ et $\gamma_{y'} = \bar{\gamma}.\overline{Oy'} = \gamma.\cos\Phi_d.\cos\theta_d$. Selon l'Annexe 7 : $\bar{E}_{dx} = -\frac{q.\gamma_x}{4\pi.\varepsilon_o.r.c^2}$ et $\bar{E}_{dy'} = -\frac{q.\gamma_{y'}}{4\pi.\varepsilon_o.r.c^2}$

Intensité (W/sr) diffusée selon (Ω_d): $I_d(\Omega_d) = \frac{\varepsilon_o.c}{2}.E_d^2.\frac{dS}{d\Omega(dS)} = \frac{q^2.\gamma^2.[\sin^2\Phi_d + \cos^2\Phi_d.\cos^2\theta_d]}{2^5.\pi^2.\varepsilon_o.c^3} = \frac{q^2.\gamma^2.[1-\cos^2\Phi_d.\sin^2\theta_d]}{2^5.\pi^2.\varepsilon_o.c^3}$ où $\frac{dS}{d\Omega(dS)} = \frac{1}{r^2}$

Section efficace de diffusion directionnelle (m^2/sr): $\sigma_d(\Omega_d)=\frac{I_d(\Omega_d)}{W_i}$ (m^2/sr) où $W_i=\frac{\varepsilon_o.c.E_i^2}{2}$ est le flux incident.

On a : $\sigma_d(\Omega_d)=r_e^2.\frac{(1-\cos^2\Phi_d.\sin^2\theta_d).\omega^4}{(\omega_r^2-\omega^2+2i.\omega.\omega_f)^2}$, car $E_i=\frac{m}{q.\omega^2}.[\omega^2-\omega_r^2+2i.\omega_f.\omega].\gamma$ ($r_e\approx\frac{q^2}{4\pi.\varepsilon_o.m.c^2}$ rayon classique de l'électron)

$\Rightarrow \sigma_d(\Omega_d)\equiv\lambda^{-4}$ et q_d(polarisation horizontale : $\Phi_d=0$) $=\cos^2\theta_d.q_d$(polarisation verticale : $\Phi_d=90$)

- **Section efficace σ_d de charge électrique excitée dans un milieu de densité N**

σ_d peut être exprimé en fontion de l'indice de réfraction n du milieu (cf. Annexe 6), sachant que :

$n^2(\omega)-1=\frac{N.q^2}{m.\varepsilon_o.[(\omega_r^2-\omega^2)+2.i.\omega.\omega_f]}$ (milieu peu dense) $\quad\frac{n^2(\omega)-1}{n^2(\omega)+2}=\frac{N.q^2}{m.\varepsilon_o.[(\omega_r^2-\omega^2)+2.i.\omega.\omega_f]}$ (milieu dense)

$\Rightarrow \sigma_d(\Omega_d)=\sigma_r(\lambda).[1-\cos^2\Phi_d.\sin^2\theta_d]$ où $\sigma_r(\lambda)=\frac{\pi^2.(n^2-1)^2}{N^2.\lambda^4}$ (milieu peu dense) et $\sigma_r(\lambda)=\frac{9.\pi^2.(n^2-1)^2}{N^2.\lambda^4.(n^2+2)^2}$ (milieu dense)

où $\sigma_r(\lambda)=\sigma_d(\theta_d=\pi)$ est la section efficace différentielle de diffusion arrière (rétrodiffusion).

Dans la basse atmosphère ($z<100$ km): $\sigma_r(\lambda)\approx 5.45.[\frac{550}{\lambda(nm)}]^4.10^{-28}\,cm^2.sr^{-1}$. Par suite, au niveau de la mer ($N\approx 2.55\,10^{19}\,mol.cm^{-3}$), le coefficient de rétrodiffusion atmosphérique volumique à $\lambda=0.55\,\mu m$ est $N.\sigma_r(\lambda)\approx 1.39\ 10^{-8}\ cm^{-1}.sr^{-1}$. Le terme $\sigma_r(\lambda)$ dépend des molécules. Ainsi, à $0.7\,\mu m$ avec $z<100$ km, $\sigma_r(\lambda)\approx 2.10^{-28}cm^2.sr^{-1}$, avec $\sigma_r(N_2)\approx 2.14.10^{-28}\,cm^2.sr^{-1}$, $\sigma_r(H_2)\approx 0.44.10^{-28}cm^2.sr^{-1}$ et $\sigma_r(He)\approx 0.03.10^{-28}cm^2.sr^{-1}$

Onde non polarisée $\Rightarrow \sigma_d(\Omega_d)$ indépendant de $\Phi_d \Rightarrow \sigma_d(\theta_d)=\frac{1}{2\pi}.\int\sigma_d(\theta_d,\Phi_d).d\Phi_d=\frac{1}{2}.\sigma_r(\lambda).(1+\cos^2\theta_d)$

Diffusion hémisphérique : $\sigma_d(\lambda)=\int_{4\pi}\sigma_d(\Omega).d\Omega=\frac{8\pi}{3}.\sigma_r(\lambda)$. Milieu peu dense : $\sigma_d(\lambda)=\frac{8\pi}{3}.\frac{\pi^2.(n^2-1)^2}{N^2.\lambda^4}.[\frac{6+3.\delta}{6-7.\delta}]$

$\delta=\frac{W_{d\perp}}{W_{d//}}$ où $W_{d//}$ = diffusion de polarisation parallèle (verticale) au plan d'incidence $(\vec{k}_i,\vec{k}_d)$. $\delta\approx 0$ dans l'atmosphère.

b) Optique géométrique : a >> 10 λ

Si $a>10\,\lambda$, (*e.g.*, goutte d'eau et $\lambda\le\lambda_{visible}$), la géométrie de la particule affecte beaucoup $P_{pol}(\Psi_{sv})$, $P(\Omega_s,\Omega_v)$, q_{ex}, q_{abs}, g et ω (Figure 70 à Figure 72). L'optique géométrique (réflexion, réfraction, absorption) explique alors précisément la diffusion. Vu que $a >> \lambda$, les interactions surviennent en différents points de la sphère et de manière assez indépendantes. La fonction de phase et le degré de polarisation sont donc très variables avec Ψ_{sv}. La fonction de phase a un maximum prononcé et étroit selon la direction avant (Figure 70, Figure 72).

- **Diffraction**

Elle est due aux interférences de Huygens. Elle ne dépend que de la taille de la particule et non de sa nature. La diffraction d'une onde incidente non polarisée est donc non polarisée. Ceci est illustré par le principe de Babinet (Figure 74) : une sphère de rayon a diffracte la même puissance qu'un trou circulaire de rayon a dans un plan infini. En effet, si l'on met le disque dans le trou du plan infini, le rayonnement diffracté est nul, ce qui signifie que le dique diffracte un champ électrique de signe opposé au champ électrique par le plan infini avec un trou. Le trou et le diqueont donc la même efficacité de diffraction q_{diff} (diffraction + autres mécanismes). Si $\kappa>>1$, $q_{ex}\to 2$, soit $\sigma_{ex}\to 2.\pi a^2$ et non πr^2. L'onde géométriquement interceptée par la particule est absorbée ou diffusée par réfraction et réflexion, alors que l'onde qui passe à une distance $<\sqrt{2}.a$ de la sphère est diffractée.

Diffusion par diffraction: $\frac{dW_{diff}}{d\Omega_v}(\Omega_s,\Omega_v)=E(\Omega_s).\sigma.q_{diff}.\frac{P_{diff}(\Psi_{sv})}{4\pi}$ où $q_{diff}=1$ et $P_{diff}(\Psi_{sv})=\kappa^2.[2.\frac{J_1(\kappa.\sin(\pi-\Psi_{sv}))}{\kappa.\sin(\pi-\Psi_{sv})}]^2$

où J_1 = fonction de Bessel du 1er type d'ordre 1. La fonction $\frac{J_1(\kappa.\sin(\pi-\Psi_{sv}))}{\kappa.\sin(\pi-\Psi_{sv})}$ oscille et décroît avec κ. Elle est donc maximale (*i.e.*, pic de diffraction) pour $\Psi_{sv}=\pi$ dans un cône de demi angle $\Delta\alpha=\frac{\pi}{2\kappa}=\frac{\lambda}{4a}$ (effet "corona").

La théorie de la diffraction ne s'applique qu'aux particules isolées, car la diffraction d'un milieu de particules jointives (*e.g.* sol) est due aux espaces entre particules et non directement aux particules elles-mêmes.

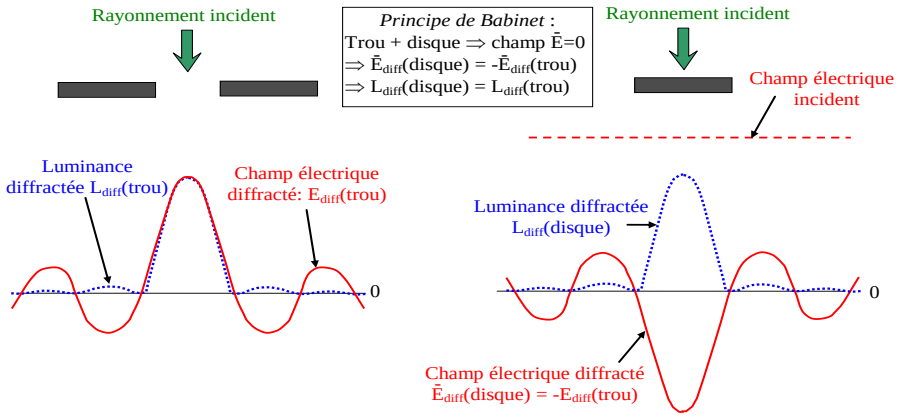


Figure 74 : Principe de Babinet "les luminances diffractées par un trou et par un disque sont égales".

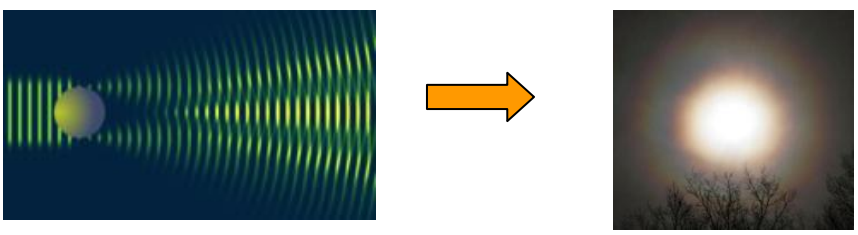


Figure 75 : Diffraction par de petites particules atmosphériques

• **Réflexion de surface**

Soit un rayon horizontal incident sur une sphère avec un angle d'incidence local θ_i (Figure 76). La sphère a un effet défocalisant. En effet, si θ_i varie de $d\theta_i$ par rapport à la sphère, l'angle de réflexion varie de $2.d\theta_i$. Ainsi, la surface circulaire $dA = 2\pi a.\sin\theta.a.d\theta$ de la sphère, repérée par les angles θ_i et $\theta_i + d\theta_i$, diffuse de manière spéculaire entre les angles $2\theta_i$ et $2(\theta_i + d\theta_i)$, dans l'angle solide $d\Omega = 2\pi.\sin(2\theta_i).d(2\theta_i) = 8\pi.\sin\theta_i.\cos\theta_i.d\theta_i$.

$$dW_{spe,pol}(\Omega_i,\Omega) = E(\Omega_i).dA.\cos\theta_i.R_{pol}(\theta_i) = 2\pi.a^2.E(\Omega_i).R_{pol}(\theta_i).\cos\theta_i.\sin\theta_i.d\theta_i$$

où pol indique la polarisation verticale ou horizontale. $R_{pol} = R_{dh,pol} = r^2_{e,pol}$, où $r_{e,pol}$ = réflectance de Fresnel.

$$\Rightarrow \quad \frac{dW_{spe,pol}(\Omega_i,\Omega)}{d\Omega} = E(\Omega_i).\pi.a^2.\frac{R_{pol}(\Psi_{sv}/2)}{4\pi} \qquad \text{où } \Psi_{sv}=2\theta_i,\ d\Omega = 2\pi.\sin\Psi_{sv}.d\Psi_{sv} = 8\pi.\sin\theta_i.\cos\theta_i.d\theta_i.$$

- <u>Onde incidente polarisée linéairement</u> (angle de polarisation η): $\frac{dW_{spe}(\Omega_i,\Omega)}{d\Omega} = \frac{\pi.a^2}{4\pi}.E(\Omega_i).[\cos^2\eta.R_H(\theta_i) + \sin^2\eta.R_V(\theta_i)]$

- <u>Onde incidente non polarisée</u> : l'onde diffusée est plutôt polarisée, car $R_h \geq R_v$.

$$\frac{dW_{spe}}{d\Omega_v}(\Omega_i,\Omega) = E(\Omega_i).\ \pi.a^2.q_{spe}.\frac{P_{spe}(\Psi_{sv})}{4\pi} \quad \text{où } q_{spe}.P_{spe}(\Psi_{sv}) = \frac{1}{2}.[R_H(\frac{\Psi_{sv}}{2}) + R_V(\frac{\Psi_{sv}}{2})] \quad \theta = \frac{\Psi_{sv}}{2}$$

La fraction de l'onde incidente sur la particule qui est réfléchie de manière spéculaire est :

$$q_{spe} = \frac{1}{\pi.a^2.E(\Omega_i)}.\int_{2\pi}\frac{dW_{spe}}{d\Omega_v}(\Omega_i,\Omega_v).d\Omega_v = \int_0^{\pi/2}[R_H(\theta_i) + R_V(\theta_i)].\cos\theta_i.\sin\theta_i.d\theta_i$$

• **Réfraction et réflexions internes**

Soit un rayon de luminance L_{pol} incident avec un angle d'incidence θ_i sur la particule (Figure 76). Alors, la luminance $R_{pol}(\theta_i).L_{pol}(\Omega_i)$ est réfléchie spéculairement par la 1ère surface. En l'absence de pertes par absorption :

$$R_h(\theta_i) = r^2_{eh}(\theta_i) = [\frac{\cos\theta_i - n_r.\cos\theta'}{\cos\theta_i + n_r.\cos\theta'}]^2 \quad \text{et} \quad R_v(\theta_i) = r^2_{ev}(\theta_i) = [\frac{n_r.\cos\theta_i - \cos\theta'}{n_r.\cos\theta_i + \cos\theta'}]^2$$

L'angle de phase "onde incidente sur la sphère - onde transmise (double réfraction), sans réflexion interne" est $\Psi = \pi - 2.(\theta_i - \theta')$, où $n.\sin\theta' = \sin\theta_i$. Ψ est minimal pour $\theta_i = \pi/2$; $\Psi_{min} = 2.\theta_c$, où $\theta_c = \sin^{-1}(1/n)$ est l'angle critique de réflexion interne. Le demi angle du cône compatible avec cette réfraction avant est donc $\pi - \Psi_{min}$, soit $\pi - 2.\theta_c$.

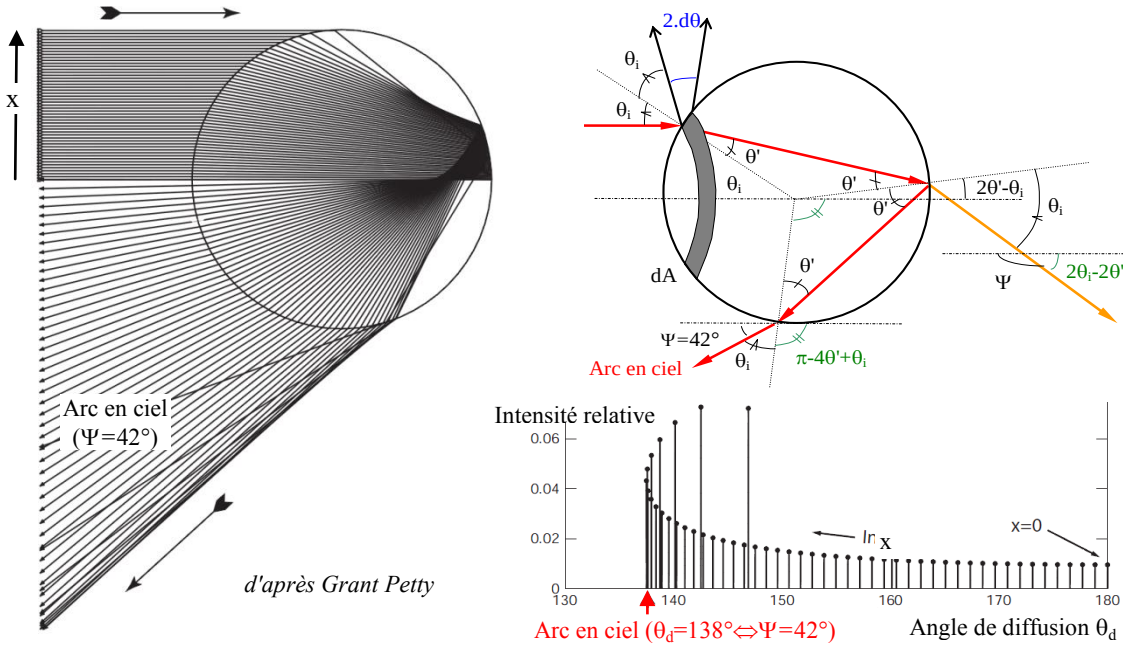


Figure 76 : Diffusion d'une sphère, avec 1 réflexion interne. a) Modélisation numérique par suivi de rayon. b) Cas schématique en optique géométrique. c) Intensité relative selon l'angle de diffusion, pour plusieurs x.

La luminance réfractée dans la sphère selon l'angle θ' est $[1 - R_{pol}].L_{pol}(\Omega_i).\frac{\cos\theta_i}{\cos\theta'}$. Après le trajet $\Delta l = 2a.\cos\theta'$ dans la sphère, elle est atténuée du facteur $e^{-\alpha.\Delta l}$, où $\alpha = 4\pi.n_i/\lambda$ est le coefficient d'absorption. La sphère la réfléchit en partie avec l'angle d'incidence "interne" θ'. La fraction réfléchie est $R_{pol}(\theta_i)$, car le coefficient de réflexion interne pour l'incidence θ' est égal au coefficient de réflexion externe pour l'incidence θ_i,. La luminance transmise par réfraction est donc $|L_{pol}(\Omega')| = |L_{pol}(\Omega_i)|.[1-R_{pol}(\theta_i)]^2.e^{-\alpha.\Delta l}$. Tout rayon reste dans son plan d'incidence. L'énergie de la réfraction avant, sans réflexion interne dans la sphère, est:

$$dW_{1,pol}(\theta_i) = E_{pol}(\Omega_i).dA.\cos\theta_i.[1 - R_{pol}(\theta_i)]^2.e^{-\alpha.\Delta l}$$

$$\frac{dW_{1,pol}(\theta_i)}{d\Omega_v} = E_{pol}(\Omega_i).2\pi.a^2.[1 - R_{pol}(\theta_i)]^2.e^{-4.n_i.\kappa.\cos\theta'}.\frac{\sin\theta_i.\cos\theta_i.d\theta_i}{2\pi.\sin\Psi.d\Psi} \qquad \text{où } d\Omega_v = 2\pi.\sin\Psi.d\Psi$$

L'énergie réfléchie vers l'intérieur de la sphère peut être atténuée et réfléchie plusieurs fois avant d'être finalement réfractée hors de la sphère. A chaque "réflexion interne + atténuation", l'onde est : (1) atténuée d'un facteur $R_{pol}(\theta_i)$, (2) atténuée d'un facteur $\exp(-4\pi.\kappa.n_i.\cos\theta')$ constant pour un θ_i donné et (3) déviée d'un angle additionnel $(\pi - 2.\theta')$. L'intensité réfractée dans l'angle solide $d\Omega_v$ après N trajets dans la sphère est:

$$\frac{dW_{N,pol}(\theta_i)}{d\Omega_v} = E_{pol}(\Omega_i).\frac{\sigma}{4\pi}.[1 - R_{pol}(\theta_i)]^2.[R_{pol}(\theta_i)]^{N-1}.e^{-4N.n_i.\kappa.\cos\theta'}.f_N(\Psi,\theta_i,\theta')$$

On appelle facteur de focalisation le terme $f_N(\Psi,\theta_i,\theta') = \left|\frac{4.\sin\theta_i.\cos\theta_i}{\sin\Psi.(d\Psi/d\theta_i)}\right|$ où $\Psi = |N.\pi + 2\theta_i - 2N.\theta'|$

L'énergie réfractée semble infinie pour toute direction qui annule le dénominateur. C'est une limite de validité de l'optique géométrique : l'intensité réelle est finie. Elle doit être calculée avec la théorie de Mie. L'optique géométrique donne cependant les angles d'incidence, et donc de phase, des pics de diffusion par réfraction :

$$\frac{d\Psi}{d\theta_i} = 2.(1-N.\frac{d\theta'}{d\theta_i}) = 2.[1 - N.\sqrt{\frac{1-\sin^2\theta_i}{n^2-\sin^2\theta_i}}] = 0 \Leftrightarrow \sin\theta_i = \sqrt{\frac{N^2 - n^2}{N^2 - 1}}$$

Pour les gouttes d'eau, ce pic de diffusion pour N = 2 correspond au phénomène de l'arc en ciel principal. Dans le visible, on a n = 1.33, si bien que $\theta_i = 59.4°$, $\theta' = 40.2°$ et $\Psi = 42°$.

Le phénomène "glory" (*Figure 77*), autre type de singularité de $f_N(\Psi,\theta_i,\theta')$, survient si $\Psi = 0$ avec $\theta_i \neq 0$ et $\theta_i \neq \frac{\pi}{2}$.

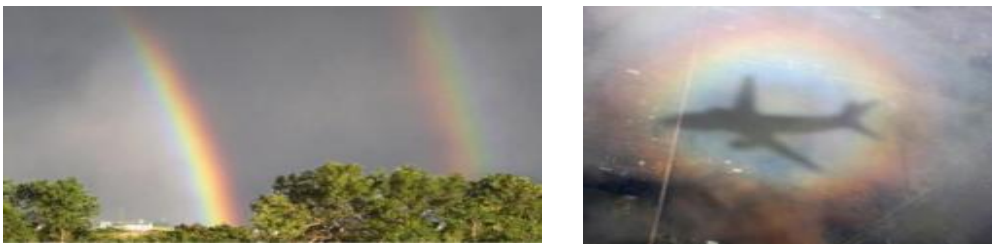


Figure 77 : a) Arc en ciel. Le 2ème arc est du à une double réflexion interne". b) Phénomène "Glory"

La diffusion par réfraction est la somme des "réfraction + réflexion interne" successives d'ordre N :

$$\frac{dW_{ref,pol}(\theta_i)}{d\Omega_v} = E(\Omega_S).\frac{\sigma}{4\pi}.[1 - R_{pol}(\theta_i)]^2.\sum_{N=1}^{\infty}(R_{pol}(\theta_i))^{N-1}.e^{-4Nn_i i.\kappa.\cos\theta'}.f_N(\Psi,\theta_i,\theta') \quad \text{(termes N>2, en général négligés)}$$

La diffusion totale d'une sphère de grande dimension est donc: $\frac{dW_{d,pol}(\theta_i)}{d\Omega_v} = \frac{dW_{diff}(\theta_i)}{d\Omega_v} + \frac{dW_{spe,pol}(\theta_i)}{d\Omega_v} + \frac{dW_{ref,pol}(\theta_i)}{d\Omega_v}$

$$\Rightarrow q_{d,pol}.P_{d,pol}(\Psi_{sv}) = \frac{4\pi}{E_{pol}(\Omega_S).\sigma}.\frac{dW_{d,pol}(\theta_i)}{d\Omega_v} = \kappa^2.[2.\frac{J_1(\kappa.\sin(\pi-\Psi_{sv}))}{\kappa.\sin(\pi-\Psi_{sv})}]^2 + R_{pol}(\Psi/2)$$
$$+ [1 - R_{pol}(\theta_i)]^2.\sum_{N=1}^{\infty}[R_{pol}(\theta_i)]^{N-1}.e^{-4N.n_i.\kappa.\cos\theta'}.f_N(\Psi_{sv},\theta_i,\theta')$$

L'efficacité de diffusion totale est donc : $q_{d,pol} = \frac{1}{4\pi}.\int_{4\pi} q_{d,pol}.P_{d,pol}(\Psi_{sv}).d\Omega$

Onde incidente non polarisée: $q_d.P_d(\Psi_{sv}) = \kappa^2.[2.\frac{J_1(\kappa.\sin(\pi-\Psi_{sv}))}{\kappa.\sin(\pi-\Psi_{sv})}]^2 + \frac{1}{2}.[R_h(\frac{\Psi}{2}) + R_v(\frac{\Psi}{2})] + \frac{1}{2}.\sum_{N=1}^{\infty}\{[1 - R_h(\theta_i)]^2.[R_h(\theta_i)]^{N-1}$
$$+ [1 - R_v(\theta_i)]^2.[R_v(\theta_i)]^{N-1}\}.e^{-4N.ni.\kappa.\cos\theta'}.f_N(\Psi_{sv},\theta_i,\theta')$$

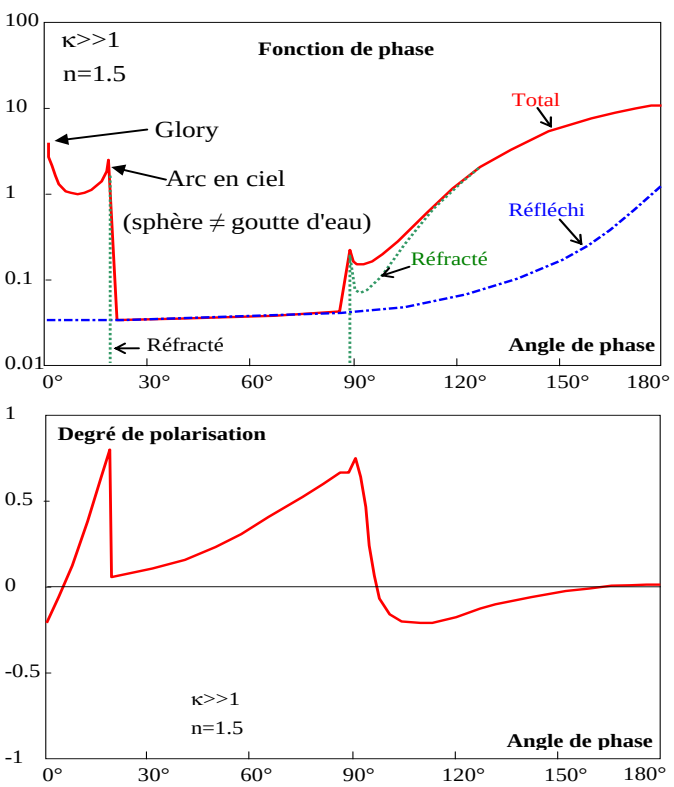


Figure 78 : Propriétés optiques *P(Ψ) et P_{pol}(Ψ) d'une grande sphère (n=1.5, κ=100 dérivées de l'optique géométrique (diffraction exclue)*.

Fonction de phase. Proche de la fonction de phase de Mie. Le pic étroit (Ψ=180°) de la diffraction n'est pas représenté ici. Le pic large "avant" [88° 180°] est du à un seul trajet optique dans la sphère, et les pics à 21° (arc en ciel) et 0° ("glory") sont associés à 2 trajets optiques.

Degré de polarisation. Positif pour toute réflexion de surface, interne ou externe, sauf si l'angle d'incidence est nul.

L'onde réfractée après un trajet interne sans réflexion est polarisée négativement.

L'onde réfractée après réflexion interne est polarisée positivement.

L'onde associée à l'arc-en-ciel est polarisée positivement.

La polarisation du glory peut être positive ou négative.

Ainsi, en résumé : $\frac{dW_d(\Psi,\Phi)}{d\Omega} = W_i.\sigma.q_d.\frac{P(\Psi,\Phi)}{4\pi}$

- κ<<1 : diffusion du type Rayleigh. L'efficacité de diffusion q_d varie comme λ^{-4}.

- $\kappa \approx 1$ et >1 : la section efficace de diffusion devient asymétrique, avec un maximum vers l'avant. q_d varie comme λ^{-n} avec n décroissant de 4 à 0 avec l'augmentation de la taille des particules diffusantes.

Particules réelles (*i.e.*, non sphériques et lisses) : le rayon équivalent $a=\sqrt{\sigma/\pi}$, où σ est la section géométrique moyenne de la particule, remplace le rayon a. Les diffuseurs internes peuvent augmenter le pic de rétrodiffusion.

Fumée de tabac, noir de charbon, aérosols marins	0.001 µm à 0.5 µm
Fumées industrielles, brouillards, poussières	0.5 µm à 50 µm
Pollens, cendres volantes	10 µm à 100 µm
Nuage, brume	20 µm à 300 µm
Cristaux de glace	500 µm à 1200 µm
Gouttes de pluie	500 µm à 5000 µm
Cristaux de neige, grêlons	500 µm à 1 cm

Diamètres de quelques aérosols atmosphériques.

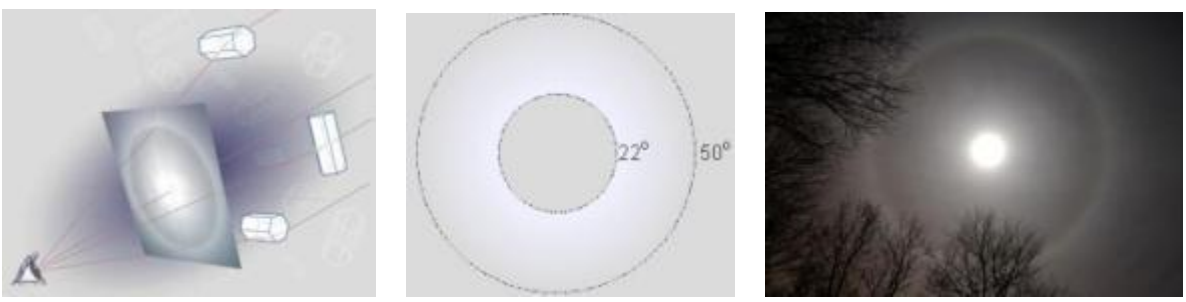


Figure 79 : *Halo du à la réfraction de la lumière de la lune par des cristaux de glace (http://www.atoptics.co.uk).*



Figure 80 : a) Triple soleil. b) Pillars

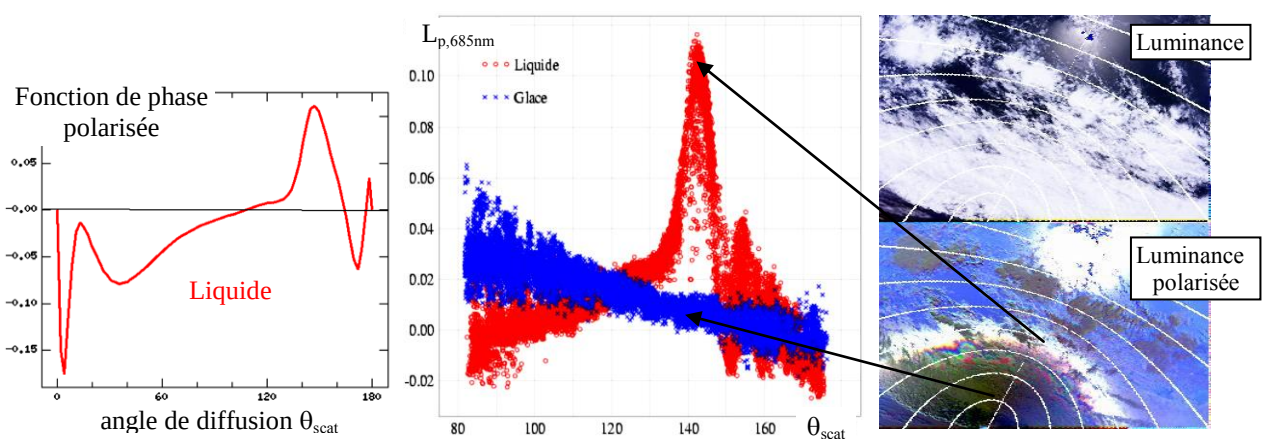


Figure 81 : Estimation de la phase thermodynamique des nuages par mesure satellite Polder de la polarisation.

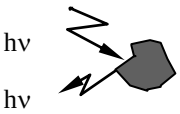
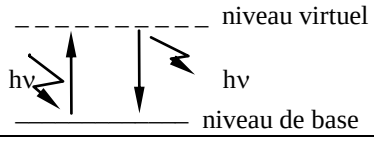
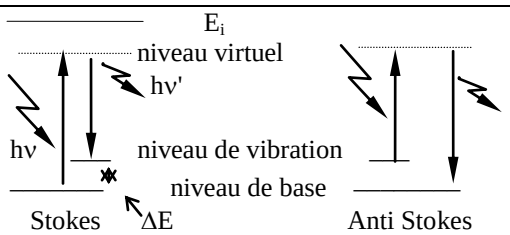
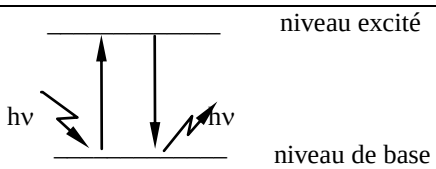
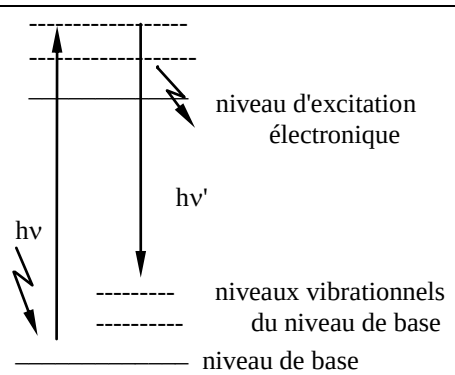
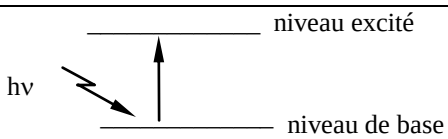
Processus	Description physique
Diffusion de Mie	Diffusion élastique par des particules de taille comparable ou inférieure à la longueur d'onde incidente 
Diffusion de Rayleigh	Diffusion élastique par des molécules ou atomes 
Diffusion de Raman	Diffusion inélastique par des molécules : E=hν-hν'. Résonance si le niveau virtuel est proche du plus faible niveau d'énergie E_i de vibration du plus faible niveau d'énergie électronique. 
Résonance (diffusion)	Correspondance entre fréquence incidente et transition atomique ⇒ grande section efficace de diffusion élastique. 
Fluorescence	hν proche de ΔE, où l'état excité est un état de vibration associé à un état d'excitation électronique. Résonance si hν ≈ ΔE. Les collisions moléculaires peuvent occasionner des transitions rotationnelles avant l'émission hν'. Il en découle une bande large près de hν'. 
Absorption	Fréquence = bande d'absorption d'une molécule 

Tableau 1 : Interactions pour des ondes monochromatiques cohérentes.

	Mécanisme	$\sigma(\Omega_s,\Omega_v)$ ($cm^2.sr^{-1}$)	Durée de vie (s)
Elastique	Diffusion de Rayleigh	10^{-27}	$\leq 10^{-14}$
	Diffusion résonante	10^{-27} à 10^{-20}	10^{-14} à 10^{-6}
	Diffusion de Mie	10^{-27} à 10^{-9}	$\leq 10^{-14}$ (selon taille d'aérosol)
Non élastique	Diffusion ordinaire de Raman	10^{-30} à 10^{-29}	$\leq 10^{-14}$
	Diffusion résonante de Raman	10^{-30} à 10^{-23}	$\leq 10^{-14}$ à $\leq 10^{-8}$
	Fluorescence	$\approx 10^{-23}$	$\leq 10^{-10}$ à $\leq 10^{-8}$
	Fluorescence résonante	10^{-23} à 10^{-16}	$\leq 10^{-8}$ à $\leq 10^{-1}$
	Fluorescence à bande large	$\approx 10^{-16}$	$\approx 10^{-8}$
	Absorption résonante	$\approx 10^{-15}$ cm^2 (totale)	

Tableau 2 : Sections efficaces et durées de vie de mécanismes.

Annexe 6 : POLARISATION DE LA MATIERE ET MODELE DE RAIE

Une onde qui se propage dans un milieu le polarise (*i.e.*, positions modifiées entre charges électriques liées) et induit une conduction (*i.e.*, déplacement de charges libres). Des grandeurs macroscopiques représentent ces interactions : permittivité relative ε_r (*i.e.*, constante diélectrique, notée K en électronique) et indice de réfraction $n=\sqrt{\varepsilon_r}$. Ces quantités varient avec le domaine spectral, et donc avec la fréquence de l'onde incidente. Ceci est montré ici à partir de descriptions microscopiques schématiques de la polarisation (modèle de Lorentz) et de la conduction (modèle de Drude) de la matière.

I. POLARISATION DE LA MATIERE

Soit une onde électromagnétique $(\bar{E},\bar{B})$ de polarisation rectiligne selon Ox (*i.e.* $\bar{E}$//Ox) incidente sur un milieu isolant (non conducteur) constitué de particules de charge q, de masse m et de densité N. Toute charge q est soumise à la force de Laplace : $\bar{F}=q.(\bar{E}_{loc}+\bar{u}x\bar{B}_{loc})$ où $\|\bar{E}_{loc}\|=c.\|\bar{B}_{loc}\|$ et $q.\bar{u}x\bar{B}_{loc} << q.\bar{E}_{loc}$, car $u << c$.
La polarisation de la matière d'un milieu correspond à la création de dipôles $a_{pol}.\bar{E}$, avec $\bar{E}_{loc}$ le champ local et a_{pol} la polarisabilité de la matière. La densité volumique de moment dipolaire est $\bar{P}_e=N.a_{pol}.\bar{E}_{loc}$ si la densité volumique de dipôles est N. Dans un milieu peu dense, $\bar{E}_{loc}=\bar{E}$. Si le milieu est isotrope, la polarisabilité a_{pol} et la permittivité ε sont des scalaires et non des tenseurs. Le type de polarisation (Figure 82) dépend du type de particules :

- ***Polarisabilité électronique*** (a_e) : le déplacement d'orbites électroniques génère des dipôles oscillants. Les électrons peuvent "suivre" les fréquences incidentes jusqu'à des fréquences de 10^{15} Hz ($\lambda > 0.3\mu m$).
- ***Polarisabilité ionique*** (a_i) : ions déplacés les uns par rapport aux autres. La théorie est similaire à celle de la polarisation électronique ($\nu < 10^{13}$ Hz ; $\lambda > 30\mu m$).
- ***Polarisabilité d'orientation dipolaire*** (a_d) : le champ appliqué oriente les dipôles permanents p du milieu. Avec une densité volumique N de ces dipôles à la température T: $N.a_d.\bar{E} \rightarrow N.\frac{p^2}{3.k.T}.\bar{E}$ ($\nu<10^{11}$Hz ; $\lambda>3$mm).
- ***Polarisabilité d'interface*** (a_{int}) : déplacement/vibration macroscopique de charge ($\nu < 10^6$ Hz ; $\lambda > 300$m).

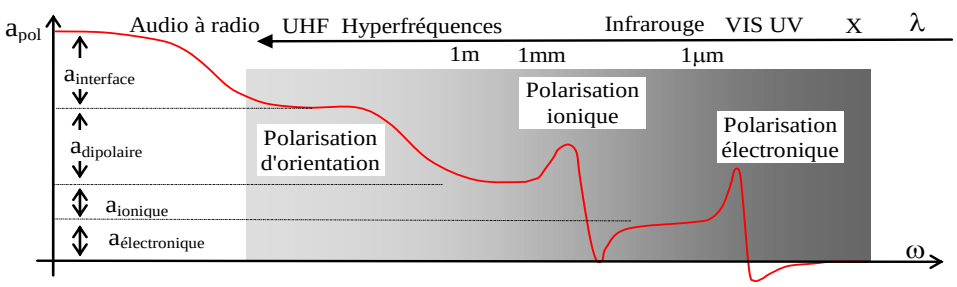


Figure 82 : Polarisabilité totale $a_{pol}(\omega)$.

<u>*Milieu peu dense*</u>: $\bar{E}_{loc} \approx$ champ externe $\bar{E}$ appliqué. Par suite, la densité volumique de moment dipolaire $\bar{P}_e$ est :

- expression microscopique: $\bar{P}_e = N.a_{pol}.\bar{E}$ où $a_{pol} = a_e + a_i + a_d$
- expression macroscopique: $\bar{P}_e = (\bar{D} - \varepsilon_o.\bar{E}) = \varepsilon_o.(\varepsilon_r - 1).\bar{E}$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon = \varepsilon_o + N.a_{pol} \text{ et } N.a_{pol} = \varepsilon_o.(\varepsilon_r - 1)}$$

<u>*Milieu dense*</u> (gaz dense, solide, liquide,…): le déplacement des charges par la polarisation affecte le champ local.

$\bar{E}_{loc} = \bar{E} + \frac{\bar{P}_e}{3\varepsilon_o}$. Vu que $\bar{P}_e = \varepsilon_o.(\varepsilon_r - 1).\bar{E}$, on a $\bar{E}_{loc} = \frac{\varepsilon_r + 2}{3}.\bar{E}$. Vu que $\bar{P}_e = N.a_{pol}.\bar{E}_{loc}$, on a: $\bar{P}_e = N.a_{pol}.\frac{\varepsilon_r + 2}{3}.\bar{E}$

On a donc : $\boxed{\varepsilon = \varepsilon_o + N.a_{pol}\frac{3.\varepsilon_o.N.a_{pol}}{3.\varepsilon_o - N.a_{pol}} \text{ et } N.a_{pol} = 3.\varepsilon_o.\frac{\varepsilon - \varepsilon_o}{\varepsilon + 2\varepsilon_o}}$

II. Polarisation électronique et ionique (modèle de Lorentz)

Le modèle de Lorentz donne l'équation du mouvement oscillatoire d'oscillateurs (*e.g.*, électrons ou ions de masse m et de charge q) dans un plasma unidimensionnel.

$$m.\bar{x}'' + 2\omega_f.m.\bar{x}' + m.\omega_o^2.\bar{x} = q.\bar{E}_{loc} \qquad \text{(position centrale d'équilibre : } x = 0)$$

avec les forces de Laplace $q.\bar{E}$, de rappel élastique $m.\omega_o^2.\bar{x}$ et freinage (perte par choc et rayonnement) $2\omega_f.m.\bar{x}'$.

- ***Sans forçage (E=0) :*** $\bar{x} = \bar{x}_o.e^{i\omega_{res}.t}$

La solution est: $\omega=\omega_{res}=\sqrt{\omega_o^2-\omega_f^2}+i.\omega_f$. Donc: $\bar{x}=\bar{x}_o.\exp[(i\sqrt{\omega_o^2-\omega_f^2}-\omega_f).t]$, avec $x=\mathcal{Re}(\bar{x})=x_o.e^{-\omega_f.t}.\cos(\sqrt{\omega_o^2-\omega_f^2}.t)$

L'énergie mécanique instantanée est $\mathcal{E}(t)=\frac{1}{2}.m.x'^2+\frac{1}{2}.m.\omega_o^2.x^2$. Si $\omega_f \ll \omega_o$ (*i.e.*, $\omega_{res}\approx\omega_o$) à l'instant t, sur une période T : $<\mathcal{E}(t)>_T=\frac{1}{2}.m.\omega_o^2.x_o^2.e^{-2\omega_f.t}=<\mathcal{E}(0)>_T.e^{-2\omega_f.t}$, car $<x^2(t)>_T=\frac{1}{2}.x_o^2.e^{-2\omega_f.t}$. L'énergie $<\mathcal{E}(t)>_T$ diminue dans le temps, avec le taux de décroissance moyen $<\frac{d\mathcal{E}}{dt}>_T=-2\omega_f.<\mathcal{E}>_T$, avec $T=\frac{2\pi}{\sqrt{\omega_o^2-\omega_f^2}}$. Ceci est du à la force de freinage $-2\omega_f.m.x'$, c'est-à-dire aux pertes par rayonnement (désexcitation radiative) et collision (désexcitation collisionnelle). On dit que l'on a une raie d'émisson $\{\omega_{res} \approx \omega_o\}$ avec un taux de perte $2\omega_f$. Son temps de désexcitation (*i.e.*, durée de vie est donc : $\mathcal{E}(\tau)=\mathcal{E}(0).e^{-1}$) est $\tau=\frac{1}{2\omega_f}$, soit une largeur dite naturelle $\Delta\omega=\frac{1}{\tau}=2\omega_f$

<u>*Pas de chocs*</u> : $<\frac{d\mathcal{E}}{dt}>_T=<\frac{d\mathcal{E}_{emis}}{dt}>_T$ = puissance W_r que le dipôle p=qx rayonne $=\frac{4}{3}.\frac{\pi^3.c.p_o^2}{\varepsilon_o.\lambda^4}=\frac{q^2.x_o^2.\omega_o^4}{12\pi.\varepsilon_o.c^3}.e^{-2\omega_f.t}$ (Annexe 7)

$$<\frac{d\mathcal{E}}{dt}>_T=-2\omega_f.<\mathcal{E}>_T \Rightarrow \boxed{2\omega_f\approx\frac{q^2.\omega_o^2}{6\pi.m.\varepsilon_o.c^3}}, \text{ et donc : } \boxed{\Delta\lambda=c.\frac{2\pi.\Delta\omega}{\omega_o^2}=\frac{q^2}{3.\varepsilon_o.m.c^2}}, \text{ car } \lambda=c.\frac{2\pi}{\omega}.$$

Exemple : la raie ($\lambda_o \approx 600$nm ; $\omega_o \approx 3.10^{15}s^{-1}$) de l'atome Na s'amortit en $\tau=\frac{1}{2\omega_f}=10^{-8}$s, soit $\frac{1}{2\omega_f}.\frac{\omega_o}{2\pi}\approx 10^7$ oscillations. L'élargissement naturel est $\Delta\lambda=c.\Delta\nu/\nu^2\approx 1.2\ 10^{-4}A << \lambda_o$.

- ***Avec forçage ($E_x = E_{ox}.e^{i\omega t} \neq 0$) :*** $\bar{x} = \bar{x}_o.e^{i\omega.t}$

- Milieu peu dense : $\bar{E}_{loc} = \bar{E}_x \Rightarrow$ polarisation $P_{e,x}=N.q.x=P_{e,xo}.e^{i\omega t}$ où $P_{e,xo}=N.q.x_o \Rightarrow P''_{e,x}+2\omega_f.P'_{e,x}+\omega_o^2.P_{e,x}=\frac{N.q^2}{m}.E_x$

- Milieu dense : $\bar{E}_{loc}=\bar{E}_x+\frac{\bar{P}_{e,x}}{3\varepsilon_o} \Rightarrow P''_{e,x}+2\omega_f.P'_{e,x}+\omega_r^2.P_{e,x}=\frac{N.q^2}{m}.E_x$ où $\omega_r^2=\omega_o^2-\frac{N.q^2}{3.m.\varepsilon_o}$

La solution générale est donc : $P_{e,x}=\frac{N.q^2.E_x}{m.[(\omega_r^2-\omega^2)+2.i.\omega.\omega_f]}$ où $\omega_r^2=\omega_o^2-\frac{N.q^2}{3.m.\varepsilon_o}$ (milieu dense) ou $\omega_r^2=\omega_o^2$ (gaz)

$\bar{E}_x$ et $\bar{P}_{e,x}$ sont déphasés de ψ_{PE} ; $\sin\psi_{PE}=\frac{2.\omega_f.\omega}{[(\omega_r^2-\omega^2)^2+4.\omega_f^2.\omega^2]^{1/2}}$. Il y a résonance si $\bar{E}_x$ a la fréquence $\boxed{\omega_{res}=\sqrt{\omega_r^2-\omega_f^2}+i.\omega_f}$. En fait : $\omega_{res}\approx\omega_r$, car en général $\omega_r >> \omega_f$.

On dit que l'on a une raie $\{\omega_r\}$. Pour un gaz non dense, la raie est $\{\omega_o\}$.

En l'absence de chocs, un oscillateur en régime stationnaire rayonne la puissance $<\frac{d\mathcal{E}_{emis}}{dt}>_T$ qu'il absorbe $<\frac{d\mathcal{E}_a}{dt}>_T$:

$$\Rightarrow <\frac{d\mathcal{E}_a}{dt}>_T=<\mathcal{I}m(\bar{E}.\bar{P}'_{e,x})>_T=\frac{q^2}{2m}.E^2.\frac{\omega\sin\psi_{PE}}{m.[(\omega_r^2-\omega^2)^2+4.\omega_f^2.\omega^2]^{1/2}}=\frac{q^2}{2m}.E^2.\frac{2\omega_f.\omega^2}{[(\omega_r^2-\omega^2)^2+4.\omega_f^2.\omega^2]}, \text{ où } <\cos^2\omega t>_T=\frac{1}{2}.$$

La section efficace d'absorption $\sigma_a(\omega)=\frac{2}{\varepsilon_o.c.E_o^2}.<\frac{d\mathcal{E}_a}{dt}>_T$ de l'oscillateur est donc :

$$\sigma_a(\omega)=\frac{q^2}{m.\varepsilon_o.c}.\frac{2\omega_f.\omega^2}{[(\omega_r^2-\omega^2)^2+4.\omega_f^2.\omega^2]}=\sigma_{a,max}.\frac{4\omega_f^2.\omega^2}{[(\omega_r^2-\omega^2)^2+4.\omega_f^2.\omega^2]} \quad \text{où } \sigma_{a,max}=\frac{q^2}{m.\varepsilon_o.c}.\frac{1}{2\omega_f}$$

En présence du forçage $\bar{E}$, la largeur de raie est donc aussi $2\omega_f$, car $\sigma_a(\omega)=\frac{\sigma_{a,max}}{2}$ pour $\omega_{1/2}=\sqrt{\omega_r^2+\omega_f^2}\pm\omega_f$.

Toute raie étant fine ($2\omega_f << \omega_r$), sur toute la raie, l'on a : $\omega\approx\omega_r$. La section efficace d'absorption est donc :

$$\sigma_a(\omega)\approx\sigma_{a,max}.\pi.\omega_f.\Phi(\omega) \quad \text{où } \Phi(\omega)=\frac{1}{\pi}.\frac{\omega_f}{(\omega_r-\omega)^2+\omega_f^2}\ (Hz^{-1}), \int_0^\infty \Phi.d\omega=1 \text{ et } \omega_{1/2}=\omega_r\pm\omega_f.$$

Toute raie est caractérisée par son profil $\Phi(\omega)$ et son intensité $S=\sigma_a=\int_0^\infty \sigma_a(\omega).d\omega=\sigma_{a,max}.\pi.\omega_f=\frac{\pi.q^2}{2m.\varepsilon_o.c}$.

Avec un seul type de particules : $P_e=(\varepsilon-\varepsilon_o).E \Rightarrow \varepsilon(\omega)=\varepsilon_o+\frac{N.q^2}{m.[(\omega_r^2-\omega^2)+2.i.\omega.\omega_f]}$ et $a_e=\frac{\varepsilon-\varepsilon_o}{N}=\frac{q^2}{m.[(\omega_r^2-\omega^2)+2.i.\omega_f.\omega]}$

$$\Rightarrow \varepsilon_r=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}=\mathcal{Re}(\varepsilon_r)+i.\mathcal{Im}(\varepsilon_r), \text{ où } \mathcal{Re}(\varepsilon_r)=1+\frac{\omega_p^2.(\omega_r^2-\omega^2)}{(\omega_r^2-\omega^2)^2+4.\omega_f^2.\omega^2}, \mathcal{Im}(\varepsilon_r)=\frac{-2\omega_p^2.\omega_f.\omega}{(\omega_r^2-\omega^2)^2+4.\omega_f^2.\omega^2} \text{ et fréquence plasma } \omega_p=\sqrt{\frac{N.q^2}{m.\varepsilon_o}}$$

Note : vu que les relations de dispersion $\mathcal{Re}(\varepsilon_r(\omega))$ et $\mathcal{Im}(\varepsilon_r(\omega))$ dépendent des états quantiques de la matière, N devrait être remplacé par $N.f_{uv}$ où f_{uv} est la probabilité relative de transition entre 2 états d'énergie E_u et E_v.

	$a_e=\frac{\varepsilon-\varepsilon_o}{N}=\frac{\varepsilon_r-1}{N}$	$\mathcal{Re}(\varepsilon_r)$, $\mathcal{Re}(n)=n_r$	$\mathcal{Im}(\varepsilon_r)$, $\mathcal{Im}(n)=n_i$
$\omega \ll \omega_r-\omega_f$	$a_e \to \frac{\omega_p^2}{\omega_r^2}$	$\mathcal{Re}(\varepsilon_r)\to 1+\frac{\omega_p^2}{\omega_r^2}$, $n_r\to\sqrt{1+\frac{\omega_p^2}{\omega_r^2}}$	$\mathcal{Im}(\varepsilon_r)\to 0$, $n_i\to 0$
	Coefficient d'extinction par absorption : $\alpha_a=\frac{4\pi.n_i}{\lambda_o}\approx\frac{2\pi.\mathcal{Im}(\varepsilon_r)}{\lambda_o.\sqrt{\mathcal{Re}(\varepsilon_r)}}\approx\frac{\omega.\mathcal{Im}(\varepsilon_r)}{c}=-\frac{2\omega_p^2.\omega_f}{c}.\frac{\omega^2}{(\omega_r^2-\omega^2)^2}$		
$\omega\approx\omega_r$	$\mathcal{Re}(a_e)\approx\frac{\mathcal{Re}(\varepsilon_r)-1}{N}.\varepsilon_o\approx\frac{q^2}{2.m.\omega_r}.\frac{\omega_r-\omega}{(\omega_r-\omega)^2+\omega_f^2}\approx 0$ $\Rightarrow \lVert a_e\rVert\approx\mathcal{Im}(a_e)=\frac{\mathcal{Im}(\varepsilon_r)}{N}.\varepsilon_o=\frac{\pi.q^2}{2m.\omega_r}.\Phi(\omega)$	$\mathcal{Re}(\varepsilon_r)=1+\frac{\omega_p^2}{2.\omega_r}.\frac{\omega_r-\omega}{(\omega_r-\omega)^2+\omega_f^2}$ $n_i\approx n_r\approx\frac{\omega_p}{2}.\sqrt{\frac{\pi.\Phi(\omega)}{\omega_r}}$	$\mathcal{Im}(\varepsilon_r)\approx\frac{\pi.\omega_p^2}{2.\omega_r}.\Phi(\omega)>>\mathcal{Re}(\varepsilon_r)$
$\omega=\omega_r$	$a_e=\frac{q^2}{2.m.\omega_f.\omega_r}=\frac{\varepsilon_o}{N}.\frac{\omega_p^2}{2.m.\omega_f.\omega_r}$	$\mathcal{Re}(\varepsilon_r)=0$, $n_r=\frac{\omega_p^2}{2.\sqrt{\omega_f.\omega_r}}$	$\mathcal{Im}(\varepsilon_r)=-\frac{i.\omega_p^2}{2.\omega_f.\omega_r}$, $n_i=\frac{\omega_p^2}{2.\sqrt{\omega_f.\omega_r}}$
$\omega>>\omega_r-\omega_f$	$a_e\to\frac{q^2}{m.\omega^2}=\frac{\varepsilon_o}{N}.\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\to 0$	$\mathcal{Re}(\varepsilon_r)\to 1$, $n_r\to 1$	$\mathcal{Im}(\varepsilon_r)\to 0$, $n_i\to 0$

Tableau 3 : Variation spectrale de la polarisabilité a_e, de la constante diélectrique ε_r et de l'indice de réfraction n.

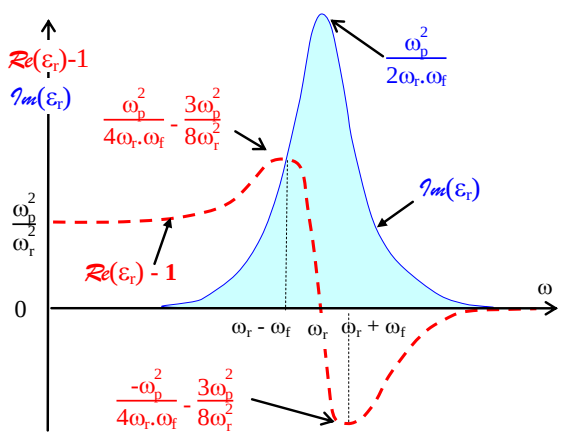


Figure 83 : *Constante diélectrique $\varepsilon_r(\omega)$ pour $\omega\approx\omega_r$ avec $\omega_f << \omega_r$*

Pic d'absorption à $\omega\approx\omega_r$ (*i.e.*, $\mathcal{Im}(\varepsilon_r)$ maximal). Largeur naturelle $\approx 2\omega_f$. A $\omega=\omega_r+\omega_f$ et $\omega=\omega_r-\omega_f$, on a :

$$\frac{\partial\mathcal{Re}(\varepsilon_r)}{\partial\omega}=0 \text{ et } \mathcal{Im}(\varepsilon_r(\omega))=\frac{\mathcal{Im}(\varepsilon_r(\omega_r))}{2}$$

L'effet Doppler et la pression (*i.e.*, collisions) élargissent les pics d'absorption.

Ici, $\varepsilon_r(\omega)=1$ si $\omega>\omega_r$. Cela signifie qu'il n'y a pas d'oscillateur de fréquence de résonance $>\omega_r$ La dispersion est dite normale si $\frac{\partial\mathcal{Re}(\varepsilon_r)}{\partial\omega}>0$ et anormale si $\frac{\partial\mathcal{Re}(\varepsilon_r)}{\partial\omega}<0$.

Avec différents types de particules j indépendantes : $\boxed{\varepsilon(\omega)=\varepsilon_o+\Sigma_j\frac{N_j.q^2}{m_j.[(\omega_{r,uv}^2-\omega^2)+2.i.\omega.\omega_{f,uv}]}}$

$a_e(\omega)$ et $\varepsilon(\omega)$ ne dépendent de l'oscillateur j que si $\omega\le\omega_{r,j}$. Leurs valeurs sont d'autant plus élevées que ω est proche de sa fréquence de résonance ω_{rj} de l'oscillateur. De plus, un très petit temps moyen $\Delta\tau$ entre collisions peut empêcher la formation de l'oscillation ω_{rj}. Il y a donc continuum et non résonance si $\frac{1}{\Delta\tau_{col}}>\omega_{rj}\ \forall j$.

Note : les relations de Kramer-Kronig lient $\mathcal{Re}(\varepsilon_r(\omega))=1+\frac{2}{\pi}.\int_0^\infty\frac{x.\mathcal{Im}(\varepsilon_r(x))}{x^2-\omega^2}.dx$ et $\mathcal{Im}(\varepsilon_r(\omega))=-\frac{2.\omega}{\pi}.\int_0^\infty\frac{\mathcal{Re}(\varepsilon_r(x))}{x^2-\omega^2}.dx$

Cas théorique : $\bar{E}$ incident sur sphère (rayon a, permittivité relative $\varepsilon_{r,p}$) isolée $\Rightarrow$ dipole $\bar{p}=4\pi.a^3.\varepsilon_o.\frac{\varepsilon_{r,p}-1}{\varepsilon_{r,p}+2}.\bar{E}$ qui rayonne $W_r=\frac{4}{3}.\frac{\pi^3.c.p_o^2}{\varepsilon_o.\lambda^4}$. Par suite : $q_d=\frac{\sigma_d}{\pi a^2}=\frac{1}{\pi a^2}.\frac{W_r}{\frac{\varepsilon_o.c.E^2}{2}}=\frac{2^7}{3}.\frac{\pi^4}{\lambda^4}.[\frac{\varepsilon_{r,p}-1}{\varepsilon_{r,p}+2}]^2=\frac{8}{3}.\kappa^4.[\frac{\varepsilon_{r,p}-1}{\varepsilon_{r,p}+2}]^2$ où $\kappa=\frac{2\pi.a}{\lambda}$

Cours : http://www.normalesup.org/~baglio/physique/Electromagnetisme.pdf

III. Polarisation des dipôles

La polarisation d'un milieu composé de dipôles permanents dépend de la polarisabilité dipolaire statique $\frac{p^2}{3.k.T}$ et du temps de relaxation τ (*i.e.* temps pour que la polarisabilité d'un milieu initialement soumis à un champ statique diminue du facteur e). τ décroît si la température augmente. Soumis à un champ $E = E_o.e^{i(\omega t - kz)}$, un milieu composé d'électrons, d'ions et de dipôles permanents (*e.g.* H_2O) de température T a donc la polarisation:

$$P_e = N.[a_e + a_i + a_d].E \quad \text{où} \quad a_d = \frac{p^2}{3kT}.\frac{1}{1+i.\omega.\tau} \Rightarrow \boxed{N.a_{pol} = N.[a_e + a_i + \frac{p^2}{3kT}.\frac{1}{1+i.\omega.\tau}]}$$

Aux basses fréquences : $\varepsilon_r(\omega) \rightarrow \varepsilon_s = 1 + \frac{N}{\varepsilon_o}.[a_e + a_i + \frac{p^2}{3kT}]$. L'augmentation de température tend à désorganiser l'orientation des dipôles, ce qui diminue $\varepsilon_r(\omega)$. Aux hautes fréquences ($\frac{\omega}{2\pi} >> \frac{1}{\tau}$), la polarisation dipolaire s'annule, si bien que la polarisation du milieu n'est qu'électronique ou ionique (*i.e.*, $P_e = N.(a_e+a_i).E$).

La polarisation d'orientation dipolaire explique les variations spectrales de $\mathcal{Re}(\varepsilon_r(\omega))$ et $\mathcal{Im}(\varepsilon_r(\omega))$ des molécules d'eau à une basse fréquence spécifique (Figure 54 et Figure 84). Ainsi, près de ≈ 15 GHz (*i.e.*, $\lambda \approx 3$cm; $\tau \approx 10^{-10}$ s,), $\mathcal{Re}(\varepsilon_r(\omega))$ décroît de 80 à 5.5, alors que $\mathcal{Im}(\varepsilon_r(\omega))$ est maximal, en s'annulant à des fréquences plus basses et plus hautes. La conductivité ionique σ due à la salinité augmente beaucoup $\mathcal{Im}(\varepsilon_r(\omega))$ aux basses fréquences.

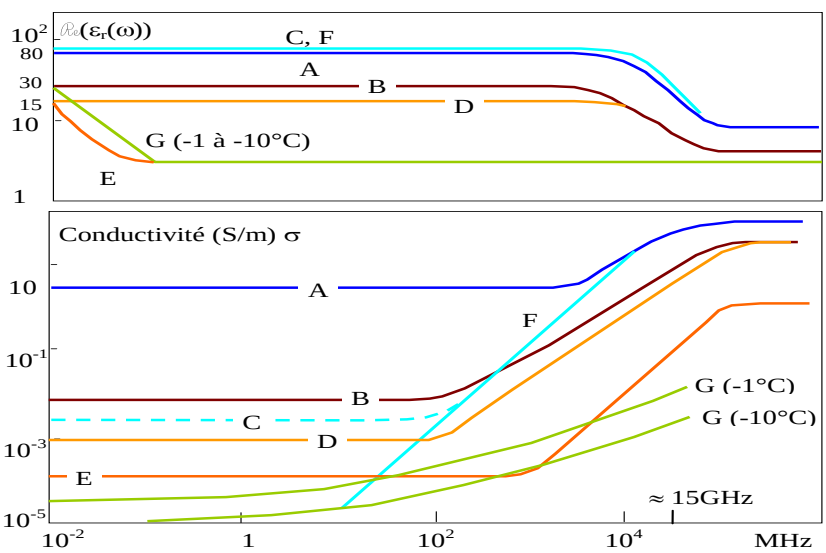


Figure 84: *Constante diélectrique réelle et conductivité :*

A) Eau de mer (20°C, salinité normale),
B) Sol humide,
C) Eau douce à 20°C,
D) Sol plutôt sec,
E) Sol très sec,
F) Eau pure à 20°C,
G) Glace d'eau douce.

Les sols se comportent comme des diélectriques (forte permittivité, basse conductivité) aux basses fréquences et comme des conducteurs aux hautes fréquences.

IV. Conduction (modèle de Drude)

La conduction concerne les électrons libres (*e.g.*, électrons de valence des métaux). N'étant pas soumis à une force de rappel ($\omega_r = 0$ dans le modèle de Lorentz), leur équation du mouvement est : $m.x'' = -qE - 2\omega_f.m.x'$. Le coefficient de friction $2\omega_f$ ne représente alors que les pertes par collision (pas de perte par rayonnement). Il est donc proportionnel à la fréquence des collisions des électrons avec le réseau ionique/moléculaire : $2\omega_f = 1/\tau$. Le courant j dépend du régime de E :

- Régime stationnaire ($E = cste$): $\bar{j} = N_e.q.x' = \frac{N_e.q^2.\bar{E}}{2.m.\omega_f} = \sigma_o.\bar{E}$ où $\sigma_o = \frac{N_e.q^2}{2.m.\omega_f}$ et N_e = densité volumique d'électrons
- Régime harmonique ($E = E(\omega)$) : $\bar{j} = \sigma.\bar{E}$ où $\sigma = \frac{\sigma_o}{1+i\omega.\tau}$ et $\tau = \frac{1}{2\omega_f}$

Le remplacement de $\varepsilon(\omega)$ par $\varepsilon(\omega) + i.\frac{\sigma(\omega)}{\omega}$ dans des relations comme celle de Maxwell $i\bar{k}x\bar{B} = \mu_o.\bar{j} - i.\varepsilon.\mu_o.\omega.\bar{E}$ permet d'étendre aux milieux conducteurs les relations développées pour les milieux non conducteurs. Ainsi, pour un milieu sans polarisation dipolaire :

$$\boxed{\varepsilon(\omega) = \varepsilon_o + i.\frac{N_e.q^2}{2m.\omega_f}.\frac{1}{\omega.(1+i.\omega.\tau)} + \Sigma_j \frac{N_j.q^2}{m_j.[(\omega_{rj}^2 - \omega^2) + 2.i.\omega.\omega_{fj}]}}$$

N_e : densité d'électrons libres et N_j : densité d'électrons liés au réseau j.

Annexe 7 : Diffusion du dipôle et Emission Thermique

I. Mécanismes d'interaction

I.1 Absorption *vs.* Diffusion

La matière est composée d'édifices atomiques qui oscillent dans des intervalles de fréquence très étroits ($\Delta\nu=2\omega_f$; durée de vie $\tau_r=1/\Delta\nu$) centrés sur ses fréquences de résonance $\nu_{r,ij}$, entre ses niveaux discrets $\mathcal{E}_{pi}$ et $\mathcal{E}_{pj}$ (*i.e.*, énergie $h\nu_{r,ij}=\mathcal{E}_{pj}-\mathcal{E}_{pi}$). Un édifice atomique absorbe et/ou diffuse l'onde qu'il intercepte. Il y a absorption si la fréquence ν de l'onde incidente est proche d'une fréquence de résonance ν_r. Ce phénomène, intense et discret, accroit l'énergie interne de l'édifice. Dans un milieu dense (*e.g.*, atmosphère jusqu'à 50km d'altitude), l'énergie absorbée aux fréquences ν_r est redistribuée par collision entre toutes ses molécules, et rayonnée à des fréquences qui dépendent de leur énergie interne. Contrairement à l'absorption, la diffusion est un mécanisme à spectre large. Lors d'une diffusion élastique, l'onde diffusée a la même fréquence ν que l'onde incidente. La diffusion atténue l'onde sans l'absorber, car elle distribue tout ou partie de l'onde interceptée dans l'espace 4π.

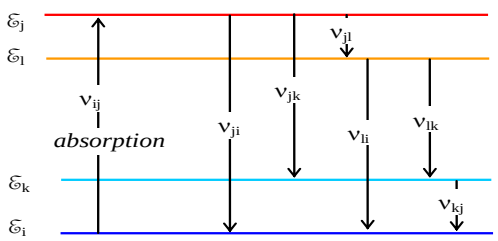


Figure 85: *Changements d'états quantiques à* $\nu=\nu_{ij}$

Absorption ($\Delta\mathcal{E}_{ij}>0$) : l'onde incidente transmet son énergie à l'édifice ($\mathcal{E}_i \rightarrow \mathcal{E}_j$).

Emission ($\Delta\mathcal{E}_{ij}<0$) : retour du niveau ($\mathcal{E}_j$) à E_i, direct ou en passant par des niveaux intermédiaires l, k, etc.

Le dipôle $\{p_o,\omega_{ij}\}$ rayonne : $\dfrac{p_o^2.\omega_{ij}^4}{12\pi.\varepsilon_o.c^3}=\dfrac{4}{3}.\dfrac{\pi^3.c.p_o^2}{\varepsilon_o.\lambda_{ij}^4}$

Dans le domaine spectral utile en télédétection, les fréquences de résonance sont dues aux mécanismes oscillatoires entre les niveaux d'énergie électroniques (UV, VIS, PIR : $\approx 0.1\text{-}1\,\mu m$), vibrationnels (IR : $\approx 1\text{-}10^2\mu m$) et rotationnels (IR lointain et radio: $\approx 0.1\text{-}10^2\,mm$) de la matière. Elles sont très nombreuses et réparties sur tout le spectre, de par la grande diversité des niveaux d'énergie des molécules et des conditions environnementales. Cependant, pour une molécule donnée, les fréquences ν_r surviennent uniquement dans certaines parties du spectre et certains types de fréquence de résonnance peuvent ne pas être présents. Ainsi, les niveaux rotationnels et de vibration-rotation peuvent être absents, ce qui implique l'absence de fréquences ν_r dans l'IR. Ces niveaux n'existent pas pour les molécules qui n'ont pas un moment dipolaire permanent, comme les gaz diatomiques homopolaires (*i.e.*, liaison covalente). Les gaz majoritaires (*i.e.*, N_2, O_2) n'absorbent donc pas dans l'IRT. Par contre, les gaz absorbants dans l'IRT (*i.e.*, gaz à effet de serre) forment bien des dipôles permanents. Ce sont des gaz minoritaires comme CH_4, $CFCl_3$ et CF_2Cl_2 et les gaz tri-atomiques H_2O, CO_2, O_3 et N_2O.

2.) Rayonnement de dipôles

a) Dipôle $\bar{p}$: charges ponctuelles q_i de vitesse $\bar{v}_i$ espacées de $\Delta\eta_i$, où $p=\Sigma q_i.\Delta\eta_i=p_o.\cos\omega t$ et $\Sigma q_i=0$.

Les champs $\bar{E}$ et $\bar{B}$ créés par le dipôle se déduisent des potentiels induits :

$$V(\bar{r},t)=\frac{1}{4\pi.\varepsilon_o}.\frac{\Sigma q_i}{r}+\frac{1}{4\pi.\varepsilon_o}.[\frac{p(t-r/c)}{r^2}+\frac{p'(t-r/c)}{r.c}].\cos\theta \quad \text{et} \quad \bar{A}(\bar{r},t)=\frac{\mu_o}{4\pi}.\frac{\bar{p}'(t-r/c)}{r}=\frac{1}{4\pi.\varepsilon_o.c^2}.\frac{\bar{p}'(t-r/c)}{r} \quad (\bar{p}'=\frac{\partial\bar{p}}{\partial t})$$

$$-\bar{E}=-\overline{grad}V-\frac{\partial\bar{A}}{\partial t} \Rightarrow E_r(r,t)=\frac{2.\cos\theta}{4\pi.\varepsilon_o}.[\frac{p(t-r/c)}{r^3}+\frac{p'(t-r/c)}{c.r^2}]$$

$$E_\theta(r,t)=\frac{\sin\theta}{4\pi.\varepsilon_o}.[\frac{p(t-r/c)}{r^3}+\frac{p'(t-r/c)}{c.r^2}+\frac{p''(t-r/c)}{c^2.r}]$$

$$E_\phi(r,t)=0$$

$$-\bar{B}=\overline{rot}\bar{A} \Rightarrow \quad B_\phi(r,t)=\frac{\mu_o.\sin\theta}{4\pi}.[\frac{p'(t-r/c)}{r^2}+\frac{p''(t-r/c)}{r.c}]$$

$$B_r(r,t)=B_\theta=0$$

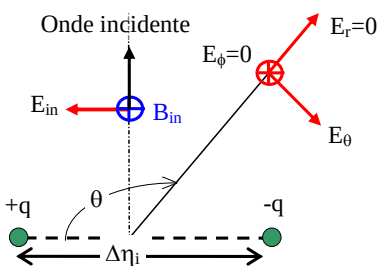


Figure 86 : Champs $\bar{E}$ et $\bar{B}$ rayonnés par un dipôle p ($v_i << c$ et $r >> \Delta\eta_i \ \forall i$)

Un dipôle au repos crée un champ $\bar{E}$ statique alors qu'un dipôle oscillant crée des champs oscillants $\bar{E}$ et $\bar{B}$ (*Figure 86*). Loin d'un dipôle oscillant, seuls les champs en r^{-1} sont non négligeables. Etant proportionnels à l'accélération p", ces champs (*i.e.*, $E_\theta=\omega^2.\frac{p_o.\sin\theta}{4\pi.c^2.\varepsilon_o}.\frac{1}{r}$ et $B_\phi=\frac{E_\theta}{c}$) sont en phase, et constituent donc une onde plane où ($\bar{E}_\theta$, $\bar{B}_\phi$, $\bar{r}$) forme un trièdre. Pour les directions '$\theta=0°$' et '$\theta=180°$' : $E_\theta=0$, comme si le dipôle n'est pas "vu" osciller. A grande distance, un dipôle rayonne (*i.e.*, vecteur de Poynting $|\bar{\Pi}_{diff}(t,r,\theta)|=\varepsilon_o.c.E_\theta^2$) :

- *Emittance directionnelle instantanée* ($W.m^{-2}$) : $|\bar{\Pi}_{diff}(t,r,\theta)| = \varepsilon_o.c.E_\theta^2 = \frac{p''^2}{16\pi^2.\varepsilon_o.c^3}.\frac{\sin^2\theta}{r^2} = \frac{c.\pi^2.\sin^2\theta}{\varepsilon_o.r^2.\lambda^4}.\cos^2\omega t$

- *Emittance directionnelle moyenne* ($W.m^{-2}$) : $|\bar{\Pi}_{diff}(r,\theta)| = <|\bar{\Pi}_{diff}(t,r,\theta)|>_{temps} = \frac{\omega^4.p_o^2.\sin^2\theta}{32\pi^2.\varepsilon_o.r^2.c^3} = \frac{c.\pi^2.\sin^2\theta}{2\varepsilon_o.r^2.\lambda^4}.p_o^2$

- *Intensité rayonnée* ($W.sr^{-1}$) : $|\frac{\partial\bar{\Pi}_{diff}(r,\theta)}{\partial\Omega}| = |\bar{\Pi}_{diff}(r,\theta)|.\frac{r^2.d\Omega}{d\Omega} = \frac{\omega^4.\sin^2\theta}{32\pi^2.\varepsilon_o.c^3}.p_o^2 = \frac{c.\pi^2.\sin^2\theta}{2\varepsilon_o.\lambda^4}.p_o^2$

- *Puissance moyenne rayonnée* (W) : $W_r(\omega) = \int_{sphère}|\frac{\partial\bar{\Pi}_{diff}(\theta)}{\partial\Omega}|.d\Omega = \int_{sphère}<\varepsilon_o.c.E^2>_{temps}.d\Omega = \frac{p_o^2.\omega^4}{12\pi.\varepsilon_o.c^3} = \frac{4}{3}.\frac{c.\pi^3}{\varepsilon_o.\lambda^4}.p_o^2$

Note: $dS = r^2.d\Omega = r^2.\sin\theta.d\theta.d\phi$ où $\theta\in[0\ \pi]$ et $\phi\in[0\ 2\pi]$. $\sin^3\theta = \frac{3}{4}.\sin\theta - \frac{1}{4}.\sin 3\theta \Rightarrow \int_0^\pi \sin^3\theta.d\theta = \frac{4}{3}$ et $\int_{sphère}\sin^3\theta.d\Omega = \frac{8\pi}{3}$

b) Gaz de charges de densité volumique N et de polarisabilité a_{pol}.

L'éclairement $<|\bar{\Pi}_{in}|>_{temps} = \frac{\varepsilon_o.c.E_o^2}{2}$ du champ $\bar{E}_{in}(t,\omega) = \bar{E}_o.\cos\omega t$ crée la polarisation $\bar{P}_{pol} = N.\bar{p}(t,\omega)$ où $\bar{p}(t,\omega) = a_{pol}(\omega).\bar{E}_{in}(t,\omega)$. Ici, les oscillateurs créés diffusent le rayonnement intercepté. Tout dipôle est caractérisé par :

- *Section efficace de diffusion différentielle élastique*: $\sigma_d(\omega,\theta) = \frac{1}{|\bar{\Pi}_{in}|}.|\frac{\partial\bar{\Pi}_{diff}(r,\theta)}{\partial\Omega}| = \frac{\omega^4.\sin^2\theta}{16\pi^2.c^4}.\frac{a_{pol}^2}{\varepsilon_o^2} = \frac{\pi^2.\sin^2\theta}{\lambda^4}.\frac{a_{pol}^2}{\varepsilon_o^2}$ (m^2/sr)

- *Section efficace de diffusion élastique* : $\boxed{\sigma_d(\omega) = \frac{W_r(\omega)}{|\bar{\Pi}_{in}|} = \frac{\omega^4}{6\pi.\varepsilon_o^2.c^4}.a_{pol}^2 = \frac{8}{3}.\frac{\pi^3}{\varepsilon_o^2}.\frac{a_{pol}^2}{\lambda^4}\ (m^2)}$

Vu que a_{pol} varie avec ω (cf Annexe 6), loin de la polarisation dipolaire ($\omega > \omega_{pol\ dipolaire}$) :

- $\omega >> \omega_r$: $|a_{pol}| = a_e \to \frac{q^2}{m.\omega^2} \Rightarrow \sigma_d \to \sigma_T = \frac{q^4}{6\pi.m^2.\varepsilon_o^2.c^4} = \frac{8\pi}{3}.r_e^2 \approx 6.6\ 10^{-29}\ m^2$ section efficace Thomson, en appelant rayon classique de l'électron $r_e = \frac{q^2}{4\pi.\varepsilon_o.m.c^2}$.

- $\omega \approx \omega_r$: $\sigma_d \approx \frac{\sigma_T}{4}.\frac{\omega^4}{(\omega-\omega_r)^2+\omega_f^2}.\frac{\omega_f^2}{\omega_r^2} \to \frac{\sigma_T}{4}.\omega_r^2$ car $|a_e| \approx \mathcal{Im}(a_e) = \frac{\pi.q^2}{2m.\omega_r}.\Phi(\omega)$ où $\Phi(\omega) = \frac{1}{\pi}.\frac{\omega_f}{(\omega_r-\omega)^2+\omega_f^2}$

- $\omega << \omega_r$: $|a_{pol}| = a_e \to \frac{q^2}{m.\omega_r^2} \Rightarrow \sigma_d \approx \sigma_T.[\frac{\omega}{\omega_r}]^4 = \frac{Cste}{\lambda^4}$

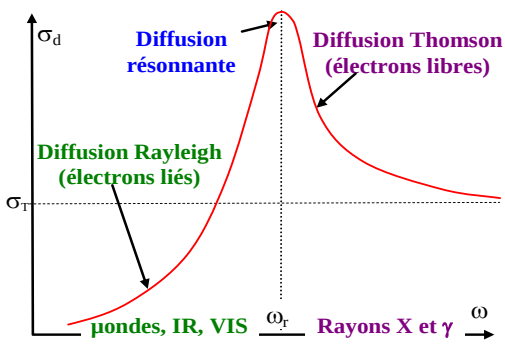


Figure 87: *$\sigma_d(\omega)$ dérivé du modèle de Lorentz.*

- *Puissance instantanée spectrale absorbée* ($W/m^3/m$): $W_a(t,\omega) = \frac{\pi.N.q^2.\omega}{2.m.\omega_r}.\Phi(\omega).E^2(t,\omega)$ où $\Phi(\omega) = \frac{1}{\pi}.\frac{\omega_f}{(\omega_r-\omega)^2+\omega_f^2}$

  En effet : Annexe 6 $\Rightarrow W_a(t,\omega) = \mathcal{Re}(E.P'_{pol}) = N.\omega.\mathcal{Im}(a_{pol}(\omega)).E^2(t,\omega)$ et $\mathcal{Im}(a_{pol}) \approx \frac{\pi.q^2}{2.m.\omega_r}.\Phi(\omega)$.

  Vu que $W_a(t,\omega) = N.\sigma_a(\omega).c.\varepsilon_o.E^2(t,\omega)$, où $\sigma_a(\omega)$ est la section efficace d'absorption du dipôle, on a :

$$\sigma_a(\omega) = \frac{\omega}{c}.\frac{\mathcal{Im}(a_{pol})}{\varepsilon_o} = \sigma_a.\Phi(\omega), \text{ où } \sigma_a \approx \frac{\pi.q^2}{2.m.c.\varepsilon_o} \text{ et } \Phi(\omega) = \frac{1}{\pi}.\frac{\omega_f}{(\omega_r-\omega)^2+\omega_f^2}$$

- *Puissance moyenne spectrale absorbée* ($W/m^3/m$) : $W_a(\omega) = <\mathcal{Re}(E.P'_{pol})>_T = \frac{1}{2}.\omega.N.\mathcal{Im}(a_{pol}).E^2(\omega)$

- *Puissance moyenne totale absorbée* (W/m^3): $W_a = \int P_a(\omega).d\omega \approx \frac{1}{2}.\omega_r.N.\frac{q^2}{2.m.\omega_r.\omega_f}.2\omega_f.E^2(\omega_r) = N.\frac{q^2}{2.m}.E^2(\omega_r)$

- *Puissance moyenne spectrale rayonnée* ($W/m^3/m$) : $W_r(\omega) = \frac{N}{12\pi}.\frac{\omega^4}{\varepsilon_o.c^3}.|a_{pol}|^2.E^2(\omega)$

  Pour $\omega \approx \omega_r$: $a_{pol}(\omega) \approx \mathcal{Im}(a_{pol}(\omega))$, avec $a_{pol}(\omega_r) = \frac{q^2}{2.m.\omega_r.\omega_f} \Rightarrow W_r(\omega) \approx \frac{N}{12\pi}.\frac{q^2.\omega_r^3}{2m.\omega_f.\varepsilon_o.c^3}.\mathcal{Im}(a_{pol}(\omega)).E^2(\omega)$

Près du pic d'émission/absorption ($\omega \approx \omega_r$), $W_a(\omega)$ et $W_r(\omega)$ varient de manière similaire comme $\mathcal{Im}(a_{pol}(\omega))$. Ceci est cohérent avec l'équilibre radiatif d'oscillateurs mécaniquement isolés : $W_a(\omega) = W_r(\omega)\ \forall\ \omega$. Cet équilibre implique l'égalité des profils spectraux d'émission et d'absorption, soir $\Phi_a(\omega) = \Phi_r(\omega)$.

I.4 Emission et détection par une antenne

L'émission (resp. absorption) dipolaire est à la base de l'émission (resp. réception) des antennes radio et hyperfréquences. Ainsi, un courant oscillant j(z,ω) dans une antenne de longueur L selon l'axe Oz crée des dipôles oscillants p(z,ω) qui génèrent un champ électromagnétique cohérent et polarisé :

$$E_\theta(r,\theta,t) = \int_L \frac{-\sin\theta}{4\pi.\varepsilon_o.r.c^2}.p''(t-\frac{r(z)}{c})] \quad \text{où } p''(t-\frac{r(z)}{c}) = j'(z).\exp[-i\omega(t-\frac{r(z)}{c}].dz$$

Le phénomène de la diffraction explique la distribution angulaire de $E_\theta(r,\theta,t)$ sous forme de lobes. La largeur angulaire du 1er lobe est $\Delta\theta=\frac{\lambda}{L}$.

En fait, $E(t)=E_o.\cos(2\pi.\nu_o.t)$ est souvent émis sous forme d'impulsion de durée Δt, où $t\in[-\frac{\Delta t}{2}\ \frac{\Delta t}{2}]$ (Figure 88). La bande passante $\Delta\nu_c$ du capteur doit être assez large pour bien détecter cette impulsion. Le spectre de Fourier de E(t) est $E(\nu)=E_o.\frac{\Delta t}{2}.[\frac{\sin[\pi.(\nu_o-\nu).\Delta t]}{\pi.(\nu_o-\nu).\Delta t}+\frac{\sin[\pi.(\nu_o+\nu).\Delta t]}{\pi.(\nu_o+\nu).\Delta t}]$. Il a 2 composantes centrées en $\nu=\nu_o$ et $\nu=-\nu_o$, de largeur $\Delta\nu = 2/\Delta t$ (distance des 1ers zéros de $E(\nu)$ à ν_o ou $-\nu_o$). L'information spectrale est surtout dans $[\nu_o-\Delta\nu/2\ \nu_o+\Delta\nu/2]$. La durée et l'instant d'arrivée de l'impulsion ne sont donc mesurés avec précision que si $\Delta\nu_c\geq\Delta\nu$. En fait, le signal n'est plus cohérent si les ondes "$\nu_o-\Delta\nu/2$" et "$\nu_o+\Delta\nu/2$" sont déphasées (*i.e.*, $2\pi.\Delta\nu/2.t>\pi$], soit après un temps de propagation $t>\frac{1}{\Delta\nu}$ (*i.e.*, distance de propagation $\frac{c}{\Delta\nu}$).

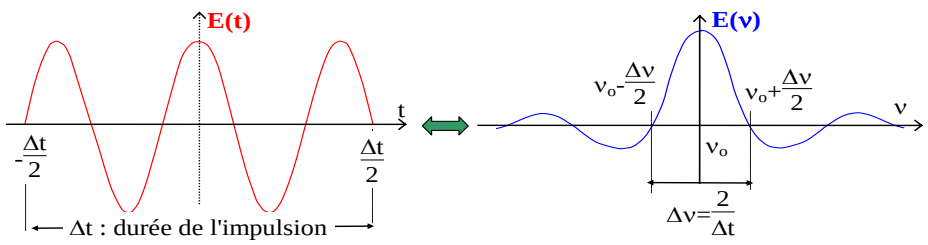


Figure 88 : *Spectre E(ν) d'une impulsion sinusoïdale de durée Δt.*

I.5 Milieu en équilibre thermodynamique avec son rayonnement

- ***Température à l'équilibre thermodynamique***

Soit un gaz monoatomique (densité volumique N, masse m, vitesse v) dans un récipient. Il exerce la pression $P=\frac{2}{3}.N.<m.\frac{v^2}{2}>$. On a donc : $P=\frac{2}{3}.U$, car l'énergie interne U d'un gaz monoatomique est son énergie cinétique atomique. La température T est souvent définie à un facteur multiplicatif près comme la mesure de l'énergie cinétique des centres de masse des molécules, soit ici des atomes. Ainsi, à l'équilibre thermodynamique, tout atome a une énergie $\frac{1}{2}.k.T$ par degré de liberté, si bien que $U=\frac{3}{2}.N.k.T$, où k est la constante de Boltzmann ($1.38\,10^{-23}$ W.s/K = $8.6\ 10^{-5}$ eV/K). Ceci est cohérent avec la loi expérimentale des gaz parfaits : P=N.k.T. De même, pour un gaz composé de 2 types d'atomes, à l'équilibre thermodynamique, tout atome a l'énergie cinétique $\frac{1}{2}.k.T$ par degré de liberté. Pour une molécule de r atomes, l'énergie cinétique est $\frac{3}{2}.r.k.T$: somme de l'énergie cinétique $\frac{3}{2}.k.T$ de son centre de masse et de l'énergie cinétique interne $\frac{3}{2}.(r-1).k.T$ de ses mouvements de vibration et de rotation. Ainsi, l'énergie cinétique totale d'une molécule diatomique est 3.k.T, avec $\frac{3}{2}.k.T$ pour le centre de masse, $\frac{1}{2}.k.T$ pour le mouvement oscillatoire et k.T pour les 2 mouvements de rotation. L'énergie interne de la molécule est la somme de l'énergie cinétique totale et de l'énergie potentielle $\frac{1}{2}.k.T$ de l'oscillateur (*i.e.*, énergie cinétique moyenne d'oscillation) . Elle est donc égale à $\frac{7}{2}.k.T$.

- ***Loi de Boltzmann***

Cette loi relie la température T, la densité volumique N et l'énergie potentielle E_p des particules d'un milieu. Soit F la force dirigée selon l'axe Ox appliquée à toute particule d'une couche dx d'un tel milieu. La densité surfacique de force F(x).N(x).dx est égale à la variation de pression dP(x)=k.T(x).dN. Par suite : $F(x) = k.T(x).\frac{d\ln(N)}{dx}$. Si F est conservative (*i.e.*, $\vec{F} = -\vec{\nabla}\mathcal{E}_p$), la distribution $N(\mathcal{E}_p)$ suit la loi de Boltzmann : $N = N_o.e^{-\mathcal{E}_p/k.T}$. En fait, l'énergie $\mathcal{E}_p$ a des niveaux d'énergie discrets. On a donc : $N_i = N_o.e^{-\mathcal{E}_{p,i}/k.T} = N_j.e^{-(\mathcal{E}_{p,i}-\mathcal{E}_{p,j})/k.T}$

- $\mathcal{E}_p \ll kT$: proportion non négligeable de particules dans les niveaux d'énergie supérieurs (*e.g.* quelques niveaux de vibration et beaucoup de niveaux de rotation moléculaire).

- $\mathcal{E}_p \gg kT$: particules surtout dans l'état fondamental (*i.e.*, 1er niveau d'énergie). C'est le cas des états électroniques à T = 300K ($\mathcal{E}_p \approx 1eV$ et $kT \approx 0.025KeV$). Les ondes optiques affectent alors surtout les niveaux électroniques externes, car l'énergie d'un photon est $h\nu = \frac{h.c}{\lambda} = \frac{1.24}{\lambda} 10^{-6} eV$.

- ***Collisions et équilibre thermodynamique***

Le rayonnement n'agit sur la température cinétique des éléments non polaires (*i.e.*, éléments non absorbants) d'un milieu que par le biais de leurs collisions avec les éléments absorbants. L'importance des collisions détermine la valeur des transferts d'énergie associés. Les collisions sont dites inélastiques si le transfert d'énergie est supérieur à la différence entre 2 niveaux d'énergie de l'élément absorbant (*i.e.*, $\Delta E_{col} > h\nu_r$).

Collisions inélastiques : elles seules peuvent assurer l'équilibre thermique entre les composantes polaires et non polaires du milieu ainsi que l'équilibre thermodynamique (*i.e.*, égalité des températures d'oscillation et cinétique des oscillateurs) du milieu selon la loi de Boltzmann. Ces interactions doivent être assez fortes pour modifier les orbitales nucléaires et ainsi permettre un transfert d'énergie "énergie cinétique ↔ énergie interne (vibration, rotation)". Dans l'atmosphère, près de la surface terrestre, le temps moyen τ_{ci} entre 2 collisions inélastiques est proportionnel à 1/(N.v), soit $\sqrt{T}/P$, car $P \equiv N.T$ et $T \equiv v^2$. C'est le temps de relaxation d'un ensemble d'oscillateurs vers l'équilibre thermodynamique. Typiquement, $\tau_{ci} \approx 10^{-9}$s, alors que $\tau_r = 1/2\omega_f \approx 10^{-6}$s pour $\lambda \approx$ 10-15 µm. L'inégalité $\tau_{ci} << \tau_r$ fait que les collisions inélastiques homogénéisent la basse atmosphère à la température cinétique T de ses oscillateurs. Par contre, aux altitudes > 50 km (*i.e.*, pression < 1 mb), τ_{ci} devient inférieur à τ_r.

Collisions élastiques : elles sont beaucoup moins intenses que les collisions inélastiques, mais elles affectent la phase et la durée de vie des oscillations, du moins si $\tau_{ce} << \tau_r$. La modification de phase appliquée à un grand nombre d'oscillateurs, explique que les ondes rayonnées par ces oscillateurs présentent des décalages temporels qui se traduisent par un élargissement des raies d'émission. Dans l'atmosphère avec des conditions standards de pression et de température (STP : 1000 mb, 273 K), on a typiquement $\tau_{ce} \approx 10^{-2} \tau_{ci} \approx 10^{-5} \tau_r$. L'élargissement fréquentiel $\Delta\omega_{ce}$ des raies par les collisions élastiques est alors très supérieur à l'élargissement naturel $2\omega_f$ ($\Delta\nu_{ce} \approx 10^5 . 2\omega_f$).

Dans l'atmosphère, les dipôles sont surtout les gaz H_2O, CO_2 et O_3, et non les gaz majoritaires (*i.e.*, O_2 et N_2). L'atmosphère ne peut être à l'équilibre thermodynamique avec son rayonnement, car il existe d'autres sources d'énergie (Soleil, Terre) et une partie du rayonnement atmosphérique part dans l'espace ou est absorbée par la Terre. Par contre, il peut y avoir équilibre thermodynamique dans la basse atmosphère terrestre au-dessous de 50 km: égalité des températures cinétiques pour tout degré de liberté. En fait, cet équilibre n'est que local (ETL), car la température atmosphérique n'est pas uniforme. Par contre, il n'y a pas d'équilibre thermodynamique au-dessus de 50 km, car le milieu est trop raréfié, si bien que les dipôles perdent par rayonnement une partie significative de leur énergie entre deux collisions ($\tau_r << \tau_{ci}$).

II EMISSION THERMIQUE

II.1 Présentation

Tout milieu comprend des particules en accélération, et est donc une source de rayonnement, en général qualifié de thermique, car le mouvement des particules dépend surtout de leur température (*i.e.* énergie cinétique). On appelle "corps noir" un milieu à l'équilibre thermodynamique (*i.e.*, température cinétique = température interne des oscillateurs) avec son rayonnement. Ses rayonnements absorbés et émis sont égaux à toute longueur d'onde. Le terme "corps noir" vient du fait que ce milieu est opaque à tout rayonnement. Le rayonnement émis (*i.e.*, "rayonnement de corps noir") peut être représenté par une expression analytique. Selon le contexte, un milieu peut se comporter ou non comme un corps noir. Ainsi, un gaz dans une boite fermée dont les parois sont 100% réfléchissantes rayonne comme un corps noir. Par contre, si la boite n'est pas fermée, le bilan radiatif de ce gaz est négatif. Une source externe d'énergie est nécessaire pour maintenir la température. C'est le cas de la stratosphère terrestre : elle n'est pas à équilibre thermodynamique avec son rayonnement, car elle est "chauffée" par un rayonnement UV solaire très supérieur au rayonnement UV émis par l'atmosphère.

Le corps noir a une émission et une absorption isotropes, car son équilibre thermodynamique avec son rayonnement ne dépend pas de sa forme. Il est donc lambertien (*i.e.*, luminance émise isotrope), avec une luminance $L_B(T,\lambda)$ qui ne dépend que de sa température et de la fréquence.

Les surfaces terrestres sont souvent caractérisées par des températures autres que la température cinétique ou température thermodynamique (*cf.* fin du chapitre) :

- *Température de brillance* $T_B(\lambda)$: elle satisfait "$L_{mes}(\lambda) = L_B(\lambda, T_B)$". Température T_B du corps noir "équivalent".

- *Température radiométrique* $T_{radiom}(\lambda)$: elle satisfait "$L_{mes}(\lambda) = \varepsilon(\lambda).L_B(\lambda,T_{radiom}) + (1-\varepsilon(\lambda)).L_a(\lambda)$", où $L_{mes}(\lambda)$ est la luminance mesurée, $\varepsilon(\lambda)$ est l'émissivité terrestre et $L_a(\lambda)$ est la luminance atmosphérique.
- *Température radiative* T_{rad} : elle vérifie le bilan radiatif "$R_n = (1-\alpha).R_G + \varepsilon.R_a - \varepsilon.\sigma.T_{rad}^4$", avec α et R_G l'albédo et le rayonnement net aux courtes longueurs d'onde, et ε et R_a l'émissivité et le rayonnement atmosphérique aux grandes longueurs d'onde.
- *Température aérodynamique* $T_{aéro}$: elle satisfait "$H = \rho.c_p.\frac{T_{aéro}-T_a}{r_a}$" où H est le flux de chaleur sensible. T_a, ρ et c_p sont la température, la masse volumique et la chaleur massique de l'air à une altitude h donnée et r_a est la résistance aérodynamique de l'air entre la surface et cette altitude h.

II.2 Démonstration de la loi de Planck

La loi d'émission du corps noir est établie ici de 2 manières différentes :

- *Méthode des coefficients d'Einstein* : ils modélisent l'équilibre thermodynamique d'un oscillateur avec son rayonnement, en liaison avec la loi de Boltzmann et la loi expérimentale de Rayleigh Jeans.
- *Méthode classique* : modèle électronique de Lorentz et lois de Boltzmann et d'émission / absorption appliqués à un gaz d'oscillateurs à l'équilibre thermodynamique avec son rayonnement (*e.g.*, gaz peu dense, avec peu de collisions, dans une enceinte 100% réfléchissante). Ici, le gaz a une température T, une densité N, une polarisabilité a_e et un facteur de friction $2\omega_f$. Cette application à de simples dipôles (*i.e.*, électron oscillant dans un atome) est extrapolable à tout oscillateur (*e.g.*, transition ro-vibrationnelle de molécule).

a) Méthode des coefficients d'Einstein

- *Equilibre thermodynamique*

Trois mécanismes résonants peuvent survenir entre 2 niveaux d'énergie $\mathcal{E}_{p,i}$ et $\mathcal{E}_{p,j}$ d'un oscillateur :

- Absorption. Le taux d'absorption est proportionnel à la densité de molécules N_i au niveau $\mathcal{E}_{p,i}$, à la densité d'énergie de l'onde incidente u_ν, par unité de fréquence à la fréquence $\nu = \nu_{ij}$, et à une constante B_{ij} qui dépend du milieu. La probabilité de passage est $P_{ij} = N_i.B_{ij}.u_\nu$.
- Emission spontanée. Une molécule de niveau $\mathcal{E}_{p,j}$ peut passer spontanément (*i.e.*, sans influence externe) à un niveau d'énergie i. La probabilité de transition dépend de l'agitation thermique. Elle est proportionnelle à $N_j.A_{ji}$, où N_j est la densité de molécules (loi de Boltzmann) de niveau j et A_{ji} le taux de variation spontané de N_j, de $\mathcal{E}_{p,j}$ vers $\mathcal{E}_{p,i}$, tel que $dN_j = -A_{ji}.N_j$. La durée de vie d'un état excité j (*i.e.*, temps pour que le nombre N_j de molécules de niveau j diminue d'un facteur e par la transition spontanée "niveau j $\rightarrow$ niveau i") est donc $\tau_{r,ji} = 1/(\sum_i A_{ji})$. Pour les états électroniques, la durée de vie typique est comprise entre 10^{-9} s et 10^{-6} s.
- Emission induite (stimulée). L'émission à la fréquence ν_{ij} de molécules excitées au niveau $\mathcal{E}_{p,j}$ peut être induite par une onde incidente de fréquence ν_{ij}. La probabilité d'émission induite est proportionnelle à la densité N_j de molécules à ce niveau, à la densité d'énergie incidente $u_{\nu,ij}$ de fréquence ν_{ij}, et au taux de variation B_{ji} entre les niveaux j et i : $N_j.u_\nu.B_{ji}$. Dans le domaine spectral du visible : $A_{ji} > B_{ji}.u_{\nu,ij}$.

L'équilibre thermodynamique de la matière avec son rayonnement implique l'équilibre radiatif :

$$W_a(\omega) = W_B(\omega) \ \forall\omega \quad \Leftrightarrow \quad N_i.B_{ij}.u_\nu = N_j.[B_{ji}.u_\nu + A_{ji}] \quad \text{(relation d'Einstein)}$$

- *Loi de Boltzman*

La loi de Boltzmann $N_i = N_j.e^{-(\mathcal{E}_{p,i}-\mathcal{E}_{p,j})/k.T}$ appliquée à la relation d'Einstein donne $u_{\nu_{ij}} = \frac{A_{ij}}{\frac{h.\nu_{ij}}{B_{ji}.e^{\overline{k.T}}} - B_{ij}}$ (J/m³/Hz)

On a $B_{ij}=B_{ji}$, car u_ν doit être infinie si T est infini. De plus, si $h.\nu_{ij} << k.T$, on a : $A_{ji} = u_{\nu_{ij}} . B_{ji} . \frac{h.\nu_{ij}}{k.T}$

Note : la perte d'énergie d'une onde incidente de fréquence ν_{ij} est $(N_i-N_j).B_{ij}.u_{\nu_{ij}}$ (l'émission spontanée $A_{ji}.N_j$ ne compense pas, car elle est incohérente avec l'onde incidente), Le coefficient d'absorption à la fréquence ν est donc $(N_i-N_j).B_{ij}$. On a absorption si $N_i>N_j$, et amplification (lasers) si $N_j>N_i$.

- ***Loi de Rayleigh Jeans***

D'après cette loi, à basse fréquence ($h\nu << kT$) l'on a : $u_\nu = \frac{8\pi.\nu^2}{c^3}.k.T$. Donc: $A_{ji} = 8\pi.h.\frac{\nu_{ij}^3}{c^3}.B_{ji} = 8\pi.h.\lambda_{ji}^{-3}.B_{ji}$

Par suite : $u_{\nu_{ij}} = \frac{8\pi.h.\nu_{ij}^3}{c^3.(.e^{\overline{k.T}}-1)}$ ($J.m^{-3}.Hz^{-1}$). L'application $\forall\ \nu$ donne la loi de Planck : $u_\nu = \frac{8\pi.h.\nu^3}{c^3.(.e^{\overline{k.T}}-1)}$ ($J.m^{-3}.Hz^{-1}$)

$$\Rightarrow\ L_\nu(\Omega) = \frac{\partial L(\Omega)}{\partial \nu} = \frac{c.u_\nu(T)}{4\pi} = \frac{2h.\nu^3}{c^2.(.e^{\overline{k.T}}-1)}\ (W/m^2/sr/Hz) \quad \text{et} \quad \mathbf{L_\lambda(\Omega) = \frac{\partial L(\Omega)}{\partial \lambda} = \frac{\partial L(\Omega)}{\partial \nu}.\frac{\partial \nu}{\partial \lambda} = \frac{2h.c^2}{\lambda^5.(.e^{\overline{\lambda.k.T}}-1)}}\ (W/m^2/sr/m)$$

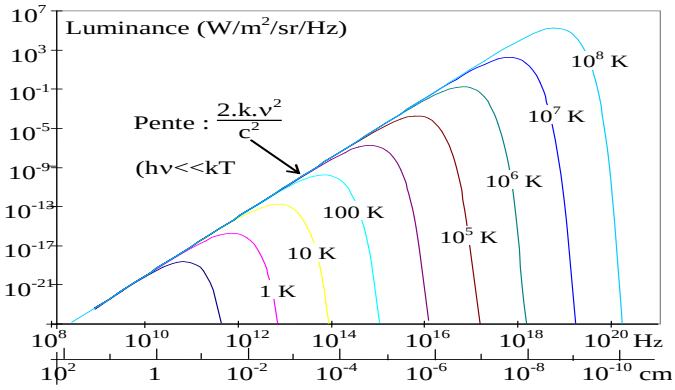


Figure 89 :

Luminance $L_\nu(T)$ de corps noirs à différentes températures.

Représentation log-log de la luminance $L_\nu(T)$ fréquentielle ($W.m^{-2}.sr^{-1}.Hz^{-1}$), pour des fréquences de 10^3 à 10^{14} MHz. Conformément à la loi de Wien, la fréquence ν_o du maximum d'émission croît avec T (*i.e.*, la longueur d'onde λ_o décroît)

Calcul direct de A_{ji} : N_j dipôles $p(t)=p_{o,ij}.\cos\omega_{ij}t$ où $p_{o,ij}=q.x_{ij}$ rayonnent l'énergie $u(\nu_{ji})=N_j.\frac{\omega_{ij}^4.n^3}{12\pi.\varepsilon_o.c_o^3}.q^2.x_{ij}^2$

La puissance spectrale rayonnée de manière spontanée étant $u(\nu_{ji}) = N_j.h\nu_{ji}.A_{ji}$, on a: $A_{ji} = \nu_{ij}^3.n^3.q^2.x_{ij}^2.\frac{4.\pi^3}{3.\varepsilon_o.c_o^3.h}$

b) Méthode "classique"

- *Equilibre thermodynamique* :

A l'équilibre thermodynamique, l'énergie mécanique interne (énergie cinétique et potentielle) d'un oscillateur est kT par degré de liberté. L'énergie totale est donc $\boxed{\mathcal{E}=3k.T}$.

- *Equilibre radiatif*

Soit un oscillateur de fréquence de résonance ω_r dans une luminance ambiante $L(\omega)$. Il rayonne $W_r(\omega)$ et absorbe $W_a=4\pi.\int_0^\infty \sigma_a(\omega).L(\omega).d\omega = 4\pi.\int_0^\infty \sigma_a.\Phi(\omega).L(\omega).d\omega$ où $\sigma_a=\int_0^\infty \sigma_a(\omega).d\omega \approx \frac{\pi.q^2}{2m.c.\varepsilon_o}$ et $\int_0^\infty \Phi(\omega).d\omega = 1$.

L'hypothèse "$L(\omega) \approx L(\omega_r)$ si $\omega \approx \omega_r$" implique $W_a=4\pi.\sigma_a.L(\omega_r)$. D'autre part, soumis à $L(\omega)$, un oscillateur d'énergie moyenne $\mathcal{E}$ rayonne $W_r(\omega)=-2\omega_f.\mathcal{E}$. A l'équilibre radiatif de l'oscillateur ($P_a(\omega)=P_r(\omega)\ \forall\ \omega\approx\omega_r$; *cf.* II.1.3), on a $\omega_f=\frac{1}{3}.\frac{q^2.\omega_r^2}{4\pi.\varepsilon_o.m.c^3}$, si bien que $\boxed{L(\omega_r)=\frac{2\omega_f}{4\pi.\sigma_a}.\mathcal{E}=\frac{\omega_r^2}{12\pi^3.c^2}.\mathcal{E}}$

- *Equilibre thermodynamique avec le rayonnement et équation de Boltzmann*

L'équilibres radiatif à l'équilibre thermodynamique ($\mathcal{E}=3k.T$) implique $L(\omega_r)=\frac{\omega_r^2}{4\pi^3.c^2}.kT$, ce qui donne le résultat absurde: $L(\omega_r)\to\infty$ si $\omega_r\to\infty$. En fait, $L(\omega_r)$ devrait diminuer et non croître si ω_r augmente, car selon la loi de Boltzmann, la population N_i du niveau d'énergie $\mathcal{E}_{p,i}$ d'un oscillateur décroît exponentiellement avec $\mathcal{E}_{p,i}$.

$N_i=N_o.\exp[-\frac{\mathcal{E}_i}{k.T}]$ où $\mathcal{E}_i=\mathcal{E}_{p,i}-\mathcal{E}_{p,o}=i.\frac{h.\omega_r}{2\pi}$ est l'énergie de l'oscillateur de fréquence $i.\omega_r$ (fondamental ω_r)

A $\omega=\omega_r$, on a $L(\omega_r)=\frac{\omega_r^2}{12\pi^3.c^2}.\langle\mathcal{E}\rangle=\frac{h.\nu_r^3}{\pi.c^2.(e^{h.\nu_r/k.T}-1)}$, avec $\langle\mathcal{E}\rangle=\frac{\sum_{i=0}^{\infty}\mathcal{E}_i.N_o.x^i}{\sum_{i=0}^{\infty}N_o.x^i}=\frac{3h.\nu_r}{e^{h.\nu_r/k.T}-1}$, où $x=\exp[-\frac{h.\nu_r}{k.T}]$, l'énergie moyenne de l'oscillateur. La généralisation aux fréquences proches de ω_r, car l'absorption et l'émission ont le même profil $\Phi(\omega)$, et à toutes les fréquences ω_r des oscillateurs présents donne la loi de Planck :

$$\boxed{L(\nu)=L(\omega).\frac{\partial\omega}{\partial\nu}=2\pi.L(\omega)=\frac{2.h.\nu^3}{c^2.(e^{\frac{h\nu}{kT}}-1)}\quad\forall\nu}$$

Note : La lente variation spectrale de $L(\omega)$ peut surprendre, car l'émission d'un oscillateur a un maximum très prononcé pour $\omega=\omega_r$. Cependant, un tel oscillateur absorbe aussi beaucoup plus à $\omega=\omega_r$ qu'à $\omega\neq\omega_r$. Par suite, la luminance ambiante $L(\omega)$ ne suit pas du tout la forme de $\Phi(\omega)$.

II.3 Simplifications de la loi de Planck

- **Loi de Rayleigh Jeans** : $\boxed{L_\nu(T)=2k.\frac{T.\nu^2}{c^2}=2k.\frac{T}{\lambda^2}}$ et $\boxed{L_\lambda(T)=2.c.k.\frac{T}{\lambda^4}}$

La loi de Rayleigh-Jeans est la loi de Planck simplifiée pour les basses fréquences telles que $h\nu << k.T$, où $k = 1.381\ 10^{-23}\ J.K^{-1}$. Ceci est le cas des hyperfréquences (*e.g.*, $\lambda > 1\,cm$; $\nu < 300\,GHz$) si $T < 300\,K$. Dans ce cas, l'énergie émise dépend linéairement de la température du corps.

- **Loi de Wien** : $\boxed{L_\nu(T) = \frac{2h.\nu^3}{c^2}.\exp[-\frac{h.\nu}{k.T}]}$ et $\boxed{L_\lambda(T) = \frac{2h.c^2}{\lambda^5}.\exp[-\frac{h.c}{k.\lambda.T}]}$

La loi de Wien est la loi de Planck simplifiée pour $h\nu >> k.T$ (*i.e.*, hautes fréquences et/ou basses températures).

II.4 Emittance thermique totale

Le corps noir étant lambertien, son émittance spectrale est $M(\lambda) = \int_{2\pi} L_B(\lambda,T).\cos\theta.d\Omega = \pi.L_B(\lambda,T)$.

Loi du déplacement de Wien : $M(\lambda)$ maximal à $\lambda_m = \frac{a}{T}$ ($a=2899\,\mu mK$), avec $\boxed{M(\lambda_m) = bT^5}$ où $b = 1.3\ 10^{-5} W.m^{-3}.K^{-5}$

Emittance totale (*loi de Stephan-Boltzmann*) : $\boxed{M = \sigma.T^4}$ où $\sigma = 5.67\ 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$

$$M_B(T) = \int_0^\infty M_\lambda.d\lambda = \pi.\int L_B(\lambda).d\lambda = \frac{2\pi.k^4}{c^2.h^3}.T^4.\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}.dx \approx \frac{2\pi.k^4}{c^2.h^3}.T^4.\sum_{i=1}^{\infty}\int_0^\infty x^3.e^{-i.x}.dx = \frac{2\pi.k^4}{c^2.h^3}.T^4.\sum_{i=1}^{\infty}\frac{3!}{i^4} = \frac{2\pi^5.k^4}{15c^2.h^3}.T^4 \quad (W/m^2)$$

Remarque : L'émittance thermique totale $M(\lambda)$ peut se déduire des 2^ers^ principes de la thermodynamique. Soit un gaz (corps noir) dans une enceinte fermée de volume V avec une température T, une densité volumique d'énergie $u = \frac{4\pi}{c}.\langle L(r,\Omega)\rangle_{4\pi}$ ($J.m^{-3}$) et une pression de radiation $p = \frac{4\pi}{c}.\langle L(r,\Omega).\cos^2\theta\rangle_{4\pi} = \frac{u}{3}$ ($J.m^{-3}$). Vu que la gaz peut être sujet à un échange de travail dQ, les 2^ers^ principes indiquent :

1^er^ principe : $dQ = dU + p.dV$, avec l'énergie interne $U = u.V$.

2^ème^ principe : $dS = \frac{dQ}{T} = \frac{u}{T}.dV + \frac{V}{T}.\frac{\partial u}{\partial T}.dT + p.\frac{dV}{T} = \frac{4}{3}.\frac{u}{T}.dV + \frac{V}{T}.\frac{\partial u}{\partial T}.dT$, où S est l'entropie du système.

L'entropie étant une différentielle exacte, ses dérivées partielles croisées sont égales :

$$\frac{\partial}{\partial T}\frac{\partial S}{\partial V} = \frac{\partial}{\partial V}\frac{\partial S}{\partial T} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial T}(\frac{4}{3}.\frac{u}{T}) = \frac{\partial}{\partial V}(\frac{V}{T}.\frac{\partial u}{\partial T}) \Rightarrow \frac{4}{3}.\frac{1}{T}.\frac{\partial u}{\partial T} - \frac{4}{3}.\frac{u}{T^2} = \frac{1}{T}.\frac{\partial u}{\partial T} \Rightarrow \frac{\partial u}{u} = 4.\frac{\partial T}{T} \Rightarrow u(T) = A.T^4, \text{ où } A = cste$$

Vu que $S = \frac{4}{3}.A.T^3.V$ ($Q = \frac{4.u.V}{3}$), pour une dilatation adiabatique on a $T.V^{1/3} = cste$ et $p.V^{4/3} = cste$.

II.5 Loi de Kirchoff

La loi de Kirchoff indique l'égalité des capacités d'un milieu à absorber (*i.e.*, absorptance) et à émettre (*i.e.*, émissivité). On le démontre en considérant un corps de luminance $L(r,\Omega,\lambda)$, dans une enceinte assimilée à un corps noir de luminance $L_B(\lambda,T)$, tous deux à la température T. L'équilibre radiatif impose que toute surface interceptrice σ_i émette le même rayonnement qu'elle absorbe, pour toute direction Ω :

$$\text{Emission } \sigma_i.\int L(r,\Omega,\lambda).\cos\theta.d\Omega = \text{Absorption } \sigma_i.\int q_a(r,\Omega,\lambda).L_B(\lambda).\cos\theta.d\Omega$$

où $q_a(r,\Omega,\lambda)$ est le rapport "surface efficace d'absorption selon (Ω) / surface efficace d'interception selon (Ω)".

La réalisation de cette égalité pour toute forme des corps implique : $L(r,\Omega,\lambda) = q_a(r,\Omega,\lambda).L_B(\lambda)$

Le coefficient d'absorption q_a joue donc le rôle de coefficient d'émissivité directionnelle $\varepsilon_d(r,\Omega,\lambda)$, du moins si le corps a une température unique. C'est la loi de Kirchoff : l'émissivité et l'absorptance directionnelles de tout milieu isolé (*i.e.*, température unique) sont égales : $\boxed{\varepsilon_d(r,\Omega,\lambda) = q_a(r,\Omega,\lambda) \text{ et donc } \varepsilon_h(r,\lambda) = q_a(r,\lambda)}$.

Vu que "$q_a(r,\Omega,\lambda) = 1 - \rho_{dh}(r,\Omega,\lambda)$, avec $\rho_{dh}(r,\Omega,\lambda) = \rho_{hd}(r,\Omega,\lambda)$", on a : $\boxed{\varepsilon_d(r,\Omega,\lambda) = 1 - \rho_{dh}(r,\Omega,\lambda) = 1 - \rho_{hd}(r,\Omega,\lambda)}$

L'émissivité spectrale du milieu est : $\varepsilon_h(r,\lambda) = \frac{M(T,\lambda)}{M_B(T,\lambda)} = \frac{\int_{2\pi} L(T,\Omega,\lambda).\cos\theta.d\Omega}{\pi.L_B(T,\lambda)} = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi} \varepsilon_d(r,\Omega,\lambda).\cos\theta.d\Omega$

On a donc : $\varepsilon_h(r,\lambda) = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi}[1 - \rho_{dh}(r,\lambda)].\cos\theta.d\Omega = q_a(r,\lambda) \Rightarrow \boxed{\varepsilon_h(r,\lambda) = 1 - \rho_{hh}(r,\lambda)}$

La température de brillance T_B définie à partir de l'émittance M est la température que doit avoir un corps noir pour avoir la même émittance que le matériau considéré : $M_B(\lambda,T_B) = M(\lambda,T)$.

Tout matériau a une émissivité $\varepsilon(T,\Omega,\lambda)$ comprise entre 0 et 1. C'est un corps noir si $\varepsilon(T,\Omega,\lambda)=1\ \forall(T,\Omega,\lambda)$. C'est un corps gris si $\varepsilon(T,\Omega,\lambda) < 1$ et est spectralement invariante. L'émissivité d'un corps naturel varie selon λ, Ω et la géométrie / nature du matériau et de sa couche superficielle (couche de neige, végétation,…). Elle varie en général peu avec la température. L'émissivité moyenne sur tout le spectre est le rapport de l'émittance M(T) du corps à une température T divisée par l'émittance $M_B(T)$ d'un corps noir à la même température.

$$M(T) = \varepsilon(T).M_B(T) = \varepsilon(T).\sigma.T^4 \quad \Leftrightarrow \quad \varepsilon(T) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon(\lambda,T).L_B(\lambda,T).d\lambda}{\int_0^\infty L_B(\lambda,T).d\lambda} = \frac{1}{\sigma.T^4}.\int_0^\infty \varepsilon(\lambda,T).L_B(\lambda,T).d\lambda$$

- Métaux : $\varepsilon \in [0.01\ \ 0.6]$. $\frac{\partial\varepsilon}{\partial T} > 0$. ε croît beaucoup en présence de couches superficielles d'oxyde.
- Non métaux : en général $\varepsilon > 0.8$ et décroît avec T.
- Neige : ρ(visible) élevé $\Rightarrow$ ε(visible) faible. Avec une température T=0°C, la neige a une émission centrée sur ≈10.5 µm, surtout entre 3 et 70 µm, domaine spectral où son émissivité est élevée.

Matériau	Emissivité	Matériau	Emissivité
Métaux	0.01 - 0.6	Verre	0.94
Neige (comprimée)	0.7 - 0.85	Sol humide	0.94-0.95
Glace (glacier)	0.85	Sable	0.95-0.96
Dunite	0.856	Basalte, rugueux	0.958
Obsidienne	0.862	Asphalte	0.959
Feldspath	0.870	Feuille sèche	0.96
Sol sec sableux	0.88-0.94	Route bitumée	≈0.97
Granit rugueux	0.898	Neige	0.97-1
Bois	≈0.9	Eau + film de pétrole	0.972
Grès siliceux poli	0.909	Glace	0.98
Plâtre	0.91	Peau (humaine)	0.98
Sable/quartz, gros grain	0.914	Tourbe	0.98
Béton	0.92 - 0.97	Herbe verte	0.98-0.99
Sol sec argileux	0.92	Feuille humide	0.99
Brique	0.93	Eau pure	0.993

Emissivité moyenne, entre 8 et 12 µm, de quelques matériaux

λ (µm)	θ = 90°	θ = 40°
10,5	0,9916	0,9833
3,8	0,9752	0,9608

Emissivité de l'eau

θ = Angle (Ω_v,Ω_n) où Ω_n est la direction de la normale à la surface.

II.6 Exemples

La Figure 90 montre la luminance TOA émise par le système "Atmosphère - Terre" dans la bande 6 - 26 µm. Entre ≈8 et ≈13 µm, c'est la luminance d'un corps noir à ≈290 K. Le fait que cette température est plus ou moins la température de la surface terrestre T_{Terre} indique que l'atmosphère est plutôt transparente entre 8 et 13 µm. Par contre, entre 13 µm et 18 µm la température "TOA" est beaucoup plus faible que T_{Terre}. En effet, l'atmosphère n'est alors pas transparente. Ceci est du à la bande d'absorption de vibration - rotation du CO_2, constitués par la juxtaposition et superposition de raies individuelles, élargies par des mécanismes collisionnels dans la troposphère. Dans ses bandes d'absorption, l'atmosphère émet un rayonnement, mais plus faible que le rayonnement terrestre qu'elle intercepte, car $T_{Terre} < T_{Atmosphère}$. La température "TOA" tend donc à être d'autant plus basse que l'atmosphère est opaque. Ainsi, dans la bande du CO_2 à 13 - 18 µm, la température radiative est ≈ 220 K (*i.e.*, température de la couche atmosphérique à environ 10 km d'altitude).

☞ Démontrer que la couche atmosphérique qui contribue le plus au rayonnement thermique TOA est à une altitude z_{max} où l'épaisseur optique $\tau(z_{max})$ cumulée depuis le haut de l'atmosphère vaut 1. En fait, z_{max} varie avec λ, ce qui permet d'observer l'atmosphère à plusieurs altitudes à partir de mesures TOA à plusieurs fréquences plus ou moins proches des bandes d'absorption gazeuses.

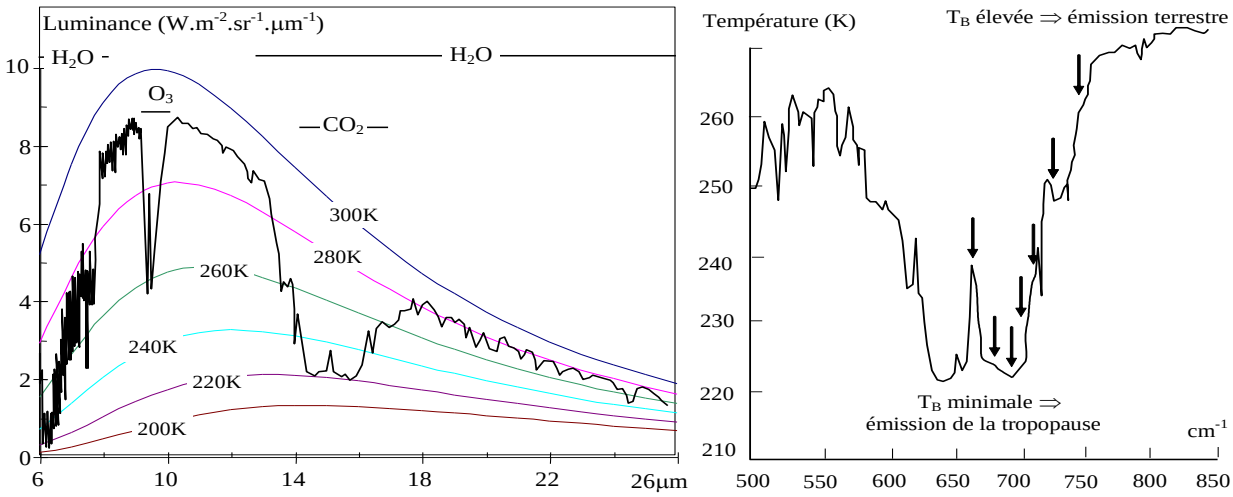


Figure 90 : a) *Luminance montante en haut de l'atmosphère (*Lintz et Simonett, 1976). b) T_B *dans la bande d'absorption du* CO_2*. Les canaux spectraux du capteur IRIS du satellite Nimbus 4 sont indiqués (Smith, 1972).*

Le soleil est sensiblement un corps noir à ≈ 5760K. Son émittance M_B est maximale ≈ 0.5 µm. Au niveau de la Terre, la constante solaire est $M_B(5760K)$ multipliée par l'angle solide d'observation du soleil, *i.e.* $\pi.R_S^2/D_{ST}^2 \approx 0.684\ 10^{-4}$ sr où $D_{ST} \approx 150\ 10^6$ km est la distance "Soleil - Terre" et $R_s \approx 7\ 10^5$ km est le rayon solaire. Dans la bande [10 µm 15 µm], *i.e.* infrarouge thermique, l'albédo terrestre est ≈10%. La luminance solaire réfléchie par la Terre est négligeable devant le rayonnement thermique terrestre. Par contre, l'émission thermique terrestre est négligeable devant l'énergie solaire réfléchie pour $\lambda < 2500$ nm (*i.e.*., VIS, PIR, MIR).

III Définitions de température et émissivité

La température et l'émissivité de surface sont des termes généraux dont la signification dépend de la configuration spectrale et directionnelle. Les principales définitions (Norman et Becker, 1995) sont données ici.

- ***Température thermodynamique T***

Cette quantité macroscopique peut être mesurée par un thermomètre infiniment petit en contact avec le milieu considéré. Elle est constante pour un ensemble de sous systèmes à l'équilibre thermodynamique, et donc sans transfert de chaleur. Cet état correspond à l'entropie S maximale du système, compte tenu de l'énergie Q de chaque sous système. Par suite $\frac{\partial S}{\partial Q}=\frac{1}{T}$ pour chaque sous système. Cette définition est cohérente avec la température définie par la loi des gaz parfaits appliquée à N molécules : $P.V=N.k.T=n.R.T$, où k est la constante de Boltzmann, n est le nombre de moles et N_o le nombre de molécules dans une mole et $R=k.N_o$ la constante des gaz. La température (273.15K) du gel de l'eau à la pression P = 1atm sert de référence.

- ***Température cinétique***

Elle est définie à partir de la vitesse cinétique moyenne de translation v. Ainsi, l'énergie cinétique d'un gaz mono atomique (*i.e.*, sans rotation et vibration) est : $\frac{1}{2}.m.v^2=\frac{3}{2}.k.T$. Pour un gaz di-atomique, $\frac{1}{2}.m.v^2=\frac{5}{2}.k.T$, aux températures usuelles, car il faut tenir compte de l'énergie cinétique de rotation. Aux plus hautes températures, il faut considérer l'énergie cinétique de vibration. La température cinétique est l'interprétation statistique de la température thermodynamique. Quoique définie différemment, elle est égale à celle-ci.

- ***Température de brillance $T_{B,i}(\Omega)$ sur un intervalle $\Delta\lambda_i$***

Elle est calculée par inversion d'une mesure (*i.e.*, luminance $\bar{L}_i(\Omega)$ moyenne sur la bande spectrale i : $[\lambda_1\ \lambda_2]$) :

$L(T_{B,i}(\Omega))=\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}\frac{f_i(\lambda).2.h.c^2}{\lambda^5.[e^{\frac{h.c}{\lambda.k.T_{B,i}(\Omega)}}-1]}.d\lambda$ ($W/m^2/sr/m$) où $f_i(\lambda)$ = réponse relative du capteur $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} f_i(\lambda).d\lambda=1$ $(L_{BB,\lambda}(T)=\frac{2.h.c^2}{\lambda^5.(e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1)}$

L'approximation $T_{B,i}(\Omega)\approx a.\sqrt[4]{L_i(\Omega)}+b$ est souvent employée sur l'intervalle [8 14µm]

- ***Température radiométrique directionnelle $T_{r,\lambda}(\Omega)$***

Elle est déduite du bilan radiatif. C'est la meilleure approximation de la température thermodynamique d'une surface à partir de sa luminance, car celle-ci est la somme des rayonnements émis et réfléchi par la surface :

$$L_\lambda(\Omega)=\varepsilon_d(\Omega).L_{BB,\lambda}(\Omega)+\frac{1}{\pi}.\int_{2\pi}\rho_{dd,\lambda}(\Omega_s,\Omega).\cos\theta_s.L_{ciel,\lambda}(\Omega_s).d\Omega_s$$

Si $L_{ciel,\lambda}(\Omega_s)=L_{ciel,\lambda}$: $L_\lambda(\Omega)=\varepsilon_d(\Omega).L_{BB,\lambda}(\Omega)+\rho_{hd,\lambda}(\Omega_v).L_{ciel,\lambda}$ où $\rho_{hd,\lambda}(\Omega)=\frac{1}{\pi}.\int_{2\pi}\rho_{dd,\lambda}(\Omega_s,\Omega).\cos\theta_s.d\Omega_s$ et $\varepsilon_{d,\lambda}(\Omega)=1-\rho_{hd,\lambda}(\Omega)$

On a donc : $L_\lambda(\Omega)=\varepsilon_{d,\lambda}(\Omega).L_{BB,\lambda}(\Omega)+[1-\varepsilon_{d,\lambda}(\Omega)].\frac{E_{ciel,\lambda}}{\pi}$

☞ Démontrer que la relation "$\varepsilon_d(\Omega_v)=1-\rho_{hd}(\Omega_v)$" peut ne pas être valide pour de larges bandes spectrales.

Si "$\varepsilon_{d,i}(\Omega_v)=1-\rho_{hd,i}(\Omega_v)$", vu que $\varepsilon_{d,i}(\Omega_v)=\frac{\int\varepsilon_{d,\lambda}(\Omega_v).L_{BB,\lambda}(\Omega_v).d\lambda}{\int L_{BB,\lambda}(\Omega_v).d\lambda}$, on a : $L_i(\Omega)=\varepsilon_{d,i}(\Omega).L_{BB,i}(\Omega)+[1-\varepsilon_{d,i}(\Omega)].\frac{E_i}{\pi}$

où $L_{BB,i}(\Omega)=\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}\frac{f_i(\lambda).2.h.c^2}{\lambda^5.[e^{\frac{h.c}{\lambda.k.T_{r,i}(\Omega)}}-1]}.d\lambda$ et $E_i=\int_{2\pi}\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}\frac{f_i(\lambda).2.h.c^2.\sin\theta.\cos\theta}{\lambda^5.[e^{\frac{h.c}{\lambda.k.T_{B,i,ciel}(\Omega)}}-1]}.d\lambda.d\theta.d\phi$

Pour une surface homogène, isotherme, l'égalité "$T_{r,i}(\Omega)=T$" est vérifiée si la surface est lambertienne ($\forall$ éclairement) ou si l'éclairement est isotrope ($\forall$ surface).

La même approche avec l'émitance M_λ qui remplace la luinance L_λ conduit à la température radiométrique $T_{r,\lambda}$.

Sachant qu'il n'existe pas de corps noir qui donne la même luminance qu'un ensemble de corps noirs à différentes températures, les températures radiométrique et thermodynamiques ne peuvent donc en général être égales. Pour chaque intervalle spectral, il est possible de calculer une température pour que la luminance d'un corps noir soit égale à la luminance mesurée. Par contre, cette température dépend de l'intervalle spectral et de la distribution spatiale des températures au sein de la cible. Ceci explique que des capteurs qui opèrent à différentes longueurs d'onde ne "perçoivent" pas la même température de brillance.

Exemple : la température de brillance de 2 corps noirs plans juxtaposés (T=293 K et T=323 K) est 308.96 K sur [8 14µm], 308.87 K sur [10 12µm] et 309.09 K sur tout le spectre, alors que la température thermodynamique moyenne est 308 K. L'emploi de bandes spectrales fines ne résout pas le problème. Ainsi, avec une bande de 0.2 µm, à 8 µm on a T_B = 309.4 K et à 14 µm on a T_B = 308.6 K.

- ***Emissivité directionelle $\varepsilon_{r,\lambda}(\Omega)$***

L'émissivité directionnelle de milieux isothermes et homogènes est le rapport de la luminance émise par la luminance émise par un corps noir à la même température thermodynamique.

$$\varepsilon_{r,i}(\Omega)=\frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}\varepsilon_{r,\lambda}(\Omega).L_{BB,\lambda}(T).d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}L_{BB,\lambda}(T).d\lambda}$$

La notion d'émissivité d'un milieu non homogène (*i.e.*, T(x,y)) est ambiguë. 2 définitions sont données ici :

- $\varepsilon_e(\Omega)$: rapport de la luminance du milieu par la luminance obtenue en remplaçant les composants du milieu par des corps noirs de même température. ε_e ne peut être mesurée.
- $\varepsilon_r(\Omega)$: 1 - (facteur de réflectance "hémisphérique - direct" ρ_{hd}). ε_r caractérise le milieu et peut être mesurée.

Avec N composants de fraction relative a_k, de température $T_{r,i,k}$ et d'émissivité directionnelle $\varepsilon_{r,i,k}(\Omega)$, on a :

$\varepsilon_{r,i}(\Omega) = \sum_{k=1}^{N} a_k.\varepsilon_{r,i,k}(\Omega)$ et $\varepsilon_{e,i}(\Omega) = \frac{\sum_{k=1}^{N} a_k.\varepsilon_{r,i,k}(\Omega).T_{r,i,k}^{n}(\Omega)}{\sum_{k=1}^{N} a_k.T_{r,i,k}^{n}(\Omega)}$, où n = puissance pour le domaine spectral i (Becker et Li, 1990)

On a $\varepsilon_{e,i}(\Omega) = \varepsilon_{r,i}(\Omega) = \varepsilon(\Omega)$ si les N composants sont des corps noirs ou ont même émissivité. D'autre part, pour un milieu isotherme : $\varepsilon_{e,i}(\Omega) = \varepsilon_{r,i}(\Omega)$. La différence entre $\varepsilon_{e,i}(\Omega)$ et $\varepsilon_{r,i}(\Omega)$ est général supposée faible.

☞ Indiquer 2 méthodes pour mesurer $\varepsilon_r(\Omega)$

- ***Température radiométrique hémisphérique*** $\mathbf{T_H}$

Elle correspond au rayonnement émis "large bande" (*e.g.*, 3-100µm): $\varepsilon_{r,i}.\sigma.T_H^4 = \int_{2\pi}\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon_{r,\lambda}(\Omega).L_{r,\lambda}(\Omega).\cos\theta.d\Omega.d\lambda$

- ***Emissivité hémisphérique*** $\boldsymbol{\varepsilon_{r,i}} = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi} \varepsilon_{r,\lambda}(\Omega).\cos\theta.d\Omega$. Soit : $\varepsilon_{r,i}(\Omega) \approx 1 - \rho_{r,i}(\Omega)$ si la variation spectrale est faible

- ***Température aérodynamique*** $\mathbf{T_{aero}}$

Elle permet d'estimer le flux de chaleur sensible H avec la température de l'air $T_{air}(z_T)$ à la hauteur z_T, la résistance aérodynamique R_{aero}, la densité de l'air ρ_a et la chaleur massique de l'air à pression constante c_p.

$$H = \rho_a.c_p.\frac{T_{aero} - T_{air}(z_T)}{R_{aeo} + R_{ex}} \quad \text{avec} \quad R_{aero} = \frac{\{\ln[\frac{(z_u - D)}{z_m}] + \Psi_m(\xi)\}.\{\ln[\frac{(z_T - D)}{z_m}] + \Phi_h(\xi)\}}{k^2.U}$$

U est la vitesse du vent u à la hauteur z_u, avec $(z_u - D)$ et $(z_T - D) >> z_m$. D est la hauteur de déplacement (≈ 60-70% de la hauteur du couvert végétal). z_m est la rugosité pour la quantité de mouvement (≈ 5-15% de la hauteur du couvert végétal). L'extrapolation du profil logarithmique de u s'annule à $D+z_m$. K est la constante de Van Karman (≈0.4). La résistance R_{ex} est introduite, car la résistance aérodynamique est plus élevée pour la chaleur que pour la quantité de mouvement : $R_{ex} = \frac{1}{k.u^*}.\ln(\frac{z_m}{z_H})$, où z_H est la rugosité pour le flux de chaleur (parfois approché par $\approx 0.1\ z_m$).

La vitesse de friction u^* permet le calcul du flux de quantité de mouvement $\tau = \rho.(u^*)^2$. $\Psi_m(\xi)$ et $\Phi_h(\xi)$ sont des facteurs de correction sans dimension pour les flux de quantité de mouvement et de chaleur (Monteith et Unsworth, 1990). Ils dépendent d'une quantité sans dimension $\xi = \frac{z - D}{L}$, où L est le facteur d'échelle de Monin-Obukov et E le taux massique d'évaporation: $L = \frac{-(u^*)^3.\rho}{k.g.[\frac{H}{T_{air}.c_p} + 0.61\ E]}$

La combinaison de H et R_{aero} donne : $T_{aero} = T_{air}(z_T) + \frac{H}{\rho.c_p}.\{\frac{\{\ln[\frac{(z_u - D)}{z_m}] + \Psi_m(\xi)\}.\{\ln[\frac{(z_T - D)}{z_m}] + \Phi_h(\xi)\}}{k^2.U} + R_{ex}\}$

Référence : Norman J. and Becker F., 1995, Terminology in therma infrared remote sensing of natural surfaces, Agricultural and Forest Meteorology, 77: 153-166.

LE TRANSFERT RADIATIF

L'objectif est de modéliser le transport d'une onde électromagnétique dans un milieu (*e.g.* atmosphère, poudre minérale, sol, couvert végétal). Une approche consiste à représenter le milieu par une constante diélectrique unique $<\varepsilon_r>$ égale à la moyenne pondérée des constantes diélectriques du milieu ($\varepsilon_{r,m}$) et de ses inclusions ($\varepsilon_{r,inc}$). Ainsi, pour le modèle de Maxwell-Garnett : $<\varepsilon_r> = \varepsilon_{r,m}.\left[1 + \frac{3\xi.\frac{\varepsilon_{r,inc} - \varepsilon_{r,m}}{\varepsilon_{r,inc} + 2.\varepsilon_{r,m}}}{1 - \xi.\frac{\varepsilon_{r,inc} - \varepsilon_{r,m}}{\varepsilon_{r,inc} + 2.\varepsilon_{r,m}}}\right.$, en notant $\xi = N.\frac{4}{3}\pi.a^3$ le facteur de remplissage des inclusions de densité N (inc/m^3) et de rayon a. Un milieu est dit peu dense si $\xi << 1$. Cette approche est limitée, car elle néglige les diffusions multiples, et elle est erronée pour des diffuseurs de taille supérieure à la longueur d'onde. La théorie du transfert radiatif introduite ci-dessous résout pour partie ce problème. Elle représente la propagation de la luminance $L(r,\Omega)$ selon la direction (Ω) d'une onde électromagnétique au point r(x,y,z) dans un milieu diffusant et absorbant dont les éléments (*e.g.* atmosphère et sols) interagissent avec l'onde de manière indépendante et incohérente. Un phénomène tel que l'interférence est donc négligé.

La théorie du transfert radiatif utilise des hypothèses et simplifications qui dépendent des caractéristiques du milieu telles que :

- dimensions relatives entre d'une part la longueur d'onde et d'autre part la taille des constituants et les distances entre constituants.
- homogénéité ou hétérogénéité de la distribution volumique des constituants.
- caractéristiques optiques des constituants.

I EQUATION DU TRANSFERT RADIATIF

L'équation du transfert radiatif (ETR) donne la variation spatiale (*i.e.*, gradient) de la luminance dans un milieu. Elle est tout d'abord introduite ici pour un milieu quelconque, puis pour des milieux de plus en plus simples : milieu particulaire, milieu particulaire peu dense, milieu particulaire peu dense et plan. Plusieurs approches classiques de résolution de l'ETR sont introduites. Le transfert radiatif dépend du domaine spectral et donc de la longueur d'onde λ. Ce terme λ est cependant souvent omis pour simplifier les notations.

I.1 Milieu quelconque

Sur le trajet [r r+dr(Ω)] depuis le lieu r, selon la direction (Ω), aussi notée $\bar{\Omega}$, les éléments absorbants, diffusants et émetteurs du milieu le long de dr(Ω) font varier la luminance $L(r,\Omega)$ de $dL(r,\Omega)$. Ici, $dL(r,\Omega)$ est exprimée à partir de la variation de puissance (W), par unité d'angle solide centré sur (Ω) et par unité de déplacement dr(Ω), entre les faces d'entrée et de sortie d'un élément de volume cylindrique V(S,dr,Ω) de section S(Ω) normale à (Ω) et de longueur dr(Ω) selon $\bar{\Omega}$ (Figure 91). Une hypothèse majeure est que dr(Ω) peut être assez petit pour pouvoir négliger les diffusions multiples qui surviennent dans le volume V(S,dr,Ω).

La puissance incidente sur V(S,dr,Ω) selon (Ω, dΩ), est $L(r,\Omega).S(\Omega).d\Omega$, où $L(r,\Omega)$ est la luminance au point M(r) sur la surface S(Ω).

La variation de puissance $L(r,\Omega).S(\Omega).d\Omega$ en entrée et sortie de V(S,dr,Ω) le long de dr(Ω) est :

$$\bar{\nabla}L(r,\Omega).d\bar{r}(\Omega).S(\Omega).d\Omega = \bar{\Omega}.\bar{\nabla}L(r,\Omega).dr(\Omega).S(\Omega).d\Omega = \bar{\Omega}.\bar{\nabla}L(r,\Omega).V(S,dr,\Omega).d\Omega$$

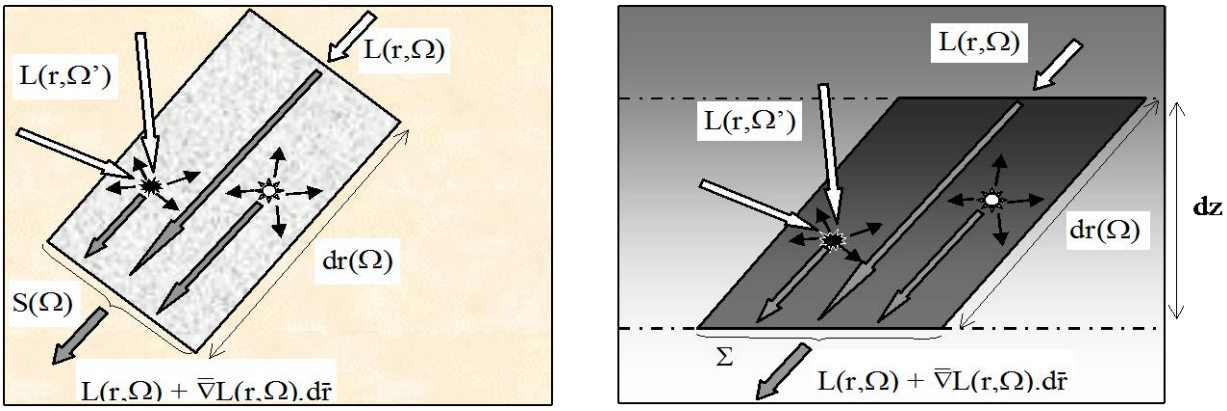


Figure 91 : *Variation spatiale de la luminance L(r,Ω) selon Ω entre les faces d'entrée et de sortie d'un élément de volume V de longueur dr(Ω), de section S et de section horizontale Σ.* a) Cas général: $V(S,dr,\Omega)=S.dr(\Omega)$. b) Adapté pour milieu où z est la seule variable spatiale (*e.g.*, couches horizontales homogènes). $V(\Sigma,dr,\Omega)=\Sigma.dz=V(S,dr,\Omega)$ et $dz=dr.\cos\theta$.

$\bar{\Omega}.\bar{\nabla}L(r,\Omega)$ (W/sr/m^3) est le gradient de $L(r,\Omega)$ selon $\bar{\Omega}$: $\frac{\partial L}{\partial r}=\Omega_x.\frac{\partial L}{\partial x}+\Omega_y.\frac{\partial L}{\partial y}+\Omega_z.\frac{\partial L}{\partial z}$. Il est égal à la variation par unité de volume selon $\bar{\Omega}$ de l'intensité $I(r,\Omega)$. 3 mécanismes modifient $L(\Omega)$:

- Interception (diffusion et absorption) selon (Ω) : $dP_e(V,\Omega,d\Omega)=\alpha(r,\Omega).L(r,\Omega).V(S,dr,\Omega).d\Omega$
- Ajout par diffusion selon (Ω) : $dP_d(V,\Omega,d\Omega)=\int L(r,\Omega').d\Omega'.\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega).V(S,dr,\Omega).d\Omega$
- Emission thermique selon (Ω) : $dP_{émis}(V,\Omega,d\Omega)=\mathcal{J}_{émis}(r,\Omega).V(S,dr,\Omega).d\Omega$

où :

$\alpha(r,\Omega).L(r,\Omega)$ (W/sr/m^3) : gradient de luminance interceptée selon $\bar{\Omega}$.

$\mathcal{J}_{émis}(r,\Omega)$ (W/sr/m^3) : densité volumique d'intensité $I(\bar{\Omega})$ émise = gradient de luminance $L(\bar{\Omega})$ émise.

$\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega)$ (/m/sr) : coefficient de diffusion bi-directionnel: densité volumique de section efficace (m^2) de diffusion d'une onde incidente (Ω') par angle solide unité selon (Ω).

$$\alpha_d(r,\Omega')=\int_{4\pi}\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega\ (m^{-1}) \Leftrightarrow \alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega)=\alpha_d(r,\Omega').\frac{P(\Omega',\Omega)}{4\pi} \text{ où } \int_{4\pi}\frac{P(\Omega',\Omega)}{4\pi}.d\Omega=1$$

$\frac{P}{4\pi}(\Omega',\Omega)$ (/sr) : fonction de phase : probabilité qu'un photon incident selon Ω', puis diffusé, soit diffusé dans un angle solide unité centré sur Ω.

$\alpha(r,\Omega)$ (/m) : coefficient d'extinction selon Ω : section efficace (m^2) d'interception (absorption $\alpha_a(r,\Omega)$ + diffusion $\alpha_d(r,\Omega)$) selon Ω, par m^3 de $V(S,dr,\Omega)$.

L'ETR est la somme des puissances interceptées, diffusées et émises divisée par $V(dr,\Omega).d\Omega$:

$$\boxed{\bar{\Omega}.\bar{\nabla}L(r,\Omega)=-\alpha(r,\Omega).L(r,\Omega)+\int_{4\pi}L(r,\Omega').\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega'+\mathcal{J}_{émis}(r,\Omega)}$$

$$\Rightarrow \frac{dL(r,\Omega)}{dr}=-\alpha(r,\Omega).L(r,\Omega)+\Psi(r,\Omega) \text{ où } \Psi(r,\Omega)=\int_{4\pi}L(r,\Omega').\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega'+\mathcal{J}_{émis}(r,\Omega)$$

$\Psi(r,\Omega)$: terme source "densité de puissance" issue de V par unité de volume et d'angle solide.

$\int_V \int_{4\pi} \Psi(r,\Omega).d\Omega.dV$: puissance issue de V. Elle est égale à $4\pi.\Psi(r)$ si $\Psi(r,\Omega)$ est isotrope.

S'il y a variabilité temporelle de $L(r,\Omega)$: $dL = \frac{\partial L}{\partial t}.dt + \bar{\Omega}.\bar{\nabla}L.dr(\bar{\Omega}) = [\frac{1}{c}.\frac{\partial L}{\partial t}. + \frac{\partial L}{\partial r}].dr$ où $dr = c.dt$

I.2 Milieu particulaire

Les propriétés optiques ($\alpha,\omega_o,P(\Omega,\Omega')$) volumiques d'un milieu composé de particules dépendent de la densité volumique N, rayon a et propriétés optiques des particules. Considérons des particules d'indice de réfraction $n_p = n_{p,r} + i.n_{p,i}$ et d'efficacité d'extinction q_{ex}, de diffusion q_d et d'absorption q_a (Annexe 5 : Diffusion (RAYLEIGH et MIE)), avec λ la longueur d'onde dans le milieu entre les particules. Le milieu est dit particulaire si $\lambda << a$. La théorie de Mie montre que pour une particule isolée de section $\sigma=\pi.a^2$, les sections efficaces de diffusion $\sigma_d = \sigma.q_d$, absorption $\sigma_a = \sigma.q_a$ et extinction $\sigma_e = \sigma.q_e$ sont des fonctions de $\kappa = 2\pi.a/\lambda$, avec :

- $\kappa<<1$: $q_a \approx n_i.\kappa$ et $q_d \approx \kappa^4$. σ_d est plus petit que σ ($q_d < 1$). La diffusion est plutôt isotrope.

- $\kappa\approx1$: $\sigma_d = Max\ (\sigma_d)$ pour $a \approx \lambda$. Ce maximum dépend de n. Ainsi : $Max(\sigma_d) \approx 4\sigma$ si $n_{p,i} \approx 0$

- $\kappa>>1$: $q_d \rightarrow 2$, *i.e.* $\sigma_d \rightarrow 2\sigma$. Diffusion anisotrope: maximum 'avant' et maximum local 'arrière'.

Ci-dessous, les coefficients d'extinction α, de diffusion α_d et d'absorption α_a sont définis pour des milieux de taille supérieure au rayon des particules et aux distances entre particules, et une distribution des particules spatialement incohérente, comme l'atmosphère terrestre.

- ***Milieu particulaire peu dense***

Soit un milieu composé de types de particules j : densité volumique N_j, section σ_j, émissivité $\varepsilon_{B,j}$, efficacité d'absorption $q_{a,j}(\Omega)=\varepsilon_{Bj}(\Omega)$, efficacité de diffusion $q_{d,j}(\Omega)$, efficacité d'extinction $q_{e,j}(\Omega)=q_{a,j}(\Omega)+q_{d,j}(\Omega)$, et fonction de phase $\frac{P_j}{4\pi}(\Omega',\Omega)$. Les termes α, α_d et α_a sont définis pour un élément de volume $dV = S.dr(\Omega)$, avec 2 hypothèses simplificatrices :

- $dr(\Omega)$ peut être défini assez petit pour que 2 particules ne se masquent pas selon Ω.
- les particules sont assez éloignées les unes des autres pour que leurs efficacités (*i.e.*, extinction, absorption, diffusion) soient celles de particules isolées.

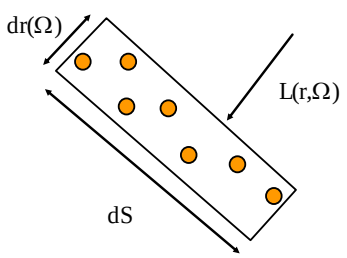


Figure 92

Elément de volume d'un milieu particulaire.

Coefficient d'extinction : $\alpha_e(r,\Omega) = \Sigma_j\ N_j.\sigma_j.q_{e,j}(\Omega)$ (m^{-1})

Coefficient d'absorption : $\alpha_a(r,\Omega) = \Sigma_j\ N_j.\sigma_j.q_{a,j}(\Omega)$ (m^{-1})

Coefficient de diffusion : $\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega) = \Sigma_j\ N_j.\sigma_j.q_{d,j}(\Omega').\frac{P_j}{4\pi}(\Omega',\Omega)$ $(m^{-1}.sr^{-1})$

$$\alpha_d(r,\Omega') = \int_{4\pi} \alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega = \Sigma_j\ N_j.\sigma_j.q_{d,j}(\Omega') \quad (m^{-1})$$

Les coefficients $\alpha_e(r,\Omega)$, $\alpha_a(r,\Omega)$ et $\alpha_d(r,\Omega)$ peuvent aussi être exprimés selon la masse volumique ρ ($kg.m^{-3}$) du composé responsable de l'interaction : $\alpha = \beta.\rho$ où β ($m^2.kg^{-1}$) est la densité de section efficace par unité de masse du composé concerné.

Coefficient d'émission : $\alpha_B(r,\Omega)=\Sigma_j N_j.\sigma_j.\varepsilon_{B,j}(r,\Omega)=\Sigma_j N_j.\sigma_j.q_{a,j}(r,\Omega)=\alpha_a(r,\Omega)$ (m^{-1})

Si $L_B(r,dr,\Omega)$ est la luminance d'un corps noir de même température que les particules :

$$\alpha_B(r,\Omega).dr(\Omega).L_B(r,\Omega).S(\Omega)=\mathcal{J}_{émis}(r,\Omega).V(S,dr(\Omega)) \Rightarrow \mathcal{J}_{émis}(r,\Omega)=\alpha_B(r,\Omega).L_B(r,\Omega).$$

Albédo de diffusion simple moyen : $\omega(r,\Omega')=\dfrac{\alpha_d(r,\Omega')}{\alpha_e(r,\Omega')}$

Fonction de phase moyenne : $\dfrac{P}{4\pi}(r,\Omega',\Omega)=\dfrac{\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega)}{\alpha_d(r,\Omega')}$ (sr^{-1}) avec $\int_{4\pi}\dfrac{P(\Omega',\Omega)}{4\pi}.d\Omega=1$

Emissivité : $\varepsilon_B(r,\Omega)=\dfrac{\alpha_B(r,\Omega)}{\alpha_e(r,\Omega)}=\dfrac{\alpha_a(r,\Omega)}{\alpha_e(r,\Omega)}=1-\omega(r,\Omega)=\gamma^2(r,\Omega)$

$\Rightarrow$ ETR : $$\boxed{\frac{dL(r,\Omega)}{dr}=-\alpha_e(r,\Omega).L(r,\Omega)+\int_{4\pi}\alpha_d(r,\Omega').\frac{P(\Omega',\Omega)}{4\pi}.L(r,\Omega').d\Omega'+\alpha_B(r,\Omega).L_B(r,\Omega)}$$

Milieu à 1 type de particules (rayons $a\in[0\ \infty[$, densité N(a), densité totale $N_{tot}=\int_0^\infty N(a).da$ (m^{-3}))

$$\alpha_e(r,\Omega,\lambda)=\int_0^\infty[\sigma_a(r,\Omega,a,\lambda)+\sigma_d(r,\Omega,a,\lambda)].N(a).da=N_{tot}.\sigma_e(r,\Omega,\lambda) \text{ où } \sigma_e(r,\Omega,\lambda)=\sigma_a(r,\Omega,\lambda)+\sigma_d(r,\Omega,\lambda)$$

Libre parcours moyen δ d'un photon dans le milieu : $\dfrac{1}{\alpha_e(r,\lambda)}=\dfrac{1}{\alpha_a(r,\lambda)+\alpha_d(r,\lambda)}$

Après le trajet δ, l'intensité incidente est réduite de e^{-1} (probabilité d'interception sur $[0\ \delta]=e^{-1}$). Les termes $\alpha_a(r,\lambda)$ et $\alpha_d(r,\lambda)$ peuvent beaucoup varier avec λ. Ainsi, dans l'atmosphère, $\alpha_a(r,\lambda)$ est très élevé dans les raies d'absorption gazeuse. Dans la végétation verte, $\alpha_a(r,\lambda)$ est très élevé dans la bande d'absorption chlorophyllienne (*i.e.*, domaine spectral du visible).

- ***Milieu de particules sphériques***

Pour toute sphère : $q_{e,j}(\Omega)=q_{e,j}$, $q_{a,j}(\Omega)=q_{a,j}$, $\omega(r,\Omega)=\omega(r)$, $\alpha_e(r,\Omega)=\alpha_e(r)$, $\alpha_d(r,\Omega)=\alpha_d(r)$ $\forall\Omega$.
La division de l'ETR par α_e permet d'exprimer l'ETR selon le lieu r et l'épaisseur optique τ :

$$\frac{dL(r,\Omega)}{d\tau(\Omega)}=-L(r,\Omega)+\frac{\omega}{4\pi}.\int P(r,\Omega',\Omega).L(r,\Omega').d\Omega'+\varepsilon_B(r,\Omega).L_B(r,\Omega) \quad \text{avec } d\tau(\Omega)>0$$

$d\tau(\Omega)=\alpha_e(r).\dfrac{V(S,dr,\Omega)}{S(\Omega)}=\alpha_e(r).dr(\Omega)$: épaisseur optique du trajet $dr(\Omega)$. C'est la section efficace d'interception (m^2) selon Ω des particules de $V(S,dr,\Omega)$ par m^2 de $S(\Omega)$ normale à Ω.
$\tau(\Delta r,\Omega)$ est l'épaisseur optique $\int_{\Delta r(\Omega)}d\tau(\Omega)$ pour le trajet $\Delta r(\Omega)$.

$L(r,\Omega').\omega.\dfrac{P(\Omega',\Omega)}{4\pi}.d\Omega'.d\tau(\Omega)$: luminance de $S(\Omega)$ due à la diffusion de la puissance interceptée $L(\tau,\Omega').d\Omega'.\alpha_e(r,\Omega').V(S,dr,\Omega)$ par les "diffuseurs" de $V(S,dr,\Omega)$.
La surface efficace totale de diffusion de $V(S,dr,\Omega)$ est donc : $\omega.\alpha_e(r,\Omega').V(S,dr,\Omega)$.
On a $\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega).dr(\Omega)=\omega.\dfrac{P(\Omega',\Omega)}{4\pi}.d\tau(\Omega)$.

Il est souvent utile d'exprimer l'ETR en fonction de τ et non de τ et r. Ceci n'est possible que pour certaines distributions des particules. C'est le cas si $\alpha_e(r)$ ne dépend que de la variable z, comme pour une atmosphère schématique composée de couches homogènes superposées.

Atmosphère gazeuse non adiffusante ($\omega \approx 0 \Leftrightarrow \varepsilon_B \approx 1$)

Pour une atmosphère plane non diffusante d'épaisseur optique $\Delta\tau(\lambda)$ et un soleil au nadir de luminance $L_B(T_s)$, l'ETR donne la luminance $L_{out}(\lambda)$ issue selon la verticale est :

$$L_{out}(\tau,\lambda) = A.e^{-\tau} + B \quad \Rightarrow \quad L_{out}(\lambda) \approx L_B(\lambda,T_s).e^{-\Delta\tau(\lambda)} + \varepsilon_B(\lambda,T_a).L_B(\lambda,T_a).[1 - e^{-\Delta\tau(\lambda)}]$$

$L_{out}(\tau,\lambda)$ est aussi obtenu en sommant les contributions à $L_{out}(\tau,\lambda)$ de chaque couche plane atmosphérique $(\tau, d\tau)$, soit $\varepsilon_B(\lambda,T_a).L_B(\lambda,T_a).e^{-[\Delta\tau(\lambda)-\tau(\lambda)]}.d\tau$, où $\int_{\Delta\tau(\lambda)} e^{-[\Delta\tau(\lambda)-\tau(\lambda)]}.d\tau = 1 - e^{-\Delta\tau(\lambda)}$.

L'efficacité d'émission de l'atmosphère est égale à sa capacité à absorber : ses raies d'émission et d'absorption coïncident (Figure 34). Près d'une raie gazeuse (O_2, H_2O,…), l'épaisseur optique atmosphérique $\Delta\tau$ peut donc être très élevée. Ainsi, dans l'infrarouge thermique (*e.g.*, 10µm), la luminance émise par l'atmosphère tend à être très supérieure à la luminance solaire incidente : $L_{out}(\lambda) \approx \varepsilon_B(\lambda,T_a).L_B(\lambda,T_a) >> L_B(\lambda,T_s)$. Par contre, dans le visible (*e.g.*, 0.5µm), $L_{out}(\lambda) \approx L_B(\lambda,T_s).e^{-\Delta\tau(\lambda)} >> L_B(\lambda,T_a)$, car même si l'atmosphère a une forte émissivité $\varepsilon_B(T)$ élevée, l'émission thermique $\varepsilon_B(T_a).L_B(T_a)$ ne compense pas le rayonnement absorbé.

Près d'une raie d'absorption, $L_{out}(\tau,\lambda)$ peut aussi être calculé en traitant les particules comme des oscillateurs non diffusants de densité volumique N. Ainsi, pour la raie d'absorption λ_o, la section efficace d'absorption d'un oscillateur est $\sigma_a(\lambda) = \sigma_a.\Phi(\lambda)$, avec $\Phi(\lambda)$ le profil de raie de largeur $\Delta\lambda$ et $\int_{\Delta\lambda} \Phi(\lambda).d\lambda = 1$. Sur un trajet $dr(\Omega)$, le gradient de luminance $L(r,\lambda,\Omega)$ est du à :

- Absorption : $[\frac{\partial L}{\partial r}(r,\lambda,\Omega)]_{abs} = -N.\sigma_a(\lambda).\Phi(\omega).L(r,\lambda,\Omega)$. Sur toute une raie d'absorption $(\lambda_o,\Delta\lambda_o)$:

$$\int_{\Delta\lambda_o} [\frac{\partial L}{\partial r}(r,\lambda,\Omega)]_{abs}.d\lambda = -N.\sigma_a.L(r,\lambda_o,\Omega), \text{ si } L(r,\lambda,\Omega) \approx \text{cste sur toute la raie (}e.g.\text{ 10A).}$$

- Emission : $\int_{\Delta\lambda_o} [\frac{\partial L}{\partial r}(r,\lambda,\Omega)]_{emi}.d\lambda = N.\sigma_a.L_B(T,\lambda_o)$, car $\sigma_a(\lambda) = \sigma_{emi}(\lambda)$. T est la température du milieu

$$\Rightarrow \quad \int_{\Delta\lambda_o} [\frac{\partial L}{\partial r}(r,\lambda,\Omega)].d\lambda = -N.\sigma_a.[L(r,\lambda,\Omega) - L_B(T,\lambda_o)] \Leftrightarrow \frac{dL(\tau,\Omega)}{d\tau(\Omega)} = -L(\tau,\Omega) + L_B(T)$$

Pour un milieu à l'équilibre thermodynamique avec son rayonnement : $L(\lambda,\Omega) = L_B(T,\lambda) \quad \forall r$

- ***Milieu particulaire dense***

Le coefficient d'extinction d'un milieu particulaire de densité non négligeable (*e.g.* facteur de remplissage $\xi \approx 1\%$) est inférieur à la valeur $\Sigma_j N_j.\sigma_j.q_{e,j}$ prédite par la théorie de Mie :

$$\alpha_x(r,\Omega) = -\frac{\ln(1-\xi)}{\xi}.\Sigma_j N_j.\sigma_j.q_{x,j}(\Omega), \text{ où x représente a, d et e}$$

Pour de plus fortes densités, cette expression est inexacte, du fait de la diffraction, ombres entre particules, illumination non uniforme des particules et effets de cohérence.

I.3 Milieu particulaire peu dense et plan : $\tau(\Omega) = \tau/\mu$

Tout trajet selon Ω entre 2 plans espacés de dz est $dr = dz/\mu$, où $\mu = \cos\theta$. Pour un milieu de particules sphériques horizontalement homogène, la quantité de matière interceptrice dépend de

dr(Ω) et des particules présentes (N, σ_e), et non de l'angle azimutal ϕ. L'épaisseur optique de dr est $d\tau/\mu = N.\sigma_e.dz/\mu$ où $\alpha_e = \alpha_a + \alpha_d = N.\sigma_e$ et $d\tau$ la variation d'épaisseur optique selon la verticale z et. Vu que la température T et la densité N de particules ne dépendent que l'altitude z (*i.e.*, α_e, α_a et α_d ne dépendent que de z), l'ETR est à 1 dimension selon la variable z. Cette hypothèse est souvent appliquée à l'atmosphère, si la rotondité de la Terre peut être négligée.

La signification des termes de l'ETR est rappelée ici pour un milieu de propagation composé de gaz (coefficients α_m^a et α_m^d) et d'aérosols (coefficients α_p^a et α_p^d). Il est tout d'abord utilisé la variable z, puis la variable τ. Ne dépendant que de l'altitude z, la luminance L(r,Ω) est notée L(z,Ω). Ainsi, à l'altitude z_Σ de la surface Σ de la Figure 91 : $L_\Sigma(\Omega) = L(z_\Sigma,\Omega)$.

- <u>Absorption</u> de la luminance L(z,Ω) incidente, par les gaz (α_m^a) et aérosols (α_p^a).

$$\mu.\frac{dL(z,\Omega)}{dz} = -\alpha_a.L(z,\Omega) \qquad \text{avec } \mu.dz>0 \text{ et } \alpha_a = \alpha_m^a + \alpha_p^a \ \ (m^{-1})$$

- <u>Diffusion de la luminance L(z,Ω) incidente</u> par les gaz (α_m^d) et aérosols (α_p^d).

$$\mu.\frac{dL(z,\Omega)}{dz} = -\alpha_d.L(z,\Omega) \qquad \text{avec } \mu.dz>0 \text{ et } \alpha_d = \alpha_m^d + \alpha_p^d \ \ (m^{-1})$$

- <u>Emission thermique</u> des gaz et aérosols selon (Ω) : $\mu.\frac{dL(z,\Omega)}{dz} = \alpha_a.L_B(\nu,T)$ avec $\mu.dz>0$

- <u>Diffusion selon Ω des luminances L(z,Ω') incidentes selon 4π</u>, par les gaz et aérosols.

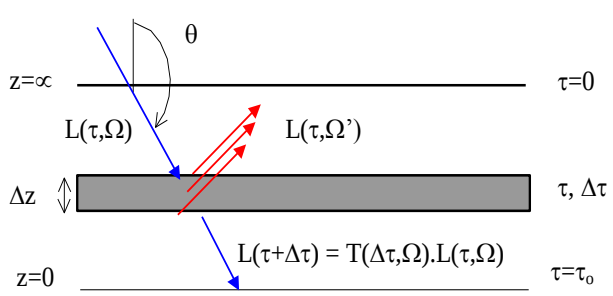
$$\mu.\frac{dL(z,\Omega)}{dz} = \alpha_d.\wp(\Omega) \quad \text{où } \wp(\Omega) = \int_0^{4\pi} L(\Omega').\frac{P}{4\pi}(\Omega',\Omega).d\Omega' \text{ et } \frac{P}{4\pi}(\Omega',\Omega) = \frac{1}{\alpha_d}.[\alpha_m^d.\frac{P_m}{4\pi}(\Omega',\Omega) + \alpha_p^d.\frac{P_p}{4\pi}(\Omega',\Omega)]$$

<u>Note</u> : les distributions angulaires des sections efficaces de diffusion / absorption des particules doivent apparaître si elles sont anisotropes (*e.g.*, couvert foliaire avec des ondes "optique").

L'ETR est donc : $\boxed{\mu.\frac{dL(z,\Omega)}{dz} = -\alpha_a.L(z,\Omega) - \alpha_d.L(z,\Omega) + \alpha_d.\wp + \alpha_a.L_B}$ où $\mu.dz>0$

soit, sous forme simplifiée avec les termes perte et source : $\boxed{\mu.\frac{dL(z,\Omega)}{dz} = -\alpha_e.L(z,\Omega) + \Psi(z,\Omega)}$

Pour éviter de manipuler des expressions où l'altitude tend vers l'infini, la variable "épaisseur optique" remplace en général la variable z, car ses bornes sont finies (Figure 93).



<u>Convention de signe</u> :

* $\mu>0$ si $\theta<\frac{\pi}{2}$: flux ↑
* $\mu<0$ si $\theta>\frac{\pi}{2}$: flux ↓

$\Rightarrow$ $d\tau/\mu < 0$; $dz/\mu > 0$

<u>Origine</u> :

- τ : haut de l'atmosphère,
- z : bas de l'atmosphère.

Figure 93 : Altitude z vs Epaisseur optique τ d'un milieu plan homogène.

Transmittance "direct - direct" de $(\Delta z=z_2-z_1, \Delta\tau)$: $T_{dd}(\Omega,\Delta z)=\frac{L(\Omega,z=z_2)}{L(\Omega,z=z_1)}=e^{-\left|\int_{z_1}^{z_2}\alpha_e(\Omega,t).dt/\mu\right|}=e^{-|\Delta\tau/\mu|}$

C'est la fraction de luminance transmise sans interception par la couche selon Ω.

L'ETR exprimée en fonction de l'épaisseur optique τ est :

$$\mu.\frac{dL(\tau,\Omega)}{d\tau} = L(\tau,\Omega) - \omega.\wp(\tau,\Omega) - (1-\omega).L_B(\tau,\Omega) \quad \text{où } \omega=\frac{\alpha_d}{\alpha},\ (1-\omega)=\frac{\alpha_a}{\alpha} \text{ et } \mu.d\tau<0$$

- τ : épaisseur optique selon Oz (sans dimension). Sa variation sur un trajet $\frac{dz}{\mu}$ est $\frac{d\tau}{\mu}=\alpha_e.\frac{dz}{\mu}$ (>0 ou <0 selon le signe de dz), soit $d\tau = \alpha_e.dz$ pour un trajet vertical dz ↓. L'épaisseur optique de la couche (z_1, z_2) est $\Delta\tau(\lambda)=\int_{z_1}^{z_2}\alpha_e(\tau,\lambda).dz$. Cette quantité est toujours >0.
- $L(\tau,\Omega).\frac{d\tau}{\mu}$: perte de luminance selon Ω par interception (absorption + diffusion).
- $-\omega.\wp(\tau,\Omega).\frac{d\tau}{\mu}$: gain de luminance selon Ω par diffusion d'ondes incidentes selon $\Omega' \in 4\pi$.
- $-(1-\omega).L_B.\frac{d\tau}{\mu}$: gain de luminance selon Ω par émission thermique.

L'ETR $\frac{d}{d\tau}(L(\tau).\exp[\frac{-\tau}{\mu}]).\exp[\frac{\tau}{\mu}]=\frac{dL(\tau)}{d\tau}-\frac{1}{\mu}.L(\tau)=\frac{-1}{\mu}.[\omega.\wp(\tau,\Omega)+(1-\omega).L_B(\tau,\Omega)]$ couplée à l'égalité $\int_{\tau}^{\tau_o}\frac{d}{d\tau'}(L(\tau').\exp[\frac{-\tau'}{\mu}]).d\tau'.\exp[\frac{\tau}{\mu}]=L(\tau,\Omega)-L(\tau_o,\Omega).\exp[\frac{\tau-\tau_o}{\mu}]$ permet d'écrire $L(\tau,\Omega)$ sous la forme :

$$L(\tau,\Omega) = L(\tau_o,\Omega).\exp[\frac{\tau-\tau_o}{\mu}] + \frac{1}{\mu}.\int_{\tau}^{\tau_o}\omega.\wp(\tau',\Omega).\exp[\frac{\tau-\tau'}{\mu}].d\tau' + \frac{1}{\mu}.\int_{\tau}^{\tau_o}(1-\omega).L_B.\exp[\frac{\tau-\tau'}{\mu}].d\tau'$$

$L(\tau,\Omega)$ a donc 3 composantes : (1) luminance $L(\tau_o,\Omega)$ atténuée entre τ et τ_o, (2) luminance diffusée entre τ et τ_o, et (3) luminance émise par émission thermique entre τ et τ_o.

- ***Diffusions d'ordre 1 et multiples sans émission thermique***

Le terme $\omega.\wp(\Omega,\tau)$, c'est-à-dire la luminance selon Ω due à la diffusion d'ondes incidentes selon 4π, par unité d'épaisseur optique selon Ω, est la somme de 2 termes : "diffusions d'ordre 1" $J_1(\Omega,\tau)$ et "diffusions d'ordre ≥ 2" $J_M(\Omega,\tau)$. On a :

$$\omega.\wp(\Omega,\tau) = J_1(\Omega,\tau) + J_M(\Omega,\tau)$$

$$J_1(\Omega,\tau,d\tau).\frac{d\tau}{\mu}= \omega.E_s.e^{\frac{\tau}{\mu_s}}.\frac{P(\Omega_s\rightarrow\Omega)}{4\pi}.\frac{d\tau}{\mu} \quad \text{où} \quad \int\int\frac{P(\Omega_s\rightarrow\Omega)}{4\pi}.d\Omega = 1$$

Luminance ($W.m^{-2}.sr^{-1}$) selon (Ω) due à la diffusion par la couche dτ des luminances $L(\Omega')$ où $\Omega' \in (\Omega_s,\Delta\Omega_s)$ non encore interceptées. Pour une atmosphère plane éclairée par un soleil de direction Ω_s et de constante solaire $E_s = \int_{\Delta\Omega_s}L(\Omega').d\Omega'$.

$$J_M(\Omega,\tau,d\tau).\frac{d\tau}{\mu} = \frac{\omega}{4\pi}.[\int_{4\pi}P(\Omega'\rightarrow\Omega).L(\Omega',\tau).d\Omega'].\frac{d\tau}{\mu}$$

Luminance $L(\Omega)$ due à la diffusion par la couche dτ de luminances $L(\Omega'' \in 4\pi)$ déjà diffusées. $J_M \approx 0$ si les diffusions multiples sont négligeables (*e.g.*, $\omega\approx0$ ou $\tau\approx0$).

Pour le cas {Atmosphère plane, direction solaire Ω_s, constante solaire E_s}, l'ETR est donc :

$$\Rightarrow \mu.\frac{dL(\tau,\Omega)}{d\tau} = L(\tau,\Omega) - \frac{\omega}{4\pi}.P(\Omega_s\rightarrow\Omega).E_s.\exp[\tau/\mu_s] - \frac{\omega}{4\pi}.\int_0^{2\pi} d\phi'.\int_{-1}^{+1} P(\Omega'\rightarrow\Omega).L(\tau,\Omega').d\mu'$$

- **Couche plane non diffusante**

Soit une onde incidente selon $\Omega(\theta,\phi)$ sur une couche horizontale non diffusante d'épaisseur optique τ_o. En haut de cette couche, l'épaisseur optique cumulée est τ=0. L'ETR est :

$$\cos\theta.\frac{dL(\tau,\Omega)}{d\tau} = L(\tau,\Omega) \qquad \text{soit} \qquad \mu.\frac{dL(\tau,\mu)}{d\tau} = L(\tau,\mu) \quad \text{où } L(\tau,\Omega) = L(\tau,\mu) \text{ et } \mu=\cos\theta$$

La solution est : $L(\tau,\Omega) = A.\exp[\tau/\mu]$ où A est une constante et $\tau \in [0 \ \ \tau_o]$.

* <u>Onde incidente descendante</u> : au niveau τ, luminance totale $L(\tau,\mu) = L(0,\mu).\exp[\frac{\tau}{\mu}]$

* <u>Onde incidente ascendante</u> : au niveau τ, luminance totale $L(\tau,\mu) = L(\tau_o,\mu).\exp[\frac{(\tau-\tau_o)}{\mu}]$

La luminance $L(0,\Omega)$ en haut de la couche est bien égale à l'atténuation de la luminance $L(\tau_o,\Omega)$ "ascendante" (μ>0) sur la face inférieure de la couche: $L(0,\Omega)=L(\tau_o,\Omega).\exp[-\tau_o/\mu]$.

- **Couche plane avec diffusion simple (sans diffusion multiple)**

Si l'on prend en compte les diffusions d'ordre 1, mais pas les diffusions multiples, l'ETR est :

$$\boxed{\mu.\frac{dL(\tau,\Omega)}{d\tau} = L(\tau,\Omega) - C.e^{\frac{\tau}{\mu_o}}} \qquad \text{où } C = E_s.\omega.\frac{P(\Omega_s,\Omega)}{4\pi} \quad (C \equiv \text{luminance})$$

On considère la solution générale : $L(\tau,\Omega)=A(\tau).e^{\frac{\tau}{\mu}}$. Elle implique $\frac{dA}{d\tau}=-\frac{C}{\mu}.e^{[\frac{\tau}{\mu_o}-\frac{\tau}{\mu}]}$. Par suite :

$$L(\tau,\Omega) = a.e^{\frac{\tau}{\mu}} + C.\frac{\mu_s}{\mu_s-\mu}.e^{\frac{\tau}{\mu_s}} \ \text{ si } \mu_s\neq\mu \qquad \text{et} \qquad L(\tau,\Omega) = a.e^{\frac{\tau}{\mu}} - \frac{C.\tau}{\mu}.e^{\frac{\tau}{\mu_s}} \ \text{ si } \mu_s=\mu$$

- <u>Rayonnement descendant</u> (μ<0) :

$\tau=0$ et $\mu_s\neq\mu$: $L(0,\Omega)=0 \Rightarrow a=C.\frac{\mu_s}{\mu-\mu_s} \Rightarrow L(\tau,\Omega)=C.\frac{\mu_s}{\mu-\mu_s}.[e^{\frac{\tau}{\mu}}-e^{\frac{\tau}{\mu_s}}] \Rightarrow \boxed{L(\tau_o,\Omega)=C.\frac{\mu_s}{\mu-\mu_s}.[e^{\frac{\tau_o}{\mu}}-e^{\frac{\tau_o}{\mu_s}}]}$

$\tau=0$ et $\mu=\mu_s<0$: $L(0,\Omega_s)=\frac{E_s}{\Delta\Omega_s} \Rightarrow \boxed{L(\tau,\Omega)=(\frac{E_s}{\Delta\Omega_s}-C.\frac{\tau}{\mu}).e^{\frac{\tau}{\mu}}}$ avec $L(\tau,\Omega_s)=\frac{E_s}{\Delta\Omega_s}.e^{\frac{\tau}{\mu_s}}$ si $\frac{C.\tau}{\mu}<<\frac{E_s}{\Delta\Omega_s}$

- <u>Rayonnement ascendant</u> (μ>0) dans le cas d'une réflexion terrestre nulle :

$\tau=\tau_o$: $L(\tau_o,\Omega)=0 \ \forall\mu>0 \ \Rightarrow \ a=C.\frac{\mu_s}{\mu-\mu_s}.e^{[\frac{\tau_o}{\mu_s}-\frac{\tau_o}{\mu}]}$

$\Rightarrow \ L(\tau,\Omega)=C.\frac{\mu_s}{\mu-\mu_s}.[e^{[\frac{\tau_o}{\mu_s}-\frac{\tau_o}{\mu}]}.e^{\frac{\tau}{\mu}}-e^{\frac{\tau}{\mu_s}}] \ \Rightarrow \ \boxed{L(0,\Omega)=C.\frac{\mu_s}{\mu_s-\mu}.[1-e^{[\frac{\tau_o}{\mu_s}-\frac{\tau_o}{\mu}]}]}$

Le facteur de réflectance d'ordre 1 est donc : $\rho_1(\Omega_s,\Omega)=\omega.\frac{P(\Omega_s,\Omega)}{4\pi}.\frac{1}{\mu-\mu_s}.[1-e^{[\frac{\tau_o}{\mu_s}-\frac{\tau_o}{\mu}]}]$

Si $[\frac{\tau_o}{\mu_s}-\frac{\tau_o}{\mu}] << 1$: $\rho_1(\Omega_s,\Omega)\approx\omega.\frac{P(\Omega_s,\Omega)}{4\mu_s.\mu}.\tau_o$

I.4 Résolution de l'équation du transfert radiatif

La résolution analytique de l'équation intégro-différentielle du transfert radiatif exige de fortes hypothèses simplificatrices (*e.g.* diffusions multiples négligées). Ceci explique l'emploi des méthodes numériques. Pour les milieux particulaires, les solutions obtenues sont des moyennes spatiales sur des dimensions supérieures aux dimensions des particules et aux distances entre particules. Plusieurs méthodes numériques classiques sont indiquées ici.

- ***Méthode d'Eddington***

Pour un milieu non diffusant d'épaisseur optique infinie, la résolution de l'ETR donne la luminance: $L(0,\Omega)=\varepsilon_B.L_B(T)\ \forall\Omega$. Pour un milieu diffusant, l'ETR n'a pas de solution exacte. La méthode d'Eddington donne une solution approchée. Elle suppose que les moments d'ordre 2 et 0 de la luminance $L(\Omega)$ sont liés par: $\mathcal{M}(0)=3\mathcal{M}(2)$.

où $\mathcal{M}(0)=\frac{1}{4\pi}.\int L(r,\Omega).d\Omega$ Luminance moyenne

$\mathcal{M}(1)=\frac{1}{4\pi}.\int L(r,\Omega).\cos\theta.d\Omega$ Eclairement moyen

$\mathcal{M}(2)=\frac{1}{4\pi}.\int L(r,\Omega).\cos^2\theta.d\Omega$ Pression de radiation x $\frac{4\pi}{c}$

L'hypothèse d'Eddington est vérifiée si $L(\Omega)$ est isotrope ou quasi isotrope. Ce cas est cohérent avec le fait que la diffusion et l'émission thermique peuvent être des mécanismes relativement isotropes, du moins par rapport à l'extinction. L'hypothèse d'Eddington est aussi vérifiée si $L(\Omega)$ est "linéaire" selon μ avec une symétrie azimutale : $L(\tau,\mu)=A(\tau)+B(\tau).\mu$. Cette expression est un développement limité de $L(\tau,\mu)$ selon la variable μ.

L'ETR d'un milieu plan avec la fonction de phase isotrope $\frac{P(\mu,\phi,\mu_s,\phi_s)}{4\pi}=\frac{1}{4\pi}$ est : $\mu.\frac{\partial L}{\partial\tau}=L-\Psi$

où la fonction source $\Psi=\frac{\alpha_a.L_B+\alpha_d.\mathcal{M}(0)}{\alpha_a+\alpha_d}$ est quasi isotrope.

Moyenne sur 4π de l'ETR : $\frac{1}{2}.\int_{-1}^{+1}\mu.\frac{dL}{d\tau}.d\mu=\frac{1}{2}.\int_{-1}^{+1}(L-\Psi).d\mu \Rightarrow \frac{d\mathcal{M}(1)}{d\tau}=\mathcal{M}(0)-\Psi$

Moyenne sur 4π de l'ETR pondérée par μ: $\frac{1}{2}.\int_{-1}^{+1}\mu^2.\frac{dL}{d\tau}.d\mu=\frac{1}{2}.\int_{-1}^{+1}(L-\Psi).\mu.d\mu \Rightarrow \frac{d\mathcal{M}(2)}{d\tau}=\mathcal{M}(1)$ car $\int_{-1}^{+1}\Psi.\mu.d\mu\approx 0$

L'égalité $\mathcal{M}(2)=\frac{1}{3}.\mathcal{M}(0)$ implique : $\boxed{\frac{1}{3}.\frac{d^2\mathcal{M}(0)}{d\tau^2}=\mathcal{M}(0)-\Psi=\frac{\alpha_a.(\mathcal{M}(0)-L_B)}{\alpha_a+\alpha_d}=(1-\omega).(\mathcal{M}(0)-L_B)}$

$\mathcal{M}(0)$ peut être calculé à toute altitude si $L_B(\tau)$ est connu, par exemple si le profil des températures $T(\tau)$ est connu.

- ***Méthode des approximations successives***

Le regroupement du terme de gauche et du 1er terme de droite de l'équation du transfert radiatif, sachant que "$\mu.e^{\tau/\mu}.\frac{\partial}{\partial\tau}[e^{-\tau/\mu}.L(\tau,\Omega)]=\frac{\partial L(\tau,\Omega)}{\partial\tau}.\mu - L(\tau,\Omega)$", conduit à :

$$\frac{\partial}{\partial\tau}[e^{-\tau/\mu}.L(\tau,\Omega)]=-\frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu}.[\frac{\omega(\tau)}{4\pi}.\int_{4\pi}P(\Omega,\Omega').L(\tau,\Omega').d\Omega'+\varepsilon_B.L_B(\tau,\Omega)]$$

L'intégration sur l'épaisseur optique, entre τ' et τ, donne :

$$L(\tau,\Omega) = \frac{e^{\tau/\mu}}{\mu}.\int_{\tau'}^{\tau}[\frac{\omega(\tau')}{4\pi}.\int_{4\pi}P(\Omega,\Omega').L(\tau',\Omega').d\Omega' + \varepsilon_B.L_B(\tau',\Omega)].e^{-\tau'/\mu}.d\tau' + L(\tau',\Omega).e^{\tau/\mu}$$

La méthode des approximations successives évalue $L(\tau,\Omega)$ de manière itérative, en tout point τ et pour toute direction Ω. Elle démarre avec une valeur approchée de $L(\tau,\Omega)$ en tout point τ et pour toute direction (Ω). Cette valeur initiale est utilisée dans la double intégrale pour calculer, soit analytiquement soit numériquement, une 1ère approximation de $L(\tau,\Omega)$ en tout point τ et pour toute direction (Ω). Cette approximation est ensuite utilisée dans la double intégrale pour calculer une 2ème approximation de $L(\tau,\Omega)$, et ainsi de suite. Ce processus converge plus ou moins vite. Il est poursuivi jusqu'au niveau de précision requis.

- ***Méthode de suivi de rayons et de Monte Carlo***

La méthode de suivi de rayons combinée à la méthode de Monte Carlo (Figure 94) simule la propagation de photons lancés séquentiellement sur un milieu depuis une ou plusieurs sources : tout photon est "suivi" durant son trajet dans le milieu, jusqu'à ce qu'il soit absorbé, ou diffusé ou qu'il ait traversé le milieu sans interception. Cette méthode est adaptée à tout milieu quelconque (*i.e.*, turbide ou non). Elle traite de manière exacte les mécanismes de diffusion en tant que suite de diffusions d'ordre 1. Elle est donc à priori plus exacte que les autres modèles qui simulent les diffusions d'ordre supérieur à 1 avec des approximations, souvent invalides pour tout milieu (géométrie complexe, fonction de phase anisotrope,…).

☞ Pourquoi beaucoup de modèles simulent de manière approchée les diffusions multiples ?

La méthode de Monte Carlo gère tout phénomène (*i.e.*, émission, absorption, diffusion et direction de diffusion ou d'émission) selon sa probabilité d'apparition $\mathcal{P}$. Ainsi, un phénomène survient si $A < \mathcal{P}$, où A est un nombre aléatoire compris entre 0 et 1. Le transfert radiatif met en jeu plusieurs probabilités : la probabilité d'interception $\mathcal{P} = \alpha_e.dr$ d'un photon qui se propage sur un trajet dr, la probabilité $\mathcal{P} = \omega = q_d/q_e$ qu'un photon intercepté soit diffusé, et la probabilité qu'une diffusion survienne selon Ω est $\mathcal{P} = \frac{P(\Omega',\Omega)}{4\pi}$.

a)  b) 

Figure 94 : Simulation avec méthode de Monte Carlo. Moins de photons pour a que pour b.

La contrainte majeure de la méthode de Monte Carlo est son fort temps de calcul. En effet, l'obtention de résultats (*e.g.*, facteur de réflectance) précis implique de bien échantillonner

tout évènement possible (*e.g.*, interaction avec de petits objets), ce qui implique de lancer beaucoup de photons. Ceci est très limitant, car l'écart type du résultat final décroît seulement comme $1/\sqrt{n}$, où n est le nombre d'échantillonnages (*i.e.*, nombre de photons).

Si la diffusion ou l'émission est étudiée pour une seule direction de visée Ω_v, toute simulation peut être accélérée via le pré-calcul du "rendu" selon Ω_v. Le rendu donne l'ordre d'importance des éléments du milieu pour la direction Ω_v. Il est calculé avec un suivi de rayon inversé en éclairant la scène depuis le capteur : les éléments les plus éclairés sont ceux qui contribuent le plus à la luminance selon Ω_v. Cette approche permet donc d'échantillonner de manière préférentielle les éléments de la scène qui affectent le plus le résultat final.

- ***Méthode du doublement***

Cette méthode numérique, dite de Van Hulst, est très utilisée pour modéliser le transfert radiatif dans les atmosphères planétaires. En effet, ses temps calculs sont relativement faibles et elle est adaptée aux milieux dont la fonction de phase est anisotrope. Son principe est simple : les propriétés optiques d'une couche de particules sont représentées par 2 matrices directionnelles de dimension égale au nombre de directions retenues : réflectance $R(\Omega_s,\Omega_v)$ et transmittance $T(\Omega_s,\Omega_v)$. Deux couches identiques superposées ont donc :

- Rélectance : $(R') = (R) + (T).(R).[1 + (R).(R) + \{(R).(R)\}^2 + \ldots].(T) + (R) + (T).\dfrac{(R)}{1-(R).(R)}.(T)$

- Transmittance : $(T') = (T).[1 + (R).(R) + \{(R).(R)\}^2 + \ldots].(T) = (T).\dfrac{1}{1-(R).(R)}.(T).$

La méthode débute avec une couche de très faible épaisseur optique (*e.g.* $\tau_o = 2^{-25}$) qui est itérativement doublée jusqu'à obtenir l'épaisseur optique voulue τ_{milieu}. Avec $\tau_o = 2^{-25}$, il faut 50 itérations pour $\tau_{milieu} = 2^{25}$. Les couches peuvent avoir des propriétés optiques différentes.

- ***Méthode à N flux***

Avec un échantillonnage de l'espace 4π des directions de propagation par N directions (Ω_j, $\Delta\Omega_j$), cette méthode, aussi dite des ordonnées discrètes, modélise le transfert radiatif avec un système de N équations couplées, avec une équation du transfert radiatif par direction (Ω, $\Delta\Omega$). Les variables sont des quantités (*i.e.*, luminance L_j, fonction de phase P_{kj} et $\cos\theta_j$) moyennes par direction (Ω, $\Delta\Omega$). Ainsi, pour la direction (Ω_j, $\Delta\Omega_j$), en notant $\mu = \cos\theta$:

$$\frac{1}{\Delta\Omega_j}.\int_{\Delta\Omega_j}\frac{\partial L(\tau,\Omega)}{\partial\tau}.\cos\theta.d\Omega = \frac{1}{\Delta\Omega_j}.\int_{\Delta\Omega_j}L(\tau,\Omega).d\Omega - \frac{\omega}{4\pi}.\frac{1}{\Delta\Omega_j}.\int_{\Delta\Omega_j}\int_{4\pi}P(\Omega',\Omega).L(\tau,\Omega').d\Omega'.d\Omega$$

$$- E_s(\Omega_s).e^{\frac{\tau}{\mu_s}}.\frac{\omega}{4\pi}.\frac{1}{\Delta\Omega_j}.\int_{\Delta\Omega_j}P(\Omega_s,\Omega).d\Omega - \frac{1}{\Delta\Omega_j}.\int_{\Delta\Omega_j}\varepsilon_B.L_B(\tau,\Omega).d\Omega$$

On note : $L_j(\tau) = \dfrac{1}{\Delta\Omega_j}.\int_{\Delta\Omega_j}L(\tau,\Omega).d\Omega$ $\quad L_{Bj}(\tau) = \dfrac{1}{\Delta\Omega_j}.\int_{\Delta\Omega_j}L_B(\tau,\Omega).d\Omega$ $\quad \mu_j = \dfrac{1}{\Delta\Omega_j}.\int_{\Delta\Omega_j}\cos\theta.d\Omega$

$$p_{k,j} = \frac{1}{\Delta\Omega_j}.\frac{1}{\Delta\Omega_k}.\int_{\Delta\Omega_j}\int_{\Delta\Omega_k}P(\Omega',\Omega).d\Omega'.d\Omega \quad \text{avec } \frac{1}{4\pi}.\sum_{j=1}^{N}p_{k,j}.\Delta\Omega_j = 1 \quad \forall k$$

La relation $\displaystyle\int_{\Delta\Omega_j}\frac{\partial L(\tau,\Omega)}{\partial\tau}.\mu.d\Omega \approx \frac{\partial}{\partial\tau}\int_{\Delta\Omega_j}L(\tau,\Omega).d\Omega.\int_{\Delta\Omega_j}\mu.d\Omega$ permet de remplacer les N équations intégro-différentielles par N équations linéaires du 1er ordre couplées :

$$\mu_j.\frac{dL_j(\tau)}{d\tau} = L_j(\tau) - \frac{\omega}{4\pi}.\sum_{k=1}^{N} p_{k,j}.L_k(\tau).\Delta\Omega_k - E_s(\Omega_s).e^{\frac{\tau}{\mu_s}}.\frac{\omega}{4\pi}.p_{s,j} - \varepsilon_B.L_{Bj}(\tau,\Omega)$$

Le choix des bornes d'intégration (Ω_j) avec la quadrature de Gauss optimise la précision du calcul discret de l'intégrale avec un nombre donné N de directions (pivots) (Ω_j).

☞ Quels sont les avantages et inconvénients d'utiliser un grand nombre de directions ?

- ***Méthode à 2 flux***

La méthode à 2 flux (*i.e.*, N=2) peut être résolue analytiquement. Elle utilise 2 flux verticaux pour modéliser le transfert radiatif. Ces flux sont les moyennes angulaires des luminances ascendantes $L_1(\tau)$ et descendantes $L_2(\tau)$. Il n'y a pas d'émission thermique.

$$L_1(\tau)=\frac{1}{2\pi}.\int_{2\pi^+} L(\tau,\Omega).d\Omega \quad \text{et} \quad L_2(\tau)=\frac{1}{2\pi}.\int_{2\pi^-} L(\tau,\Omega).d\Omega$$

La fraction diffusée qui est rétrodiffusée est $b=\frac{1}{2}.\int_{-1}^{0} p(\mu',\uparrow).d\mu'$ si $\mu'<0$ et $b=\frac{1}{2}.\int_{0}^{1} p(\mu',\downarrow).d\mu'$ si $\mu'>0$: $p_{11}=p_{22}=2.(1-b)$ et $p_{12}=p_{21}=2b$. Vu que $\Delta\Omega_1=\Delta\Omega_2=2\pi$ et que $\mu_1=1/2$ et $\mu_2=-1/2$, on a :

$$\frac{1}{2}.\frac{dL_1(\tau)}{d\tau} = L_1(\tau) - \omega.(1-b).L_1(\tau) - \omega.b.L_2(\tau) = (1-\omega).L_1(\tau) + \omega.b.[L_1(\tau) - L_2(\tau)] \quad d\tau<0$$

$$-\frac{1}{2}.\frac{dL_2(\tau)}{d\tau} = L_2(\tau) - \omega.(1-b).L_2(\tau) - \omega.b.L_1(\tau) = (1-\omega).L_2(\tau) - \omega.b.[L_1(\tau) - L_2(\tau)] \quad d\tau>0$$

Avec l'approximation $b=\frac{1-g}{2}$ et le facteur d'asymétrie hémisphérique $g=\frac{1}{4\pi}.\int_{4\pi} p(\mu).\mu.d\Omega$:

$$\frac{1}{2}.\frac{dL_1(\tau)}{d\tau} = (1-\omega).L_1(\tau) + \omega.\frac{1-g}{2}.[L_1(\tau) - L_2(\tau)]$$

$$-\frac{1}{2}.\frac{dL_2(\tau)}{d\tau} = (1-\omega).L_2(\tau) - \omega.\frac{1-g}{2}.[L_1(\tau) - L_2(\tau)] \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2y(\tau)}{d\tau^2} = \Gamma^2.y$$

où $y = L_1(\tau) - L_2(\tau)$ ou $L_1(\tau) + L_2(\tau)$, et $\Gamma = 2.\sqrt{1-\omega}.\sqrt{1-\omega.g}$

Solution générale :

$$L_1(\tau) = A.e^{\Gamma\tau} + B.e^{-\Gamma\tau}$$
$$L_2(\tau) = C.e^{\Gamma\tau} + D.e^{-\Gamma\tau}$$

La combinaison {équations différentielles + solution générale} donne (Petty, 2006) :

$$\frac{C}{A} = \frac{B}{D} = \frac{2 - \omega - \omega.g - \Gamma}{\omega.(1-g)} = \frac{\sqrt{1-\omega.g} - \sqrt{1-\omega}}{\sqrt{1-\omega.g} + \sqrt{1-\omega}} = r_\infty$$

La solution générale est donc :

$$L_1(\tau) = A.e^{\Gamma\tau} + r_\infty.D.e^{-\Gamma\tau}$$
$$L_2(\tau) = r_\infty.A.e^{\Gamma\tau} + D.e^{-\Gamma\tau}$$

Les 2 inconnues, A et D, sont définies par les conditions limites :

- Luminance descendante $L_2(0)$ isotrope

- Interface inférieure de réflectance nulle : $r_{bas} = 0$. Par suite : $L_1(\tau=\Delta\tau) = 0$

Solution générale
($L_2(0)$ isotrope et $r_{bas} = 0$)

$$L_1(\tau) = \frac{r_\infty . L_2(0)}{e^{\Gamma\Delta\tau} - r_\infty^2 . e^{-\Gamma\Delta\tau}} . [e^{\Gamma.(\Delta\tau-\tau)} - e^{-\Gamma.(\Delta\tau-\tau)}]$$

$$L_2(\tau) = \frac{L_2(0)}{e^{\Gamma\Delta\tau} - r_\infty^2 . e^{-\Gamma\Delta\tau}} . [e^{\Gamma.(\Delta\tau-\tau)} - r_\infty^2 . e^{-\Gamma.(\Delta\tau-\tau)}]$$

Si $\omega<1$: Albédo $= \frac{r_\infty . [e^{\Gamma.(\Delta\tau-\tau)} - e^{-\Gamma.(\Delta\tau-\tau)}]}{e^{\Gamma\Delta\tau} - r_\infty^2 . e^{-\Gamma\Delta\tau}}$ et Transmittance $T = \frac{1 - r_\infty^2}{e^{\Gamma\Delta\tau} - r_\infty^2 . e^{-\Gamma\Delta\tau}}$

Transmittance directe : $T_{dir} = T(\omega = 0) = e^{-2\Delta\tau}$

Transmittance diffuse : $T_{diff} = T - T_{dir} = \frac{1 - r_\infty^2}{e^{\Gamma\Delta\tau} - r_\infty^2 . e^{-\Gamma\Delta\tau}} - e^{-2\Delta\tau}$

De manière logique, la transmittance totale est surtout directe si $\Delta\tau$ est petit (Figure 95). Elle est surtout diffuse si $\Delta\tau > 0.5$. Elle diminue comme la transmittance diffuse si $\Delta\tau > 2$.

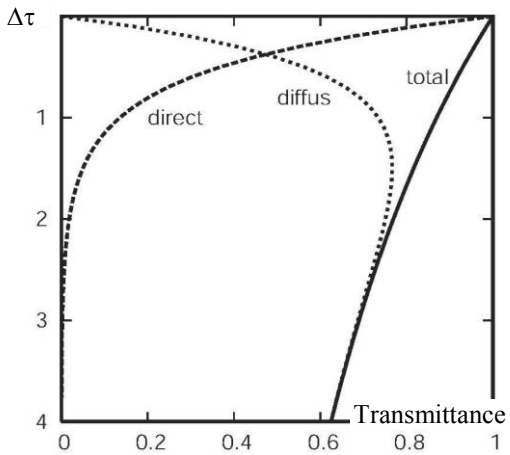


Figure 95 : Transmittance diffuse, directe et totale selon $\Delta\tau$, pour ω=1 et g=0.85 (b=0.075).

- *Milieu infini ($\Delta\tau\to\infty$)* : Albedo $= \frac{\pi . L_1(0)}{\pi . L_2(0)} = r_\infty = \frac{\sqrt{1 - \omega.g} - \sqrt{1 - \omega}}{\sqrt{1 - \omega.g} + \sqrt{1 - \omega}}$

- *Milieu non absorbant ($\Delta\tau$)* : $\omega=1 \Rightarrow \Gamma=0$

La 1ère équation du système différentiel donne : $\frac{1}{2} . \frac{d}{d\tau} [L_1(\tau) - L_2(\tau)] = 0$ (pas d'absorption)

$$L_1(\tau) = \frac{L_2(0).(1 - g).(\Delta\tau - \tau)}{1 + (1 - g).\Delta\tau} \quad \text{et} \quad L_2(\tau) = \frac{L_2(0).[1 + (1 - g).(\Delta\tau - \tau)}{1 + (1 - g).\Delta\tau}$$

$$\text{Albédo} = \frac{(1 - g).\Delta\tau}{1 + (1 - g).\Delta\tau} \quad \text{et} \quad \text{Transmittance } T = \frac{1}{1 + (1 - g).\Delta\tau}$$

- ***Méthode de la radiosité***

Cette méthode détermine l'équilibre radiatif d'un milieu composé d'éléments de surface dS_i lambertiens. Elle calcule la radiosité B_i ($W.m^{-2}$) de toute surface dS_i, c'est-à-dire son bilan "Eclairement - Emittance ("réflexion" + "émission thermique"). En présence de N éléments discrets dS_i, soit 2N surfaces dS_i, la méthode de la radiosité débute en établissant un système à 2N équations, où chaque équation représente l'équilibre radiatif d'une face de toute surface :

$$B_i . dS_i = M_i . dS_i + X_i . \sum_{j=1}^{2N} B_j . F_{dS_j \to dS_i} . dS_j \qquad i \text{ et } j \in [1 \;\; 2N] \text{ et } i \neq j$$

$X_i = \rho_i$ si $\bar{n}_i.\bar{u}_{ji} < 0$ et $X_i = \tau_i$ si $\bar{n}_i.\bar{u}_{ji} > 0$,

avec ρ_i et τ_i : réflectance et transmittance hémisphériques de dS_i

$\bar{n}_i$: normale de dS_i et $\bar{u}_{ji}$ le vecteur unité indiquant la direction de S_j vers S_i.

B_i : radiosité de la surface différentielle dS_i ; $W.m^{-2}$.

M_i : somme de l'émittance "émission thermique de dS_i" et de l'émittance "diffusion d'ordre 1 par dS_i de l'éclairement du aux sources externes autres que les dS_j".

$F_{dS_j \to dS_i}$: facteur de vue ou de forme. C'est la fraction de l'émittance de dS_j qui atteint dS_i.

dS_i voit dS_j sous l'angle solide $d\Omega_{i\to j}$, α_i^{ij} = angle $(\bar{n}_i, \bar{u}_{ji})$ et α_j^{ij} = angle $(\bar{n}_j, \bar{u}_{ji})$. On a :

$$F_{dS_j \to dS_i} = \frac{(B_j/\pi).dS_j.\cos\alpha_j^{ij}.d\Omega_{j\to i}}{B_j.dS_j} = \frac{\cos\alpha_j^{ij}.d\Omega_{j\to i}}{\pi} = \frac{\cos\alpha_j^{ij}.\cos\alpha_i^{ij}.dS_i}{\pi.r_{ij}^2} = \frac{\cos\alpha_i^{ij}}{\pi}.d\Omega_{i\to j}.\frac{dS_i}{dS_j}$$

On a donc : $dS_j.F_{j\to i} = dS_i.F_{i\to j}$

Si le milieu est fermé (*e.g.*, simulation du sol et du par des surfaces) : $\sum_{j=1}^{2N} F_{dS_i \to dS_j} = 1$

☞ Pour établir $F_{dS_j \to dS_i}$, où est utilisée l'hypothèse que toute surface dS est lambertienne ?

Pour des éléments de surface finis : $F_{\Delta S_j \to \Delta S_i} = \frac{1}{\Delta S_j}.\int_{\Delta S_j}\int_{\Delta S_i} \frac{\cos\alpha_j^{ij}.\cos\alpha_i^{ij}.dS_i}{\pi.r_{ij}^2}.dS_j$

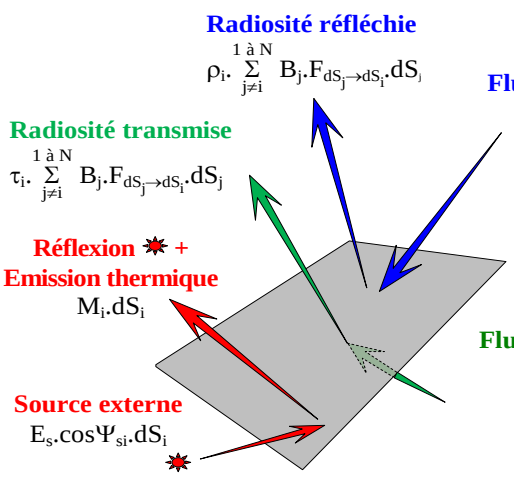


Figure 96 : Radiosité.

Radiosité d'une surface dS_i éclairée par une source externe ✸ et entourée par N-1 surfaces dS_j.

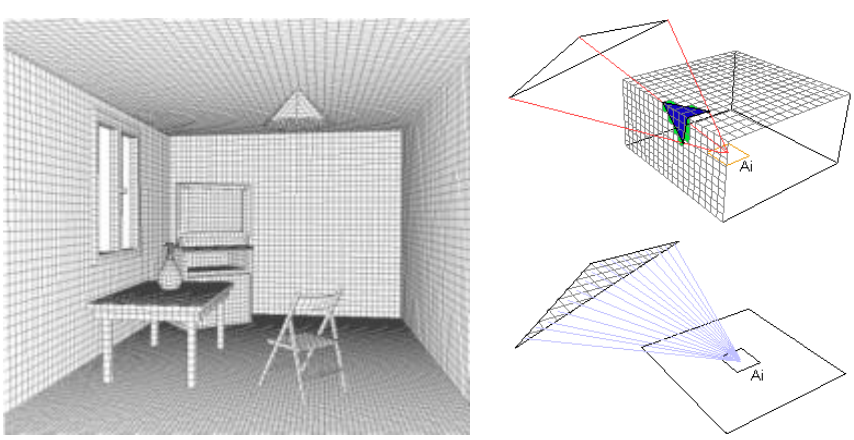


Figure 97 : a) Exemple de maillage de scène (ici, 32085 éléments). b) Représentation d'un polygone (bleu) par des hémicubes (vert).

La méthode de la radiosité exige de très bien connaître le milieu (*i.e.*, position, forme, orientation et propriétés optiques de tout élément de surface), ce qui est très contraignant et couteux en terme de temps de calcul. Par contre, une fois le système d'équations établi, elle est très rapide et s'adapte à des sources externes et directions d'observation variables.

Diverses méthodes permettent de réduire la dimension du système à résoudre, pour réduire les temps de calcul. Ainsi, la méthode des hémicubes (Figure 97) superpose une grille de cubes sur le milieu étudié, puis calcule l'énergie rayonnée par un polygone sur un élément de surface A_i à partir de la projection de ce polygone sur des hémicubes, en considérant que le facteur de forme est la somme des facteurs de forme des hémicubes recouverts.

I.5 Inversion de mesures

Un objectif majeur de l'observation satellite et aéroportée de notre planète est de déterminer des paramètres biophysiques et/ou biochimiques caractéristiques des surfaces terrestres et/ou de l'atmosphère. Cette détermination est souvent réalisée via l'inversion d'un modèle qui simule la mesure de télédétection (*Figure 98*) : il s'agit alors de "traduire" les mesures de télédétection (directionnelles, spectrales, multi-dates,…) en un ou plusieurs des paramètres d'entrée du modèle. Celui-ci est souvent un modèle de transfert radiatif. Une autre technique d'inversion repose sur l'assimilation des mesures de télédétection dans un modèle qui simule à la fois la mesure de télédétection et le fonctionnement du milieu étudié (*e.g.*, évolution temporelle de la biomasse de cultures). L'inversion est alors potentiellement plus exacte, car elle peut tenir compte des états possibles ou non du fonctionnement du milieu étudié.

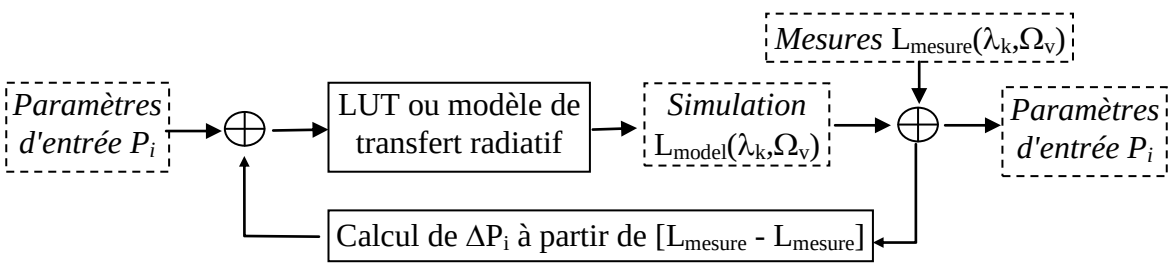


Figure 98 : Algorithme général d'inversion. Le modèle est inséré dans la boucle d'inversion.

L'inversion de mesures (directionnelles, spectrales, multi-dates,…) en termes de paramètres biophysiques passe par la minimisation d'une fonction "coût" F() telle que :

$$F(\Psi_A,\ldots) = \sum_{k=1}^{K}\sum_{v=1}^{V} \eta_{k,v}.[L_{mesure}(\lambda_k,\Omega_v) - L_{model}(\lambda_k,\Omega_v)]^2 + f(\Psi_A,\ldots)$$

$L_{mesure}(\lambda_k,\Omega_v)$ et $L_{model}(\lambda_k,\Omega_v)$ sont respectivement la mesure réelle et la mesure simulée dans le domaine spectral λ_k et pour la direction Ω_v. Il est donné la même importance à toutes les directions (Ω_v) s'il est choisi des facteurs de poids $\eta_{k,v}$ constants $\forall v \in [1\ V]$. La fonction de coût peut inclure une fonction de pénalité $f(\Psi_A,\ldots)$ définie de manière à prendre des valeurs très élevées si certaines contraintes ne sont pas vérifiées (*e.g.*, albédo de surface calculé < 0) ou si certains paramètres prennent des valeurs improbables.

Les modèles de télédétection (Pinty *et al.*, 2001 et 2004) sont souvent groupés en 3 catégories : empirique, semi-empirique et physique. Les modèles physiques peuvent décrire de manière robuste et précise les mesures de télédétection à partir de représentations mathématique et informatiques plus ou moins simplifiées du transfert radiatif dans les milieux étudiés (*i.e.*, surfaces terrestres et atmosphère). Ils sont en général complexes, avec beaucoup de variables qui représentent les propriétés spectrales et géométriques du milieu étudié. La qualité de

l'inversion dépend de la méthode d'inversion et des caractéristiques (précision radiométrique, résolution spatiale, direction de visée, domaine spectral,…) des mesures de télédétection.

En pratique, l'inversion d'un modèle physique est souvent impossible, car l'emploi du modèle en mode direct est en général trop couteux en termes de temps de calcul. Par suite, le modèle est en général remplacé par une table (*i.e.*, LUT) de simulations pré-calculées de ce modèle. Ces simulations sont réalisées pour un jeu de valeurs des paramètres d'entrée du modèle qui échantillonnent l'ensemble des valeurs possibles. La méthode LUT (Knyazikhin, 1998) est employée pour calculer l'indice foliaire (LAI) et la fraction de rayonnement photosynthétiquement actif (fAPAR) à partir de mesures MODIS (Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer). Elle est bien adaptée aux cas de solutions multiples et de données d'entrée peu précises (Kimes *et al.*, 2000). Elle a 2 contraintes majeures : la génération de LUT est très couteuse en termes de temps calcul et d'espace mémoire si le nombre d'échantillons de l'espace des variables est très élevé.

Les méthodes d'optimisation itérative (Goel et Thompson, 1984 ; Kuusk, 1991 ; Liang et Stralher, 1993) font évoluer un jeu initial de paramètres d'entrée afin de minimiser, itération par itération, une fonction "coût" pour un jeu de mesures (*e.g.*, réflectances) données. Les plus classiques sont les méthodes dites de Powell, Simplex, quasi-Newton, et Marquardt-Levenberg (Press *et al.*, 1986). En fait, ces méthodes d'inversion ne garantissent pas l'obtention de solutions stables ou optimales, car la complexité des modèles physiques de mesure explique qu'elles ne trouvent pas toujours le minimum global.

La méthode des réseaux neuronaux permet d'établir des relations entre mesures et paramètres biophysiques. Les mesures peuvent être réelles ou bien simulées par un modèle (*e.g.*, LUT). Une relation est représentée ou stockée par des connexions entre neurones (Haykin, 1999 ; Gong *et al.*, 1999). En télédétection, il est souvent utilisé plusieurs couches de neurones. L'intérêt de cette approche est d'être simple, rapide et de pouvoir décrire des relations non linéaires complexes entre une quantité telle que la réflectance du couvert et des variables biophysiques. La difficulté est d'obtenir des jeux d'apprentissage significatifs. D'autre part, ses résultats peuvent être aberrants si l'espace échantillonné n'englobe pas les valeurs des variables correspondant aux mesures.

II TRANSFERT RADIATIF DANS L'ATMOSPHERE

II.1 Distribution verticale de l'atmosphère

1) Atmosphère gazeuse

La proportion relative des gaz varie peu dans l'homosphère (<100km), car leur distribution y est régie par la force de gravité appliquée à des flux turbulents (*i.e.*, convection) de matière, et non à des molécules gazeuses isolées. En l'absence de convection, les gaz les plus lourds seraient concentrés aux basses altitudes. Cette stratification des gaz intervient pour z>100km (*i.e.*, hétérosphère), car la convection y est négligeable. Une stratification survient cependant dans l'homosphère pour les gaz sujets à des réactions photo chimiques : photo ionisation (arrachement d'électrons) et photo dissociation de molécules (transitions électroniques vibrationnelles). C'est en particulier le cas de O_3 (photo dissociation : $h\nu+O_3\rightarrow O_2+O\rightarrow O_3+$ chaleur) et NO (photo ionisation : $h\nu+NO\rightarrow NO^{+}+e^{-}$). Ainsi, le rapport de concentration $[O]/[O_2]$ vaut $\approx 10^{-3}$ à 85km, 0.1 à 100km et ≈1 à 200km.

La pression P (Pa), la température T (K) et la masse volumique ρ (kg/m^3) varient beaucoup avec l'altitude z, avec de beaucoup plus faibles variations horizontales et temporelles. P et ρ décroient avec l'altitude z. Ceci est montré ici pour une atmosphère {gaz parfait, T(z), P(z), densité volumique N(z) : molécules/m^3} en équilibre hydrostatique. La loi des gaz parfaits indique :

$$\rho(z) = M.\frac{P(z)}{R.T(z)} = \frac{M}{\mathcal{N}_A}.\frac{P(z)}{k.T(z)} \quad \Leftrightarrow \quad N(z) = \rho(z).\frac{\mathcal{N}_A}{M} = \frac{P(z)}{k.T(z)} = N(0).\frac{P(z)}{101325}.\frac{273.15}{T(z)}$$

M : masse moyenne d'une mole d'air (M ≈ 28.97 g.mole^{-1} jusqu'à z ≈ 100km).

$\mathcal{N}_A$: nombre d'Avogadro (≈6 10^{23} molécules/mole). Masse de molécule d'air: $m=\frac{M}{\mathcal{N}_A}=4.8\ 10^{-26}$kg

k: cste de Boltzmann (1.38 10^{-23} J/K/molécule). Cste des gaz parfaits: $R=k.\mathcal{N}_A=8.314$J/K/mole

avec : $N(0)\approx\frac{\mathcal{N}_A}{22.4\ 10^{-3}}\approx 2.69\ 10^{25}$ molécules/m^3 et $\rho(0)=N(0).\frac{M}{\mathcal{N}_A}\approx 1.225$ kg/m^3 à 15°C

La différence de pression entre les altitudes z et z+dz est la densité surfacique de poids de l'atmosphère entre ces 2 niveaux : $dP(z) = -g.\rho(z).dz$ (1atm≈101325 Pa), où g est la gravité terrestre, supposée constante dans la couche atmosphérique dz. Par suite :

$$\frac{dP(z)}{P(z)} = -\frac{dz}{H(z)} \text{ où } H(z)=\frac{\mathcal{N}_A.k.T(z)}{g.M} = \text{échelle de hauteur } \Rightarrow\ P(z) = P(0).\exp[-\int_0^z \frac{dr}{H(r)}]$$

Pour une colonne atmosphérique : $N_{tot}=\int_0^{\infty} N(z).dz=\frac{P(0)}{mg}\approx 2.1\ 10^{29}$ molécules/m^2

$\Rightarrow$ densité surfacique de masse $M_{tot}=\int_0^{\infty}\rho(z).dz=\frac{P(0)}{g}\approx 10.2\ 10^{3}$ kg/m^2 (mass path $=\int_z^{\infty}\rho(z).dz$)

- ***Atmosphère isotherme*** T(z) = T

Avec l'hypothèse usuelle d'une atmosphère isotherme, H(z) = cste. Par suite, la pression P(z), la masse volumique ρ(z) et la densité N(z) diminuent exponentiellement avec z :

$$P(z) = P(0).\exp[\frac{-z}{H}] \quad \rho(z) = \rho(0).\exp[\frac{-z}{H}] \quad N(z) = N(0).\exp[\frac{-z}{H}] \qquad P(0)=1\text{atm}=10^5\text{N/m}^2$$

La condition {M=28.97, g=9.81m/s^2, T=288K} donne H = 8.4km. C'est la valeur du profil standard de l'organisation internationale de l'aviation civile (ICAO).

- ***Atmosphère adiabatique non isotherme***

En fait, l'atmosphère n'est pas isotherme : $T(z)\neq \text{cste} \Rightarrow H\neq \text{cste}$. Les expressions ci-dessus de P(z), ρ(z) et N(z) sont donc approximatives. Ainsi, ρ(z) décroît beaucoup plus dans

l'homosphère ($z<100$ km) qu'au-delà dans l'hétérosphère: $\rho(0km)\approx10^{-3}g/cm^3$, $\rho(100)\approx10^{-9}$ g/cm^3, $\rho(150)\approx10^{-12}g/cm^3$, $\rho(400)\approx10^{-14}g/cm^3$, $\rho(700)\approx10^{-16}g/cm^3$, $\rho(1500km)\approx10^{-18}g/cm^3$.

L'atmosphère est concentrée dans une couche très fine au-dessus de la surface terrestre. Ainsi, la moitié de la masse atmosphérique est au-dessous de 5.5km et 99% de la masse atmosphérique est à une altitude inférieure à 32km. Ceci permet souvent de négliger la courbure de la Terre et donc de considérer l'atmosphère comme une couche parallèle plane.

	Vénus	Terre	Mars	Titan
Pression de surface (atm)	90	1	0.02	1 - 3
Température de surface (K)	880	290	≈250	≈94
H (km)	15	8.4	≈10	≈20
Principaux constituants (% volume)	97% CO_2, N_2	%: 78.08 N_2, 20.95 O_2, 0.93 Ar, 0.03% CO_2, 18.2 10^{-4} Ne, 5.2 10^{-4} He, 1.5 10^{-4} CH_4, 0.5 10^{-4} H_2, 0.089 10^{-4} Xe, CO^*, NO^*, $SO_2{}^*$, $NO_2{}^*$, NH_3, 0 à 4 H_2O, 0 à 12 10^{-4} O_3	CO_2, N_2, Ar	CH_4

*Tableau 4 : Atmosphères gazeuses (Vénus, Mars, Titan, Terre). Symbole * pour les très faibles altitudes.*

T(z) décroît de la surface terrestre jusqu'au haut de la troposphère (≈8km au pôle et ≈15km à l'équateur), avec un taux de ≈6.5K/km. T(z) varie peu juste au-dessus dans la tropopause (quelques km), croit jusqu'au haut de la stratosphère (≈40 - 60km), décroît jusqu'au haut de la mésosphère (≈80km), et croît au-delà dans la thermosphère. L'atmosphère entre ≈25km et 50km est une couche d'inversion qui inhibe les mouvements atmosphériques verticaux. Le profil T(z) dans la troposphère peut être modélisé avec l'hypothèse d'une atmosphère adiabatique (*i.e.* transparente au rayonnement). Ainsi, la variation d'énergie interne (1ère loi de la thermodynamique) d'une masse d'air m_a qui se déplace entre les niveaux P(z) et P(z+dz) d'une atmosphère en équilibre hydrostatique est alors nulle:

$$m_a.C_v.dT + P.dV = 0$$

Cette équation est valide pour tous les gaz présents, car la convection homogénéise les concentrations relatives des gaz à toute altitude dans la basse atmosphère. C_v est la chaleur spécifique à volume constant et dV est la variation de volume.

<u>*Masse unité d'air*</u> (P,V): nombre de moles $=\frac{N}{\mathcal{N}_A}=\frac{1}{M}$, $C_v.dT=-P.dV$, $dP(z)=-g.\rho(z).dz=-\frac{g}{V}.dz$.

La différentiation de l'équation d'état PV = N.k.T donne : $P.dV + V.dP = \frac{R}{M}.dT$

On a donc $V.dP=C_p.dT$, car pour un gaz parfait "$C_p - C_v = R/M$", où C_p est la chaleur spécifique à pression constante. Par suite : $\frac{dT}{dz}=-\frac{g}{C_p}=-\Gamma_a \Rightarrow T(z)=T(0)-\Gamma_a.z$

où Γ_a est le taux théorique de variation thermique "adiabatique": $\Gamma_a = 9.81$K/km.

Altitude	Pression (mbar)				Température (°C)				Humidité relative (%)				Humidité ($g.m^{-3}$)			
0km	1013				15	21	26.4	21	46	76	75	35	5.9	13.9	18.9	8.7
1km	900	902	904	902	8.5	16.5	20.4	16.5	49	66	73	32	4.2	9.3	13	5.8
2km	795	802	805	802	2	12	14.4	12	52	55	74	33	2.9	5.9	9.3	4.1
3km	701	710	715	710	-4.5	6	10.4	6	51	45	48	27	1.8	3.9	4.7	2.6
4km	616	628	633	628	-11	0	3.8	0	50	39	35	27	1.1	1.9	2.2	1.7
5km	540	554	559	554	-17.5	-6	-3	-6	48	31	38	25	0.6	1	1.5	1.0

Tableau 5 : *Profils atmosphériques (US standard, latitude moyenne (été), tropique, désert)*

T(z) et $\rho_{H2O}(z)$ varient beaucoup avec le type d'atmosphère, contrairement à P(z).

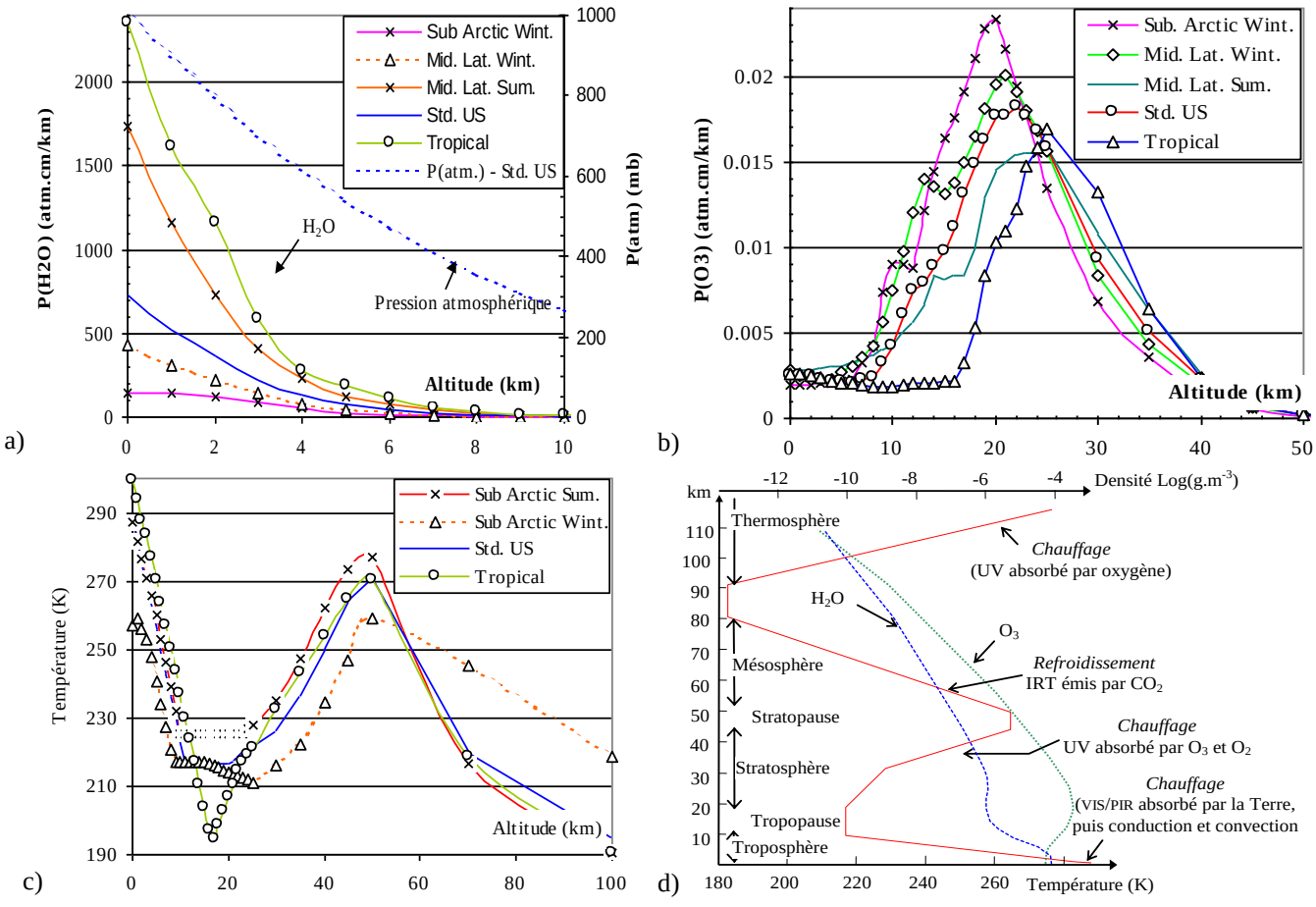


Figure 99 : *Profils atmosphériques d'atmosphères types.* a) Pression et vapeur d'eau. b) Ozone. c) Température. d) Atmosphère moyenne : T(z), O_3(z) et H_2O(z).

La distribution des 3 gaz qui interagissent le plus avec le rayonnement solaire est donnée ici :

- *CO_2* : uniformément mélangé avec les autres gaz (O_2,,…) de l'atmosphère jusqu'à 100km d'altitude. Il absorbe à 1.46µm. Il émet surtout dans l'IR, près de 4.3µm et 15µm. Son émission thermique centrée sur 15µm refroidit la mésosphère (50 à 90km).

- *H_2O* : avec ses fortes bandes d'absorption PIR, MIR, lointain IR et hyperfréquences, la vapeur d'eau affecte beaucoup l'équilibre énergétique de la troposphère (z<15km). De plus, elle conditionne la formation des nuages, les précipitations et le transfert d'énergie sous forme d'énergie latente, ce qui affecte le bilan d'énergie planétaire, la température et la circulation de l'atmosphère. Elle est le gaz à effet de serre le plus efficace. Sa densité ρ_{H2O} et sa pression partielle P_{H2O} varient beaucoup dans le temps et l'espace xyz (diminution exponentielle avec l'altitude z). Elles dépendent de la température via la pression de vapeur saturante $P_v(T)$: $P_{H2O}=P_v(T).\eta$, où η est l'humidité relative. On a : $P_v(10°C)\approx 600$ Pa, $P_v(20°C)\approx 2.34\ 10^3$ Pa. Par suite, 1kg d'air contient au plus 49.8g d'eau à 40°C et 5.5g à 5°C. Pour un climat froid et sec $\rho_{H2O}(0)\approx 10^{-2}$g/m^3 et $M_{tot}(H_2O)\approx$5kg/m^2, alors que pour un climat chaud humide $\rho_{H2O}(0)\approx$30g/m^3 et $M_{tot}(H_2O)\approx$60kg/m^2, soit 0.05% - 0.6% de la densité surfacique atmosphérique M_{tot}.

- *O_3* : l'ozone protège la Terre du rayonnement ultraviolet. Elle est surtout dans la stratosphère, de 20km à 50km d'altitude. Sa distribution est très variable. Sa formation (surtout à ≈25km) et dissociation sont dues à des réactions chimiques complexes qui font intervenir l'azote, l'hydrogène et des composés chlorés, d'origine naturelle et anthropique.

2) Aérosols atmosphériques

Ce sont des poussières composées de matière solide et liquide (*e.g.*, brume, brouillard) en suspension dans l'atmosphère. Leurs formes sont quelconques. Les aérosols aqueux (sulfates, nitrates) tendent à être sphériques. Leur rayon r est souvent entre 0.05 et 0.5µm. On les appelle "gouttelettes" si r > 0.5µm. Leur durée de vie dans l'atmosphère décroit avec r. Leurs origines :

- origine terrestre : ce sont en particulier les aérosols minéraux dus à l'érosion éolienne.
- origine océanique : aérosols marins que l'évaporation peut transformer en particules de sel.
- origine gazeuse : décomposition de plantes, feux de forêts, volcans, processus industriels,...

Densité N(z). Surtout dans les 1ers km. Profil plutôt exponentiel $N(z)=N(0).\exp[\frac{-z}{H_p}]$ surtout pour les gros aérosols, pour lesquels $H_p \approx 1$km. H_p dépend de la taille des aérosols.

Densité volumique des aérosols de rayon $[r_p\ r_p+dr_p]$. Elle est souvent représentée par les lois :

- Loi de Junge (1952) : $\frac{\partial N(r_p)}{\partial r_p}=\frac{A}{r_p^{\alpha}}$, où $\alpha \in [3\ 5]$ si r > 0.1µm.
- Loi log-normale: $\frac{\partial N(r_p)}{\partial r_p}=\frac{N_o}{\sqrt{2\pi}.r_p.\ln(\sigma_m)}.\exp[-\frac{\ln(r_p/r_m)}{2.\ln^2(\sigma_m)}]$, où N_o = densité volumique (m^{-3}), mode de rayon r_m et écart type σ_m (Tableau 6). La distribution peut être multi modale.

	Aérosol soluble $r_m \approx 0.005$µm - $\sigma_m \approx 2.99$	Aérosol suie $r_m \approx 0.018$µm - $\sigma_m \approx 2$	Aérosol marin $r_m \approx 0.3$µm - $\sigma_m \approx 2.51$	Aérosol poussière $r_m \approx 0.5$µm - $\sigma_m \approx 2.99$	Albédo ω_{550}
Continental	0.29	0.01	0.00	0.70	0.89
Maritime	0.05	0.00	0.95	0.00	0.99
Urbain	0.61	0.22	0.00	0.17	0.65

Tableau 6 : *Fractions volumiques et (r_m, σ_m) de 4 types d'aérosols pour 3 modèles standards d'aérosols (continental, maritime, urbain).* Il existe d'autres types d'aérosols, comme le type "sulfate" (75% H_2SO_4, r_m = 0.0695µm, σ_m = 2.03) issus de la réaction du dioxyde de soufre SO_2 émis par les éruptions volcaniques avec la vapeur d'eau.

Via leur diffusion et leur impact sur les nuages en tant que noyaux de condensation, les aérosols affectent l'albédo de la Planète et son bilan radiatif : ils tendent à la refroidir. Par rapport aux gaz, leurs natures, propriétés optiques et distribution spatio-temporelle sont très variables et donc mal connues (*e.g.*, $\approx 10^3/cm^3$ en zone marine, $\approx 10^4/cm^3$ en zone rurale et $\approx 10^5/cm^3$ en zone urbaine), ce qui complique leur emploi dans les modèles de circulation générale. Les modèles d'aérosols utilisent souvent 4 types d'aérosols : soluble, suie, marin et poussière (Tableau 6).

II.2 Propriétés optiques atmosphériques

1) Absorption, diffusion et émission thermique

L'absorption, la diffusion et l'émission thermique des gaz et des aérosols sont les mécanismes radiatifs atmosphériques majeurs. De manière schématique, l'absorption réduit l'intensité du rayonnement incident, la diffusion diffuse dans 4π une part du rayonnement intercepté, et l'émission thermique émet dans 4π et sur tout le spectre une part du rayonnement absorbé. De plus, les chocs entre particules redistribuent entre celles-ci l'énergie absorbée par certaines.

Eclairement solaire TOA (Top of the Atmosphere) E_{TOA} *et BOA (Bottom of the Atmosphere)* M_{BOA}

E_{TOA} est une quantité soit spectrale $E_{s,\lambda}$ ($W/m^2/\mu m$) soit intégrée E_s (W/m^2) sur un intervalle spectral. Etant du à l'émission thermique solaire, E_s varie comme l'inverse du carré de la

distance "Terre - Soleil". Il correspond à l'éclairement d'un corps noir à ≈5900K : maximal dans le visible (VIS) et fort dans l'ultraviolet (UV), proche infrarouge (PIR) et moyen infrarouge (MIR). Du haut au bas de l'atmosphère, l'absorption et la diffusion des gaz et des aérosols réduisent E_s (Figure 32). L'absorption gazeuse survient dans les bandes spectrales d'absorption des gaz et a donc une très forte variabilité spectrale. Par contre, la diffusion des gaz et des aérosols survient sur tout le spectre et décroît régulièrement avec l'augmentation de la longueur d'onde λ. Les propriétés (température, pression,…) des gaz étant assez stables, leur diffusion et absorption sont assez bien connues (Figure 99). La vapeur d'eau fait exception du fait de sa forte variabilité spatio-temporelle. L'observation satellite de la Terre est en général dans les domaines spectraux dits "fenêtres atmosphériques" (Tableau 7) hors des bandes d'absorption gazeuse.

Ultraviolet et visible	0.35μm - 0.75μm
Proche infrarouge	0.77μm - 0.91μm 1.0μm - 1.12μm 1.19μm - 1.34μm
Infrarouge moyen	1.55μm - 1.75μm 2.05μm - 2.04μm
Infrarouge thermique	3.35μm - 4.16μm 4.5μm - 5μm 8μm - 9.2μm 10.2μm - 12.4μm 17μm - 22μm
Hyperfréquences (fortes bandes étroites O_3 et H_2O aux hautes fréquences micro-ondes)	2.06mm - 2.22mm 3mm - 3.75mm 7.5mm - 11.5mm 20mm - ∞

Tableau 7 : *Principales fenêtres atmosphériques.*

Emittance TOA M_{TOA}

L'atmosphère diffuse ≈25% du rayonnement solaire et près des 2/3 de cette diffusion atteint la Terre. Aux courtes longueurs d'onde ($\lambda < \approx 2.5\mu m$), M_{TOA} est surtout du à la diffusion du rayonnement solaire par l'atmosphère et la Terre, la diffusion terrestre étant en général la plus forte si $\lambda > 0.4\mu m$, et ce d'autant plus que λ est élevé. Pour $\lambda > 2.5\mu m$, M_{TOA} est surtout du à l'émission thermique de l'atmosphère et de la Terre, le rayonnement thermique atmosphérique étant prédominant dans les bandes d'absorption atmosphérique (*e.g.*, [5μm 8μm]).

Paramétrisation de la diffusion et absorption des particules atmosphériques

Eclairé par le rayonnement {luminance $L(r,\Omega_s)$, angle solide $\Delta\Omega_s$}, un élément x intercepte la puissance $\sigma_e^x.L(r,\Omega_s).\Delta\Omega_s$ et diffuse la puissance $\sigma_d^x.L(r,\Omega_s).\Delta\Omega_s$, où x=m pour une molécule gazeuse et x = p pour une particule solide ou liquide (*i.e.*, aérosol). La puissance diffusée par angle solide unité selon Ω_v est $\frac{P_x(\Omega_s \rightarrow \Omega_v)}{4\pi}.\sigma_d^x.L(r,\Omega_s).\Delta\Omega_s$. La fonction de phase P_x et les sections efficaces d'extinction σ_e^x, de diffusion σ_d^x et d'absorption σ_a^x ($\sigma_a^x=\sigma_e^x-\sigma_d^x$) définissent les propriétés optiques de la particule x. Elles sont données par la théorie de Mie : équations de Maxwell appliquées à des sphères de rayon r_x et d'indice de réfraction n_x. Ainsi, pour une sphère de rayon r_x, σ_d^x et $\frac{P(\Omega_s \rightarrow \Omega_v)}{4\pi}$ dépendent de $\kappa=\frac{2\pi.r_x}{\lambda}$ et de son indice de réfraction n_x (Figure 100). La diffusion est dite de Rayleigh si $r_x << \lambda$ (*i.e.*, x = m) et de Mie si $r_x \geq \lambda$ (*i.e.*, x = p). La section efficace de diffusion Rayleigh, σ_d varie comme λ^{-4} et σ_a comme λ^{-1}.

'Air' (densité volumique N_{air}, indice de réfraction n_{air}) : $\sigma_d^{air}(\lambda) = \frac{24\,\pi^3}{\lambda^4.N_{air}^2}.\left|\frac{n_{air}^2-1}{n_{air}^2+2}\right|^2.\frac{6+3\,\delta}{6-7\,\delta}$

δ: facteur de dépolarisation du à l'anisotropie des molécules d'air. Il est faible et décroit avec λ. $\delta(0.4\mu m)=0.00296$, $\delta(0.65\mu m)=0.0279$ et $\delta(1\mu m)=0.00273$ (Bucholtz, 1995, Applied Optics).

$\sigma_d^{air}(\lambda)$: $\sigma_m^d(1\mu m) \approx 4.10^{-32}\ m^2$ (cf. $\sigma_d^m(\lambda)$ et $\sigma_a^m(\lambda)$ dans Annexe 5 : Diffusion (Rayleigh et Mie)

$n_{air}(z)$ dépend du domaine spectral, P(z), pression partielle de vapeur d'eau $P_{H2O}(z)$ et T(z) :

- λ>1.5mm (<200GHz): $(n_{air}-1).10^6 = 0.0776\frac{P}{T} + 373\frac{P_{H_2O}}{T^2} \Rightarrow \Delta n_{atm}(\Delta P_{H_2O}=1Pa) = -4\ 10^{-10}$ (P, P_{H_2O}:bar)

- Domaine optique : $(n_{air}-1).10^6 = [83.43 + \frac{185.08}{1-(\nu/b_1)^2} + \frac{4.11}{1-(\nu/b_2)^2}].\frac{P - P_{H_2O}}{P_o}.\frac{T_o}{T} + [c_o - (\frac{\nu}{c_1})^2 . \frac{P_{H_2O}}{P_o}]$

  $b_1 = 1.14\,10^5\ cm^{-1}$, $b_2 = 6.24\,10^4\ cm^{-1}$, $c_o = 43.49$, $c_1 = 1.7\,10^4\ cm^{-1}$, avec P en mb et ν en cm^{-1}.

  {T=298K, P=1bar, $\lambda \in$ visible} $\Rightarrow n_{air} \approx 1.000292 \neq n_m$(molécules)

  $\forall \lambda \in [0.2\mu m\ 2\mu m]$ à {T=298K, P=1bar, P_{H_2O}=1500Pa} : $(n_{atm}-1).10^7 \approx 2720 + 14.689.\lambda^{-2} + 0.238.\lambda^{-4}$

  Note: il existe des relations analytiques pour $n_{H_2}(\lambda)$, $n_{CO_2}(\lambda)$,… (Sneep et Ubachs, 2005)

Air standard (0.03% CO_2, 1 Pa, 15°C): $N_{air} = 2.54743\ 10^{25}\ m^{-3}$ $\tau_d^{air} \approx \sigma_d^{air}(\lambda).N_{tot}$

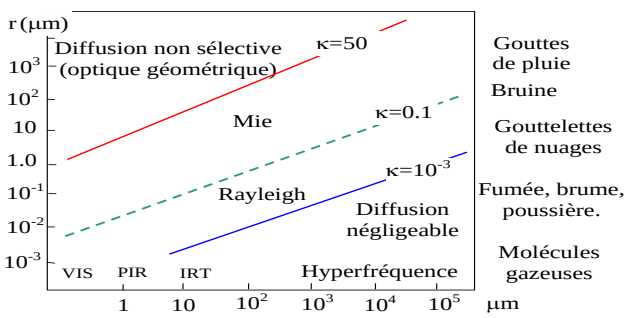
$\Rightarrow$ Approximation: rayon moyen de "molécule" d'air $r_m = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi N_{air}}} \approx 2.1\ 10^{-9}$ m ($r_{m\ vrai} \approx 2\ 10^{-10}$ m) $\Rightarrow \sigma_m^d(1\mu m) << \pi.r_m^2$

'Approximation classique': $\sigma_d^{air}(\lambda) \approx A.\lambda^{-(B+C.\lambda+D/\lambda)}\ m^2$ (λ: µm):

- λ > 0.5µm: A=4.01061 10^{-32}, B=3.99668, C=1.10298, D=0.0271393
- $\lambda \in$ [0.2 0.5µm]: A=3.01577 10^{-32}, B=3.55212, C=1.35579, D=0.11563

κ	Diffusion
> 50	Optique géométrique. Indépendant de λ
0.1 à 50	Mie (aérosols, petites gouttes de nuages)
0.001 à 0.1	Rayleigh (gaz)
< 0.001	Pas de diffusion

Figure 100 : *Type de diffusion selon la taille r des particules.*



Les propriétés optiques de l'atmosphère sont souvent définies par une fonction de phase $\frac{P(\Omega_s \to \Omega_v)}{4\pi}$ et des coefficients d'extinction α_e, de diffusion α_d et d'absorption α_a, déduits de la densité $N_x(z)$ et des propriétés optiques ($\sigma_e^x, \sigma_d^x, \sigma_a^x, \frac{P_x(\Omega_s \to \Omega_v)}{4\pi}$) des gaz et des aérosols.

Dans les fenêtres atmosphériques, l'absorption et la diffusion des gaz et aérosols sont assez découplées. Ainsi, on distingue 4 types d'atmosphère : gaz absorbant, gaz diffusant, aérosol absorbant et aérosol diffusant, avec des propriétés optiques locales définies par :

- coefficient d'extinction par diffusion: $\alpha_d(z) = \alpha_d^m + \alpha_d^p$, où $\alpha_d^x = \Sigma_i N_{x,i}(z).\sigma_d^{x,i}(z)$ et x=m ou p
- coefficient d'extinction par absorption: $\alpha_a(z) = \alpha_a^m + \alpha_a^p$, où $\alpha_a^x = \Sigma_i N_{x,i}(z).\sigma_a^{x,i}(z)$ et x=m ou p
- coefficient d'extinction: $\alpha_e(z) = \alpha_e^m + \alpha_e^p$, où $\alpha_e^x = \Sigma_i N_{x,i}(z).\sigma_e^{x,i}(z) = \alpha_a^x + \alpha_d^x$ et x=m ou p
- fonction de phase moyenne : $\frac{P(\Omega',\Omega)}{4\pi} = \frac{1}{4\pi}.\frac{\alpha_d^m.P_m(\Omega',\Omega) + \alpha_d^p.P_p(\Omega',\Omega)}{\alpha_d^m + \alpha_d^p}$

Soit un rayonnement de luminance $L(r,\Omega)$ incident sur un milieu de coefficient d'extinction $\alpha_e(r)$. Sur un trajet dr(Ω), l'interception (*i.e.*, absorption et diffusion) diminue $L(r,\Omega)$ de la valeur $dL(r,\Omega) = -\alpha_e(r).L(r,\Omega).dr(\Omega)$. Par suite, sur un trajet $\Delta r(\Omega)$, la luminance transmise sans

interception est $L(r,\Omega)=L(r_o,\Omega).e^{-\Delta\tau(\Omega)}$, avec $\Delta\tau=\int_{\Delta r(\Omega)}\alpha_e(r).dr$ l'épaisseur optique du trajet $\Delta r(\Omega)$. La luminance interceptée est $L(r,\Omega).[1-e^{-\Delta\tau}]$. Le terme $e^{-\Delta\tau(\Omega)}$ est la transmittance directe (*i.e.*, sans interception). En fait, le rayonnement transmis comprend une part plus ou moins forte de diffusions d'ordre 1 et plus. Cette transmission dite diffuse est représentée par la transmittance diffuse $t_d(\Delta\tau,\Omega)$. Elle s'ajoute à la transmission directe. On a donc $L(r+\Delta r,\Omega)=L(r,\Omega).T(\Delta\tau,\Omega)$, avec la transmittance totale $T(\Delta\tau,\Omega)=[e^{-\Delta\tau(\Omega)}+t_d(\Delta\tau,\Omega)]$.

En résumé, l'atmosphère a une épaisseur optique $\Delta\tau=\int_0^\infty\alpha_e(z).N(z).dz=\Delta\tau_a+\Delta\tau_d$, où $\Delta\tau_a$ et $\Delta\tau_d$ sont les épaisseurs optiques associées à l'absorption et à la diffusion. Avec l'hypothèse classique du découplage "absorption - diffusion" des aérosols et des gaz : $\Delta\tau=\Delta\tau_m+\Delta\tau_p$, où $\Delta\tau_m=\Delta\tau_m^d+\Delta\tau_m^a$ et $\Delta\tau_p=\Delta\tau_p^d+\Delta\tau_p^a$, avec la transmittance directe de l'atmosphère selon la direction $\Omega(\theta,\phi)$, c'est-à-dire $e^{-\Delta\tau/|\cos\theta|}$, égale au produit de 4 transmittances directes :

- $\exp[-\Delta\tau_m^a/\cos\theta]$: probabilité de non absorption de tous les gaz,
- $\exp[-\Delta\tau_m^d/\cos\theta]$: probabilité de non diffusion Rayleigh de tous les gaz,
- $\exp[-\Delta\tau_p^d/\cos\theta]$: probabilité de non diffusion des aérosols, et
- $\exp[-\Delta\tau_p^a/\cos\theta]$: probabilité de non absorption des aérosols.

Selon le domaine spectral, l'émission thermique est négligeable ou non. Une couche atmosphérique dz de température T émet la luminance :

$$dL(z,dz,\Omega)=\alpha_a(z,\lambda).L_B(z,\lambda,T).\frac{dz}{\cos\theta} \quad \text{où} \quad L_B(\lambda,T)=\frac{2hc^2}{\lambda^5}.\frac{1}{\exp[hc/\lambda kT]-1} \text{ (loi de Planck)}$$

☞ A partir des 3 images Météosat (Figure 101) dans le VIS, IRT et bande d'absorption H_2O :
- Donner une explication schématique aux teintes claires et foncées des 3 images de 12h.
- Pourquoi l'Afrique n'est pas visible dans l'image "Vapeur d'eau" ?
- Pourquoi l'image VIS du soir est à moitié sombre et pas les 2 autres images de 18h.

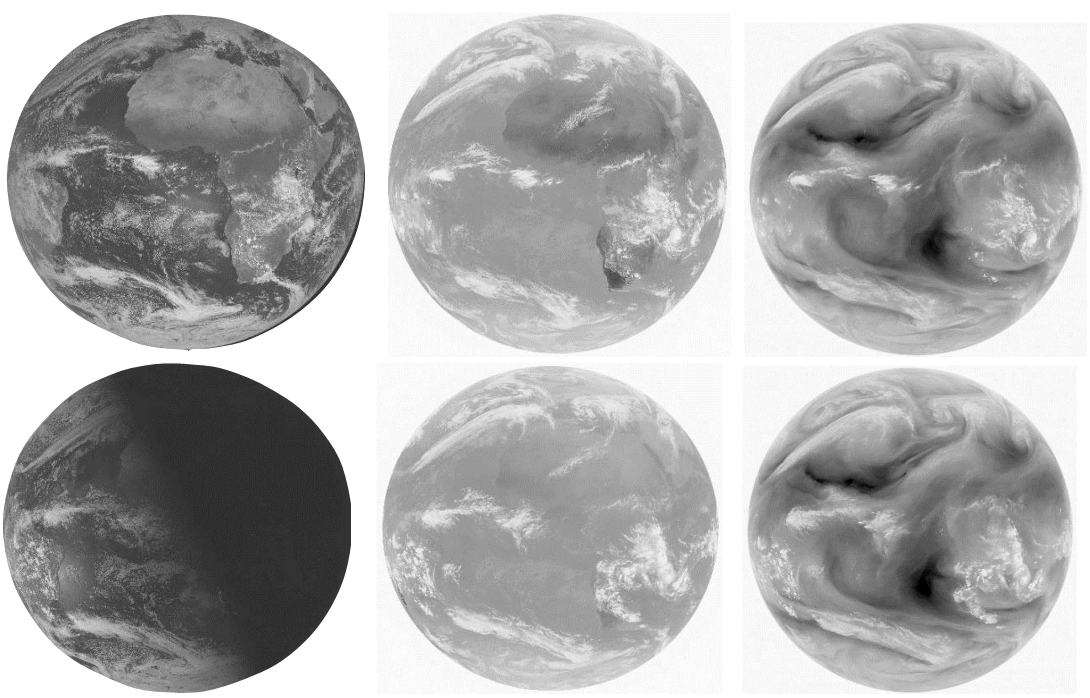


Figure 101 : Images Météosat du 31/03/2002 acquises à 12h (haut) et 18h (bas).

Canaux VIS (0.45-1µm: gauche), IRT (10.5-12.5µm: centre) et 'Vapeur d'eau' (5.7-7.1µm: droite).

Réfraction atmosphérique

L'atmosphère est un diélectrique sphérique non homogène : décroîssance de $n_{air}(z)$ assez exponentielle avec l'altitude z, comme P(z). Toute onde non radiale est donc réfractée : direction solaire BOA $\Omega_s^{BOA} \neq \Omega_s$, et direction BOA de visée $\Omega_v^{BOA} \neq \Omega_v$. La réfraction est en général négligée en télédétection, car les directions de visée et solaire sont souvent peu obliques.

$$\mu_s^{loc} = \mu_s + 0.061359.\frac{180}{\pi}.\frac{0.1594+1.123.(\pi/180).\mu_s+0.065656.(\pi/180)^2.\mu_s^2}{1+28.9344.(\pi/180).\mu_s+277.3971.(\pi/180)^2.\mu_s^2}$$

2) Gaz

- ***Epaisseur optique de diffusion :*** τ_m^d

Au-delà de l'UV (*i.e.*, $\lambda > 0.4\mu m$), les molécules gazeuses ont de très petites dimensions devant les longueurs d'onde. Leur diffusion est donc de type Rayleigh. Elle est surtout due aux gaz majoritaires (*i.e.* N_2, O_2), c'est-à-dire des gaz peu ou pas absorbants. Avec des gaz de densité moléculaire N(z) et de section efficace de diffusion $\sigma_m^d(\lambda)$ indépendante de l'altitude, l'épaisseur optique de l'atmosphère pour la diffusion est :

$$\tau_m^d(\lambda) = \int_0^\infty \sigma_m^d(\lambda).N_m(z).dz \approx \sigma_m^d(\lambda).N_{tot} \quad \text{où } N_{tot} = \int_0^\infty N_m(z).dz = \frac{P(0)}{mg} \approx 2.1\,10^{29} m^{-2} \text{ et } \sigma_m^d(\lambda) \equiv \frac{1}{\lambda^4}$$

La diffusion de Rayleigh décroît beaucoup avec λ, comme λ^{-4} : 9 fois plus faible à 0.7µm (rouge) qu'à 0.4µm (bleu), ce qui induit la couleur bleue du ciel (Figure 35) et des ombres dans le bleu moins nettes que dans le rouge. Par rapport à la diffusion des aérosols, la diffusion gazeuse est en général inférieure pour $\lambda > 0.4\mu m$ et négligeable pour $\lambda > 1\mu m$.

Exemples de relations semi-empiriques (λ: µm), pour P=1atm :

- $\tau_m^d(\lambda) \approx 0.0088\ \lambda^{-4.15+0.2\lambda}$ (modèle Arpège de Météo France: $\tau_{..} \approx 0.00879\ \lambda^{-4.09}$)
- $\tau_m^d(\lambda) \approx 0.008569.\lambda^{-4}.(1+0.0113.\lambda^{-2} + 0.00013.\lambda^{-4})$

Profil vertical : $\tau_m^d(z) = \tau_m^d(z_o).P(z)$ où $P(z_o) = 1atm$. On a $\tau_m^d(z) = \tau_m^d(z_o).e^{-(z-z_o)/Hp}$

Si $P(z) = P(z_o).e^{-(z-z_o)/Hp}$, où H_p = facteur d'échelle (*e.g.*, 9km).

Exemple de relation utiklisée : $\tau_m^d(z) = \tau_m^d(z_o).\exp[-0.1188.(z-z_o) - 0.00116.\ (z-z_o)^2]$

Transmittance totale T(θ) d atmosphère gazeuse non absorbante (*i.e.* $\omega_m = \frac{\sigma_d}{\sigma_e} = 1$)

$$T(\theta) = \frac{2+3|\mu| + (2-3|\mu|).e^{-\tau_m/|\mu|}}{4+3.\tau_m} \quad \text{où } \mu = |\cos\theta|$$

☞ Vérifiez la cohérence de T(θ) aux très faibles et très fortes valeurs de τ_m.

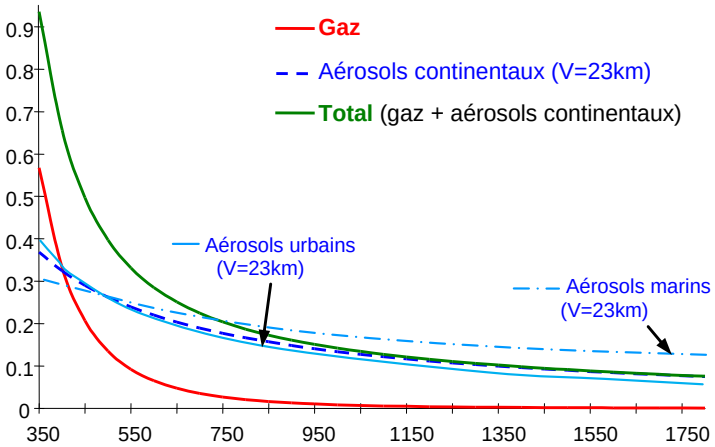


Figure 102 :

Epaisseur optique d'une atmosphère gazeuse avec des aérosols continentaux (visibilité V=23km). Les épaisseurs optiques d'aérosols continentaux, urbains et maritimes sont indiquées.

- ***Fonction de phase des gaz*** $\frac{\mathbf{P_R(\Omega_s,\Omega_v)}}{\mathbf{4\pi}}$ $\left(\int \frac{P_R(\Omega_s,\Omega_v)}{4\pi}.d\Omega_v=1\right)$

Cette fonction, dite de Rayleigh (*Figure 104*, Annexe 5 : Diffusion (Rayleigh et MIE)), est proportionnelle à $[1-\cos^2\Phi_d.\sin^2\Psi_{sv}]$, avec l'angle de phase $\Psi_{sv}=\pi-\theta_{sv}$ entre les directions Ω_s et Ω_v, l'angle de diffusion θ_{sv} et l'angle Φ_d entre le champ électrique de l'onde incidente et un axe du plan perpendiculaire à Ω_s. Elle est donc dite rotationnellement invariante (symétrie azimutale *vs*. direction incidente). Elle dépend de la polarisation. Pour une onde incidente non polarisée et un gaz de facteur de dépolarisation $\delta(\lambda)$:

$$P_R(\Psi_{sv})\approx\frac{3}{4}.\frac{2}{2+\delta}.[1+\delta)+(1-\delta).\cos^2\Psi_{sv}]\approx 0.7603+0.7190.\cos^2\Psi_{sv}\approx\frac{3}{4}.(1+\cos^2\Psi_{sv})$$

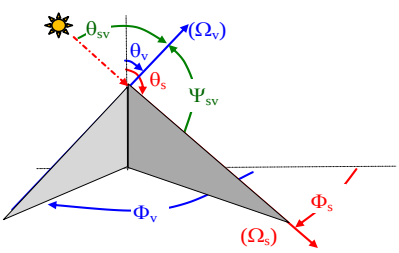


Figure 103 : *Diffusion d'un photon "Soleil → Détecteur".*

$$\cos\Psi_{sv}=[\cos\theta_v.\cos\theta_s+\sin\theta_v.\sin\theta_s.\cos(\Phi_v-\Phi_s)]$$

Angle de phase : Ψ_{sv}. Angle de diffusion: $\pi-\Psi_{sv}$. Diffusion avant: $\Psi_{sv}=0$. Diffusion arrière: $\Psi_{sv}=\pi$.

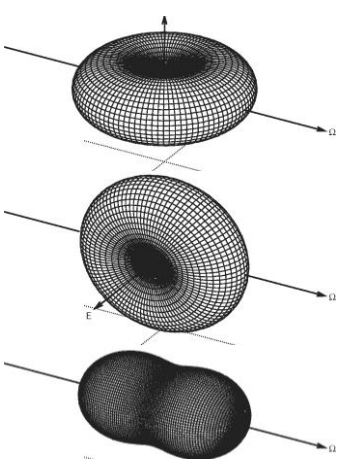


Figure 104 : Fonction de phase de Rayleigh

Le vecteur Ω donne la direction de propagation du rayonnement incident. Le vecteur E donne la direction du champ électrique du rayonnement incident, et par suite sa polarisation : polarisation verticale (haut), polarisation horizontale (milieu) et pas de polarisation (bas).

Soit une onde incidente non polarisée. Sa diffusion par une molécule gazeuse est plus ou moins polarisée. Cette polarisation tend à être rectiligne, car les diffusions sont surtout d'ordre 1. Le taux de polarisation, *i.e.* "luminance 100% polarisée / luminance totale", est :

$$q_m(\Psi_{sv}) = \frac{1-\cos^2\Psi_{sv}}{1+\cos^2\Psi_{sv}+\frac{2\delta}{1-\delta}}$$

Pour Ψ_{sv}=90°, l'onde diffusée est 100% polarisée ($q_m(90°)$=1) : la polarisation verticale est nulle, contrairement à la polarisation horizontale, car un oscillateur ne rayonne pas selon sa direction d'oscillation (*i.e.*, direction du champ électrique incident).

- ***Absorption : transmittance due à l'absorption gazeuse*** $\mathbf{T_g = \exp[-\tau_m^a]}$

Etant spectralement très variable (Figure 33, Figure 109), $T_g(\lambda)$ est traitée à part des autres transmittances (aérosols et diffusion gazeuse). Les bandes spectrales majeures des gaz les plus absorbants (surtout H_2O, CO_2, O_3), pourtant relativement peu denses, sont listées ici :

- H_2O : bandes à 0.72µm, 0.81µm, et surtout à 0.94µm, 1.13µm, 1.38µm, 1.87µm, [2.6 3.3] et [5.5 7.5], avec spectre pur de rotation centré sur 50µm de 11µm à plus de 1cm (λ>15µm $\Rightarrow$ T≈0%). Les bandes hyperfréquences majeures sont 22.235GHz (13.49cm) et 183.31GHz (1.637cm). Faibles raies pour ν > 300GHz.

  Pour la glace (H_2O), la combinaison de fondamentaux "vibrationnels" à 3.2µm et 6.1µm crée de fortes (≈1.52µm, 2.02µm) et plus faibles (≈1.25µm, 1.02µm) bandes.
- O_3 : forte bande UV continue [0.2µm 0.3µm] (bande de Hartley) et plus faibles dans [0.3µm 0.36µm] (bande de Huggins). Faible bande [0.55µm 0.65µm] (bande Chappuis). Raies de vibration-rotation de 3µm à 15µm, avec une forte bande de 9.3 à 9.8µm (T≈0%), centrée sur 9.6µm (1042cm^{-1}). Nombreuses raies d'absorption rotationnelle dans les domaines millimétrique et sub-millimétrique.
- CO_2 : 1.46µm, 1.60µm, 2.04µm, et surtout 2.75µm ($\Delta\lambda$≈0.2µm ; T≈0%) et 4.3µm ($\Delta\lambda$≈0.4µm ; T≈0%) qui se superposent à des bandes, beaucoup plus fortes de la vapeur d'eau. Très forte et très large bande centrée sur ≈15µm (667cm^{-1}).
- O_2 : très forte absorption UV (<0.25µm), forte bande 0.22 - 0.3µm. Faibles raies à 0.69µm et 1.27µm. Fortes bandes ($\Delta\lambda$≈4nm) 0.76µm, 60GHz (5cm) et 118.75GHz.
- N_2O : bandes à 4.6µm ($\Delta\lambda$≈0.3µm ; T≈0%), 7.7µm ($\Delta\lambda$≈0.2µm ; T≈0%), 17µm, 25GHz, 50GHz, 75GHz et 251GHz.
- CH_4 : structure fine de raies autour de 3020cm^{-1} (3.31µm) et 1306cm^{-1} (7.65µm).
- HDO : raies peu intenses autour de 3.7µm et bande autour de 6.8µm ($\Delta\lambda$≈0.2µm ; T≈50%).
- CO : bande autour de 4.8µm ($\Delta\lambda$≈0.2µm; T≈50%), 230.77GHz et 115.27GHz (2.53cm).

Sur un intervalle $\Delta\lambda$ large (*e.g.*, 50Å) par rapport aux raies des gaz, $T_g(\lambda)$ moyen est :

$$\langle T_g(\theta)\rangle_{\Delta\lambda} \approx \frac{1}{\Delta\lambda}\cdot\int_{\Delta\lambda}\exp\left[\frac{1}{\mu}\int_0^{\infty}\alpha_m^a(z,\lambda).dz\right].d\lambda \qquad \text{avec } \mu<0.$$

Avec I gaz absorbants de transmittance $\langle T_{gi}(\theta)\rangle_{\Delta\lambda}$, on a : $\langle T_g(\theta)\rangle_{\Delta\lambda}=\prod_{i=1}^{I}\langle T_{gi}(\theta)\rangle_{\Delta\lambda}$

☞ Si $\frac{\partial\alpha_m^a(z,\lambda)}{\partial\lambda}$>>1 sur $\Delta\lambda$, la loi de Beer-Lambert et donc $\langle T_g(\theta)\rangle_{\Delta\lambda}$ sont imprécis. Pourquoi ?

<u>*Coefficient d'extinction par masse de constituant i : k_i^e (m^2/kg)*</u>

α_e et $\Delta\tau$ sont souvent exprimés selon la quantité C des gaz présents. L'unité de C est : masse par unité de surface terrestre (kg/m^2) ou hauteur du gaz ramené à 1atm et 0°C (atm-cm), soit

≈8km pour l'ensemble des gaz, ≈6.2km pour N_2, ≈1.7km pour O_2 et ≈2-5mm pour O_3. Pour H_2O, l'unité de C_{H2O} est souvent "hauteur d'eau liquide" (cm), aussi appelée "eau précipitable".

Pour un constituant i de masse volumique ρ_i, composé de particules de densité volumique N_i, de masse m_i, de section efficace σ_i et d'efficacité d'extinction q_i^e :

$$\alpha_i^e = k_i^e.\rho_i \qquad \text{où } k_i^e\ (m^2/kg) = \frac{N_i.q_i^e.\sigma_i}{\rho_i} = \frac{q_i^e.\sigma_i}{m_i}\text{, car "}\alpha_i^e = N_i.q_i^e.\sigma_i\text{".}$$

Si w_i est le taux de mélange: $\rho_i(z)\approx w_i.\rho_{atm}(z)$, $\alpha_i^e(z)=k_i^e.w_i.\rho_{atm}(z)$, $\Delta\tau_i=k_i^e.u_i(z)$ où $u_i=w_i.\int_z^\infty \rho_{atm}(z).dz$

La pression P(z) et la température T(z) affectent k_i^e via l'élargissement Doppler / Lorentz de σ_i.

Des expresions empiriques spécifiques aux gaz sont souvent employées (Leckner, 1978) :

* Gaz i uniformément mélangé ($O_2, CO_2, \ldots$) : $\Delta\tau_i^a(\lambda,\theta)=\frac{1.41\ C_i.k_i(\lambda).m}{[1+118.93\ k_i(\lambda).m]^{0.45}}$
* Ozone: $\Delta\tau_{O_3}^a(\lambda,\theta)=C_{O_3}.k_{O_3}(\lambda).m$. C_{O_3}=f(saison). Valeur moyenne : 3atm-cm. Dans le visible VIS (λ: μm) : $\Delta\tau_{O_3}^a(\lambda)\approx 0.03.\exp[-277.(\lambda-0.6)^2]$.
* Vapeur d'eau C_{H2O} (cm) : $\Delta\tau_{H_2O}^a(\lambda,\theta)=\frac{0.2385\ C_{H_2O}.k_{H_2O}(\lambda).m}{[1+20.07\ C_{H_2O}.k_{H_2O}(\lambda).m]^{0.45}}$. Très variable, souvent de 0.1cm à 6cm. Mesurable par satellite : radiosondage (IRT, hyperfréquences passives) ou spectrométrie PIR (*e.g.*, POLDER : $\Delta\tau_m^a(910nm)>>1$ et $\Delta\tau_m^a(865nm)\approx 0 \Rightarrow C_{H2O}$ à ≈±5kg/m²).

<u>*Masse relative de l'air*</u>: $m=\frac{\Delta\tau_{TOA\text{-}cible}(\Omega)}{\Delta\tau_{standard}}=\frac{P(z)/P(z=0)}{\mu_s^{loc}+0.50572.(\mu_s^{loc}+6.07995)^{-1.6364}}$ où $\frac{P(z)}{P(z=0)}\approx e^{-z/H}$ et $\Delta\tau_{TOA\text{-}cible}(\Omega)$=épaisseur optique "cible - soleil", $\Delta\tau_{standard}$ = épaisseur optique d'atmosphère standard, H≈8.4km et $\mu_s>0$.

3) Aérosols (particules)

- ***Epaisseur optique totale*** : $\tau_p = \tau_p^d + \tau_p^a$

L'épaisseur optique $\tau_p^d(\lambda)$ varie comme la section efficace de diffusion $\sigma_p^d(\lambda)$ des aérosols. $\sigma_p^d(\lambda)$ dépend de leur indice de réfraction n_p (Tableau 8), rayon r_p et humidité h. Ainsi, $\sigma_p^d(\lambda)$ croît si r_p décroît devant λ. D'autre part, si h croît, la vapeur d'eau se condense, ce qui modifie r_p et n_p. La forte variabilité spatio-temporelle (concentration, type) des aérosols fait que l'atmosphère a des propriétés optiques en général beaucoup plus mal connues qu'une atmosphère 100% gazeuse. La réflectance de l'atmosphère dépend plus de la quantité totale d'aérosols que de leur profil vertical (en général au-dessous de 2-3km).

La relation d'Angström $\tau_p^d(\lambda)\approx\tau_p^d(1\mu m).\lambda^{-\beta}$ où $\beta\in[0\ 4]$ approche la variation spectrale de $\tau_p^d(\lambda)$ (*Figure 105*): très petit r_p: β≈1.5, très grand r_p: β≈0.5, r_p usuel: β≈1.3. Les coefficients d'extinction α_e, diffusion α_d et absorption α_a d'une distribution $\frac{\partial N(r_p)}{\partial r_p}$ d'aérosols sont :

$$\alpha_e(\lambda)=\int_0^\infty \sigma_e(\lambda,n,r_p).\frac{\partial N(r_p)}{\partial r_p}.dr_p \quad \alpha_d(\lambda)=\int_0^\infty \sigma_d(\lambda,n,r_p).\frac{\partial N(r_p)}{\partial r_p}.dr_p \quad \alpha_a(\lambda)=\int_0^\infty \sigma_a(\lambda,n,r_p).\frac{\partial N(r_p)}{\partial r_p}.dr_p$$

	400nm	550nm	633nm	694nm	860nm	1536nm	2250nm	3750nm
Poussière	1.53+0.008i	1.53+0.008i	1.53+0.008i	1.53+0.008i	1.52+0.008i	1.4+0.008i	1.22+0.009i	1.27+0.013i
Soluble	1.53+5i10^{-3}	1.53+0.006i	1.53+0.006i	1.53+0.007i	1.52+0.012i	1.51+0.023i	1.42+0.1i	1.45+0.4i
Marin	1.39+i10^{-8}	1.38+4i10^{-9}	1.38+16i10^{-9}	1.38+50i10^{-9}	1.37+i10^{-6}	1.36+24i10^{-5}	1.33+85i10^{-5}	1.4+29i10^{-4}

Suie	1.75+0.46i	1.75+0.44i	1.75+0.43i	1.75+0.43i	1.75+0.43i	1.77+0.46i	1.81+0.5i	1.9+0.57i

Tableau 8 : *Indices de réfraction d'aérosols "poussière", "soluble", "marin" et "poussière".*

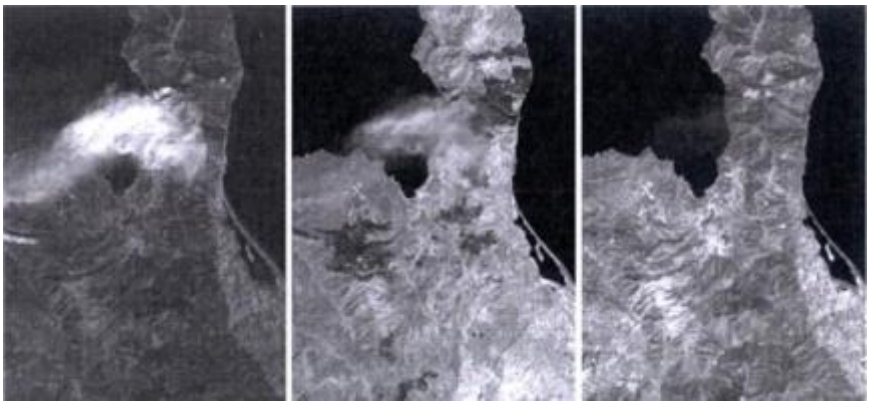


Figure 105 : Images SPOT 4 bleu, PIR et MIR d'un feu de végétation en Corse.

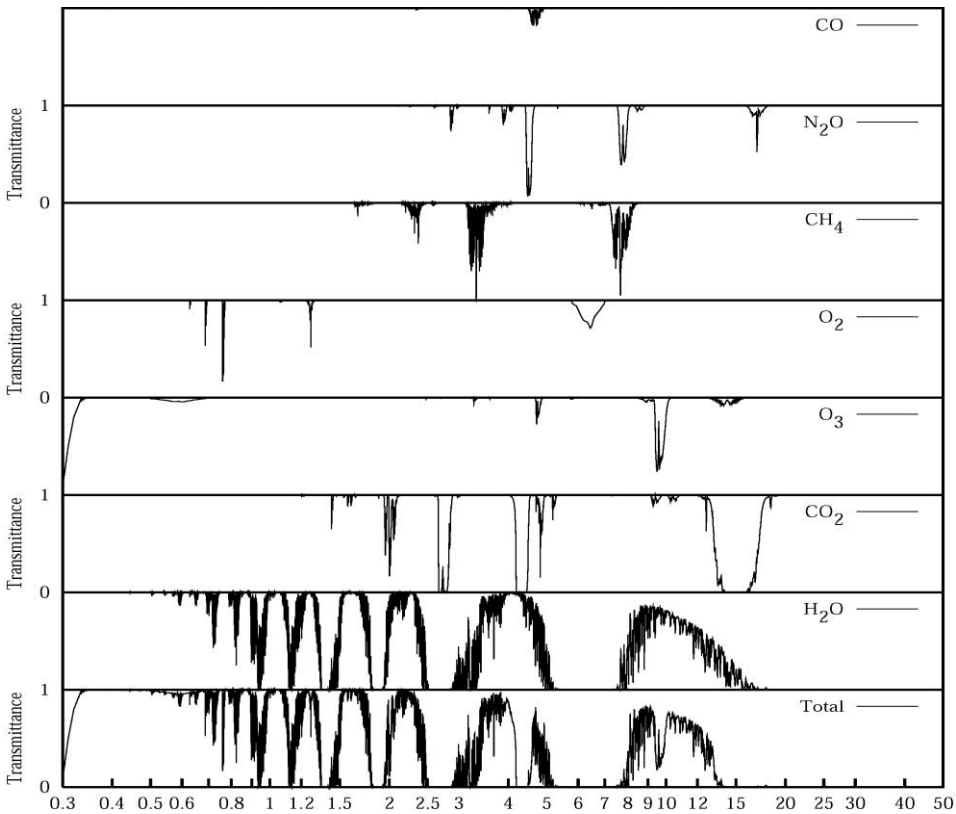


Figure 106 : *Transmittance optique au zénith d'une atmosphère "Mid Latitude, été" sans aérosol et nuage.*

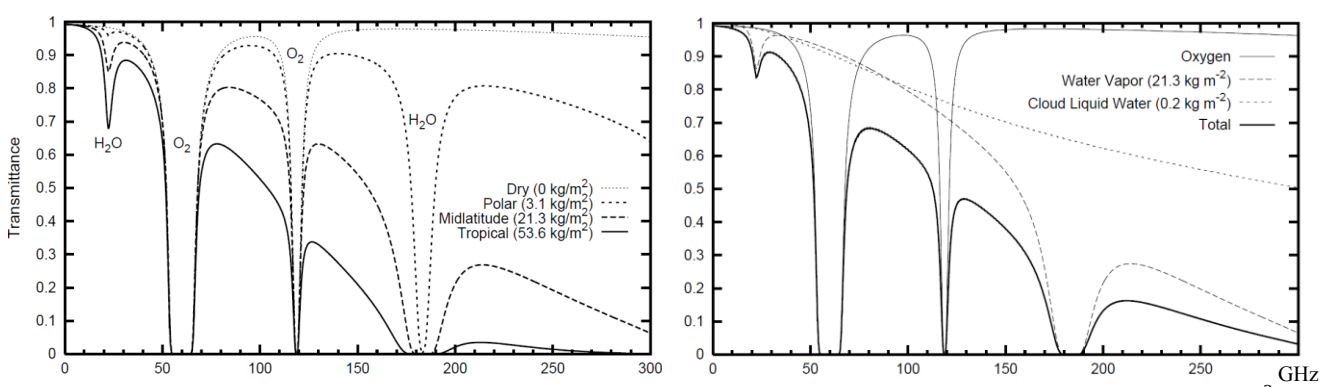


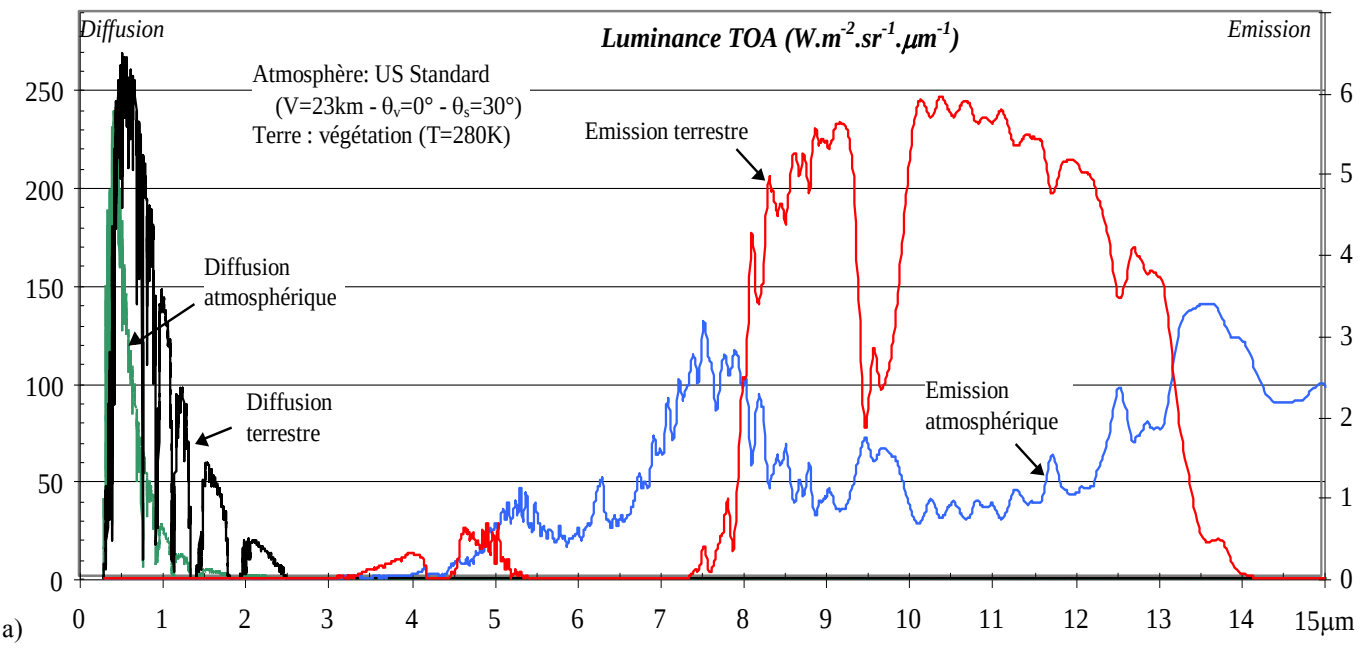
Figure 107: Transmittance atmosphérique micro-onde au zénith. a) 4 modèles gazeux (d_{H_2O}: 0 à 53.6kg/m^2), *sans nuage*. b) *Atmosphère "Mid Latitude, Eté", avec nuage "moyennment épais" non précipitant.*

Pour une atmosphère 'claire': $\tau_p^d(1\mu m)\approx 0$ et jusqu'à 2-3 lors de brumes de sable. L'albédo de diffusion $\omega_p = \frac{\alpha_p^d}{\alpha_p^d + \alpha_p^a} = \frac{\tau_p^d}{\tau_p}$ et le coefficient d'absorption $(1-\omega_p)$ dépendent du type d'aérosol (Tableau 9). En général, à 550nm, $\omega_p \in [0.6\ \ 1]$, avec $\omega_p \approx 0.6$ pour les aérosols industriels/ urbains, $\omega_p \approx 0.9$ pour les aérosols continentaux et $\omega_p \approx 1$ pour les aérosols maritimes.

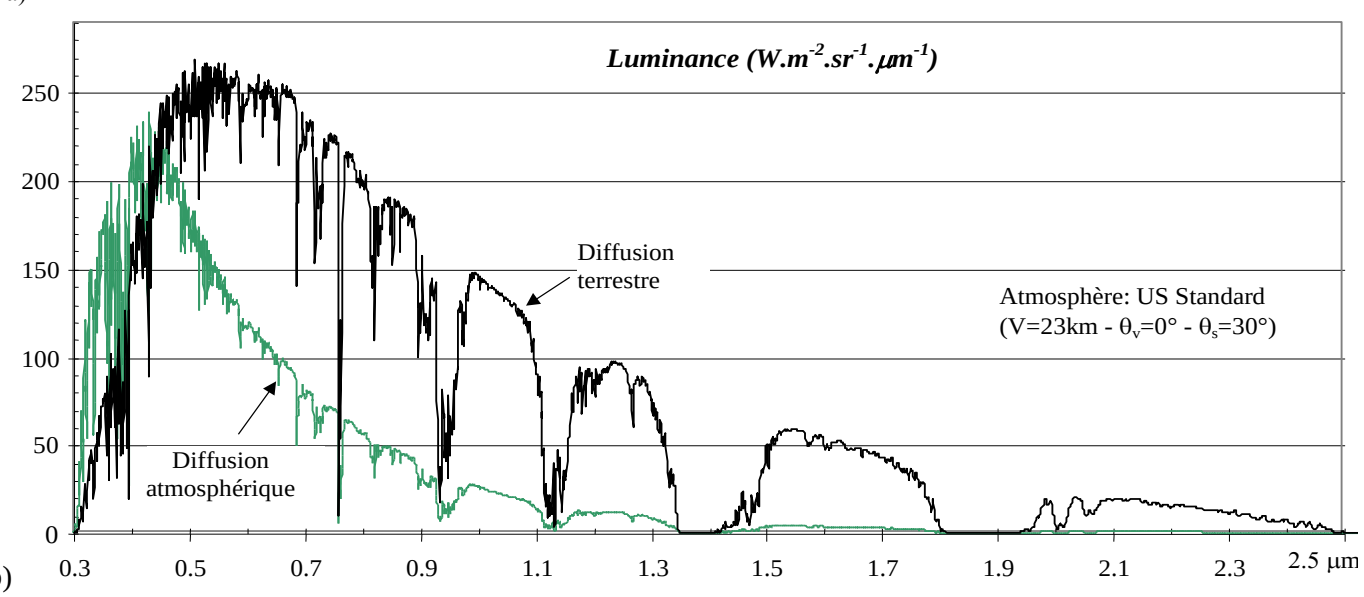
Pour une atmosphère "réelle, avec l'hypthèse d'un découplage des mécanismes d'absorption et de diffusion : $T(\Omega) = T_g(\Omega).T_d(\Omega)$, où $T_g(\Omega)$ est la transmittance due à l'absorption gazeuse, $T_d(\Omega) = e^{-\tau/\mu} + t_d(\theta)$ est la transmittance totale sans l'absorption gazeuse et $\tau = \tau_p + \tau_m^d$ est l'épaisseur optique gazeuse totale. Sur un petit intervalle $\Delta\lambda$, où α_m^d, α_p^d et α_p^a varient peu, la transmittance totale moyenne est :

$$<T(\theta)>_{\Delta\lambda} = <T_g(\theta)>_{\Delta\lambda}.[e^{-\tau/\mu} + t_d(\theta)] = <T_g(\theta)>_{\Delta\lambda}.[e^{(-\tau_m^d/\mu + \tau_p/\mu)} + t_d(\theta)] \quad \text{avec } \mu > 0$$

a)



b)



c)

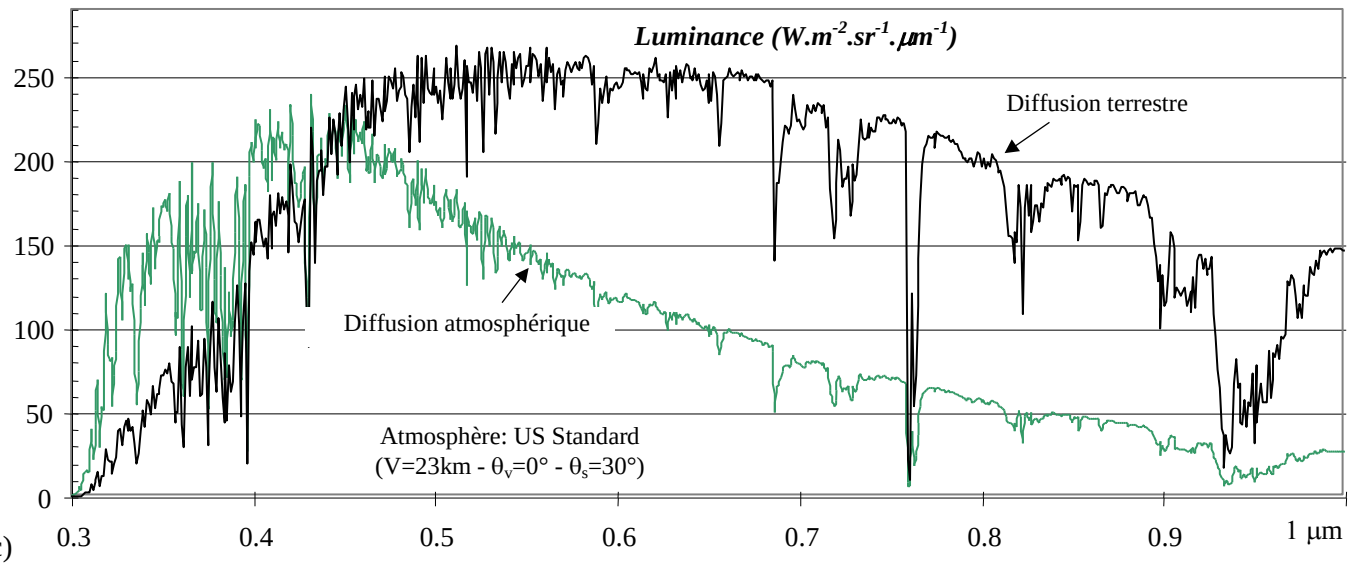


Figure 108 : *Luminance montante au sommet d'une atmosphère US standard au-dessus d'un couvert végétal.* a) L'échelle diffère pour l'émission (droite) et la réflectance (gauche). (b) et (c) sont des zooms de (a).

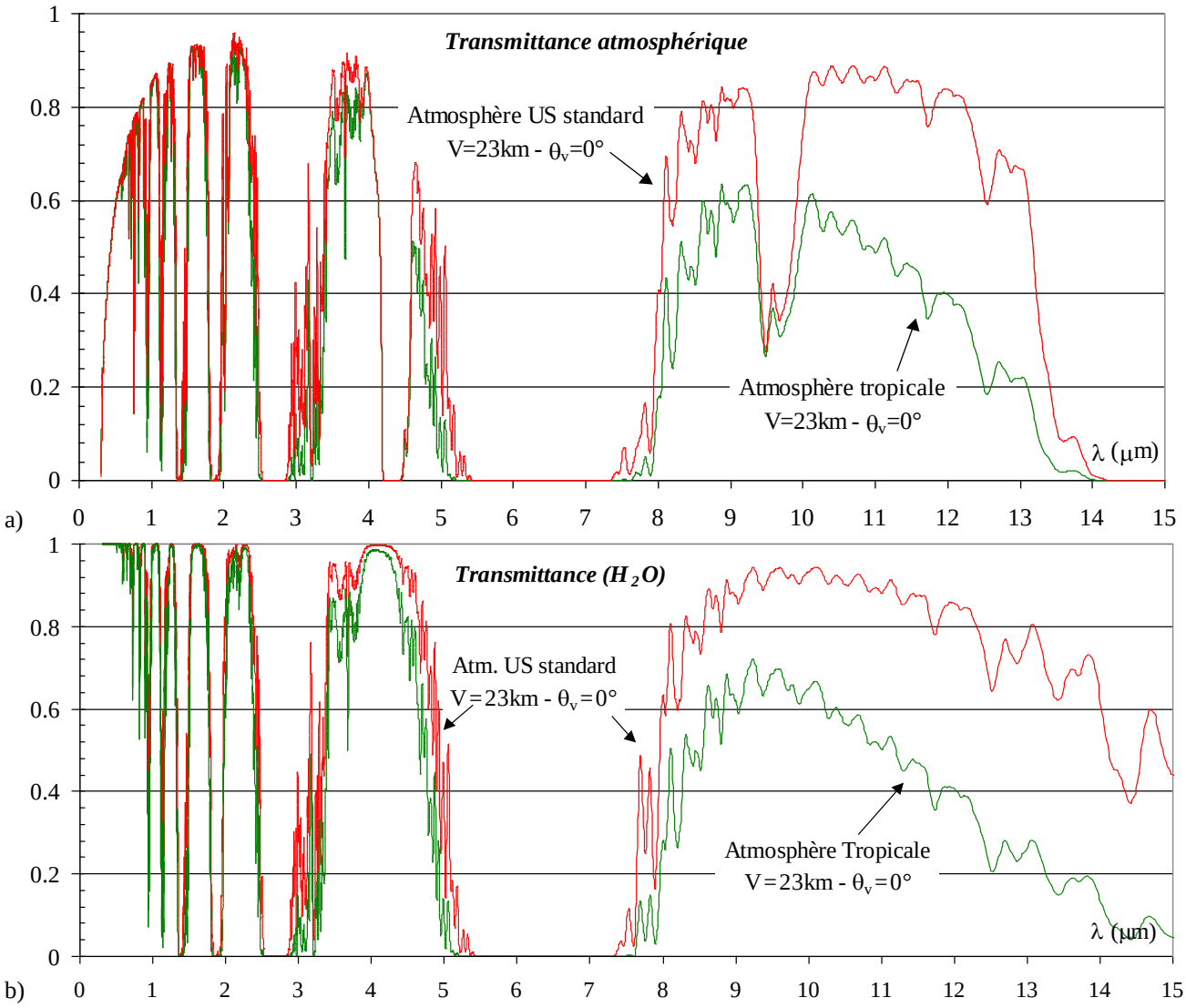


Figure 109 : *Transmittance totale (a) et de la vapeur d'eau (b) pour une atmosphère US standard et tropicale.*

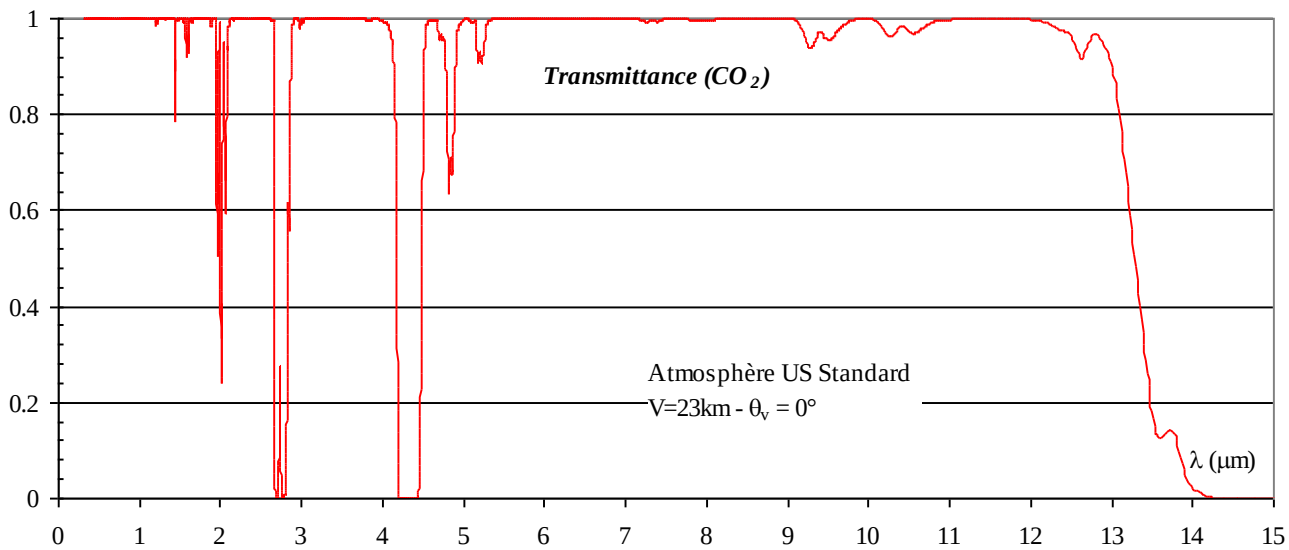


Figure 110 : *Transmittance de CO_2 pour une atmosphère US standard.*

La Figure 111 montre des spectres infrarouge en milieu arctique obtenus au même instant : a) mesure avion vers le bas à 20km d'altitude et b) mesure depuis le sol vers le haut.

☞ Que valent les températures de la glace et de l'air au-dessus de la glace au niveau de l'avion ?

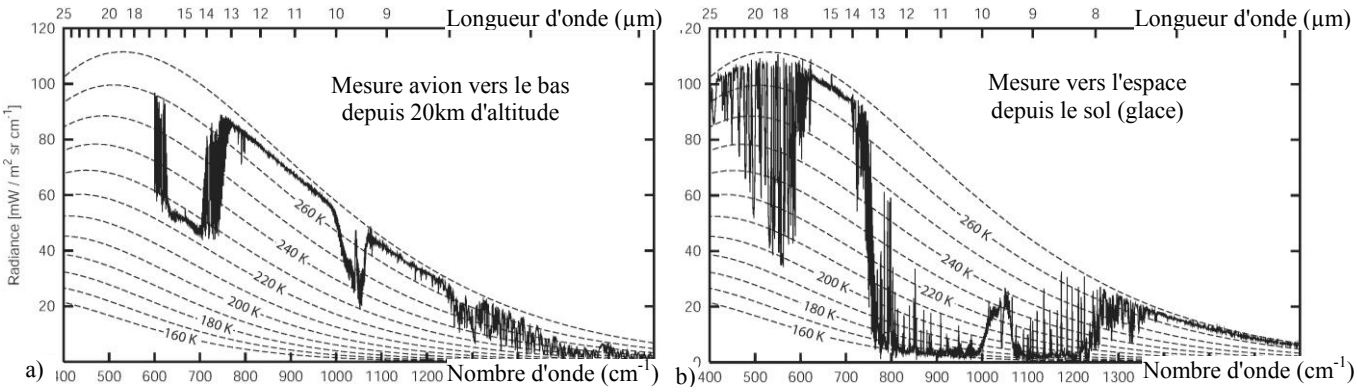


Figure 111 : *Spectres infrarouge en milieu arctique. Mesure avion (a) et depuis le sol. (Petty G., 2006).*

La Figure 112 montre des spectres IR satellites de 4 surfaces (a: désert, b: antarctique, c: tropique, d: Irak) et leurs bandes d'absorption gazeuse (CO_2: ≈15µm, O_3: ≈9.5µm, H_2O: ≈7µm).

☞ - quelle est la température de chaque surface terrestre ?
- quelle est la température de la stratosphère (haut de l'atmosphère) ?
- est-ce que l'atmosphère est plus humide au Sahara ou au Sud de l'Irak ?
- pourquoi le spectre du nuage d'orage (c) ne montre pas de bande d'absorption gazeuse ?

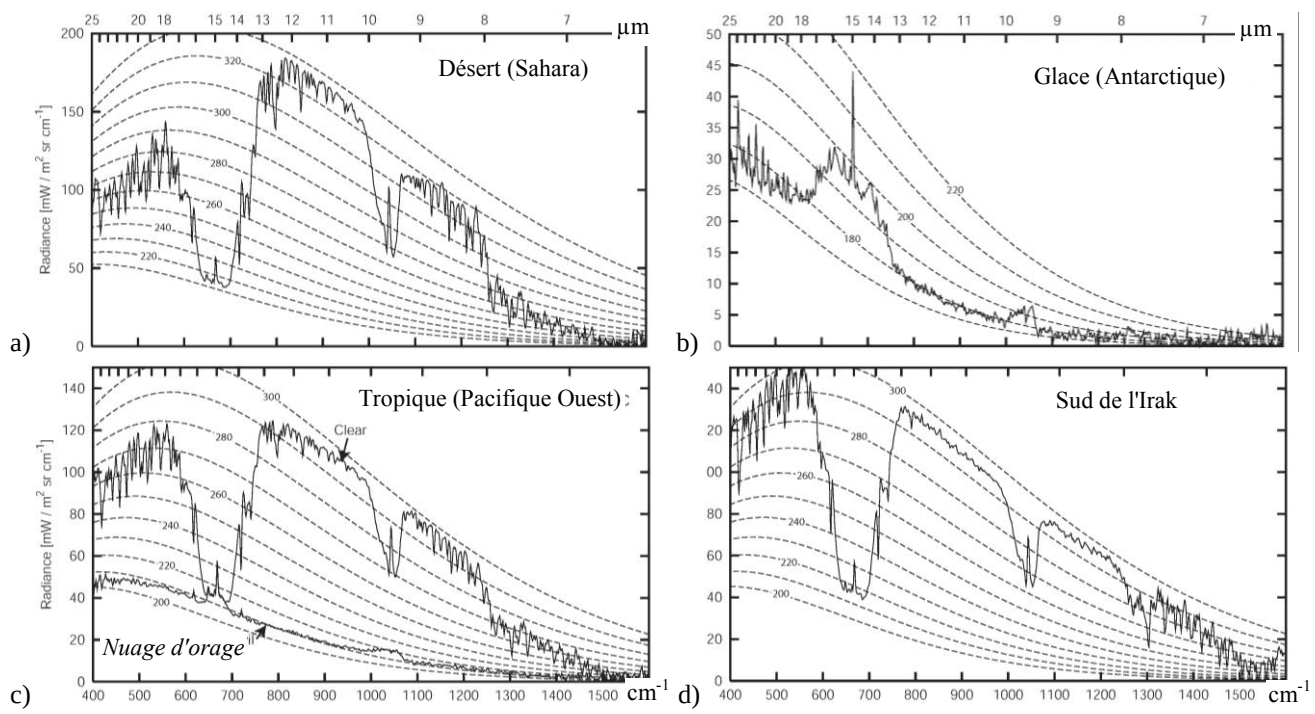


Figure 112: *Spectres IR satellite (Nimbus 4 Iris) (Petty G., 2006; www.sundogpublishing.com/AtmosRad/index.html).*

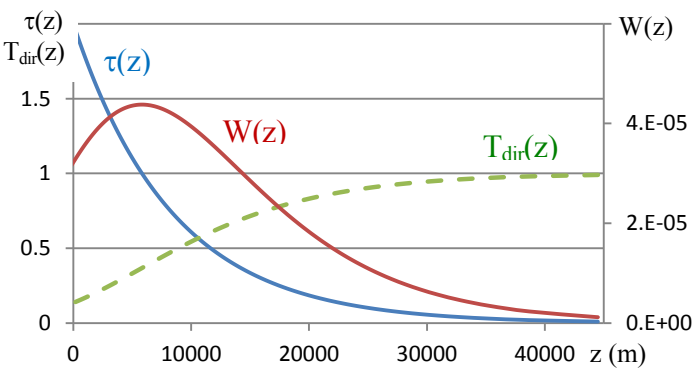


Figure 113 : Atmosphère exponentielle

Epaisseur optique $\tau(z)$. Transmittance directe $T_{dir}(z \rightarrow TOA) = e^{-\tau(z)}$. Taux d'absorption solaire $W^{\uparrow}(z) = \frac{\partial A(z)}{\partial z} = \frac{\partial T_{dir}(z)}{\partial z} = \alpha_e(z).T_{dir}(z)$. W est aussi le taux d'émissivité : luminance $TOA = [\varepsilon_{sol}.L_B(T_{sol}) + (1-\varepsilon_{sol}).\int_0^{\infty} W^{\downarrow}(z).L_B(T_{atm}(z)).dz].T_{dir} + \int_0^{\infty} W^{\uparrow}(z).L_B(T_{atm}(z)).dz$

	Aérosols continentaux				Aérosols urbains			
	$\frac{\alpha_e(\lambda)}{\alpha_e(550)}$	$\frac{\alpha_d(\lambda)}{\alpha_e(550)}$	ω	g	$\frac{\alpha_e(\lambda)}{\alpha_e(550)}$	$\frac{\alpha_d(\lambda)}{\alpha_e(550)}$	ω	g
400nm	1.40	1.27	0.901	0.646	1.48	0.976	0.660	0.600
488nm	1.14	1.03	0.898	0.64	1.17	0.762	0.654	0.593
515nm	1.08	0.967	0.897	0.638	1.09	0.711	0.651	0.592
550nm	1	0.891	0.891	0.637	1	0.647	0.647	0.591
633nm	0.849	0.754	0.888	0.633	0.829	0.532	0.641	0.587
694nm	0.76	0.669	0.879	0.631	0.733	0.462	0.631	0.585
860nm	0.577	0.486	0.841	0.633	0.542	0.319	0.588	0.583
1536nm	0.283	0.212	0.75	0.645	0.243	0.111	0.455	0.565
2250nm	0.151	0.115	0.761	0.741	0.124	0.043	0.342	0.585
3750nm	0.103	0.081	0.785	0.779	0.066	0.018	0.274	0.587

Tableau 9 : Coefficients d'extinction et de diffusion (normalisés par $\alpha_e(550)$, albédo de diffusion simple et facteur d'asymétrie d'aérosols continentaux et urbains. 400nm à 3750nm.

Diverses méthodes expérimentales évaluent $\tau_p^d(\lambda)$, souvent en supposant $\tau_m^d(\lambda)$ connu :

- *Méthode de Langley.* Un radiomètre qui vise le soleil reçoit $E=E_s.\exp[-K_\lambda.m_o/|\mu_s|\ m]$, avec la masse m_o (kg) et le coefficient d'atténuation K_λ (kg^{-1}) de l'atmosphère. Avec l'hypothèse "m_o=cste", une série de mesures à plusieurs angles zénithaux durant la journée donne la droite de Bouguer $\ln E = f(1/|\mu_s|)$, avec $\ln E=\ln E_s - K_\lambda.m_o/|\mu_s|$. Sa pente est $\tau_{total}=K_\lambda.m_o$.

  ☞ Un capteur terrestre mesure la luminance solaire L_{BOA} à 0.55µm: $1.765\,10^7 W/m^2/\mu m/sr$ à θ_s=30° et $1.259\,10^7 W/m^2/\mu m/sr$ à θ_s=60°. Vérifiez: $L_{TOA}\approx 2.8\,10^7 W/m^2/\mu m/sr$ et τ_{atm}=0.4.

- *Portéee optique météorologique V.* mesures usuelles (*e.g.*, station météorologique) avec un diffusomètre (Figure 115). On emploie le terme "Visibilité" si la mesure de V est visuelle. Le contraste est $\frac{L_{max}-L_{min}}{L_{max}}$=0.02, où L_{max} et L_{min}=luminances de l'horizon et d'une cible 'noire').



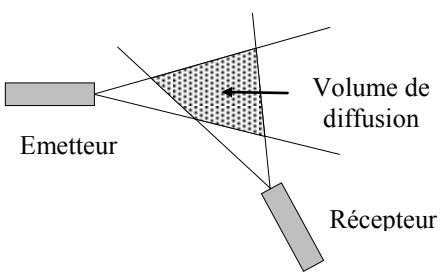


Figure 114 : Diffusomètre.

V: trajet dans l'atmosphere qui réduit d'un facteur 0.05 le flux d'une lampe à incandescence (T=2.700K).

Le diffusomètre mesure la diffusion de particules d'un volume restreint d'atmosphere (≈20l a 2m au-dessus du sol) : la diffusion est proportionnelle à la densite de particules en suspension et V est inversement proportionnelle à l'intensite du signal diffusé reçu.

Des relations très approchées (*e.g.*, ±50%) expriment $\tau_p^d(\lambda)$ en fonction de V, comme :

$$\tau_p^d(\lambda) = 0.632.\left[\frac{1}{\lambda} - \frac{0.0194}{\lambda^2}\right].e^{-V/15} \quad (\lambda: \mu m,\ V: km)$$

Atmosphère de Rayleigh ($\alpha_p=\alpha_m^a=0$) : $\alpha_m(\lambda=550nm)=1.162x10^{-2}\ km^{-1}$ et V=336km. Par suite, l'épaisseur optique (transmittance) des aérosols à 550nm, pour V=23km/13km/5km/2km, est : 0.235 (0.79) / 0.534 (0.59) / 0.78 (0.46) / 1.83 (0.16),.

- *Méthode de Kaufman*. τ_p^d est dérivé de mesures satellites "rouge" et "bleu" de cibles terrestres (*e.g.* forêts) dont les réflectances sont très faibles et plus ou moins connues.

- *Surfaces d'eau*. τ_p^d et le coefficient d'Angström des aérosols sont dérivés de mesures satellites de surfaces d'eau, en supposant la composante gazeuse connue et $\rho_{PIR}(eau)\approx 0$.
- *Polarisation*. τ_p^d peut être déduit de mesures de luminance TOA polarisée (e.g., POLDER à 443, 670 et 865nm), en supposant que la polarisation des gaz est connue et que la polarisation due aux surfaces terrestres est faible et spectralement constante.

Longueur d'onde	453nm	579nm	656nm	697nm	779nm
Epaisseur τ_m de Rayleigh	0.21	0.075	0.046	0.036	0.023
Epaisseur τ_p (23km)	0.281	0.223	0.198	0.187	0.168
Epaisseur τ_p (10km)	0.668	0.531	0.471	0.445	0.400
Epaisseur τ_p (5km)	0.932	0.741	0.658	0.621	0.558

Tableau 10 : *Epaisseur optique : gaz et aérosols. Dérivé des relations empiriques :* $\tau_m=84.35\ 10^{-4}.\lambda^{-4}-1.225\ 10^{-5}.\lambda^{-5}+1.4\ 10^{-4}.\lambda^{-6}$, $\tau_p=0.632.(\lambda^{-1}-0.0194.\lambda^{-2}).e^{-V/15}$; λ (μm), V(km).

	AVHRR		TM					
	1	2	1	2	3	4	5	6
- Réponse min (50%)	569.8	714.3	452.4	528.0	626.4	776.4	1567.4	2097.2
- Réponse max (50%)	699.3	982.2	517.8	609.3	693.2	904.5	1784.1	2349.0
- Pic	680.0	760.0	503.0	594.0	677.0	800.0	1710.0	2200.0
- λ équivalent (λ_{eq})	639.0	844.6	486.2	586.9	662.7	837.3	1662.7	2188.6
- τ_m^d (diffusion gazeuse)	0.0540	0.0180	0.159	0.0841	0.0449	0.0176	0.0012	0.0004
- $\tau_{O_3}^a$ (absorption O_3)	0.0240	0.00064	0.00663	0.0317	0.0174	0.0000	0.0000	0.0000
- $\tau_{H_2O}^a$ (absorption O_3)	0.00605	0.0933	0.0000	0.0002	0.0068	0.0410	0.0957	0.0741
- $\tau_{CO_2}^a$ (absorption O_3)	0.00071	0.0146	0.0000	0.0000	0.0000	0.0021	0.0077	0.0091
Albédo des aérosols	0.941	0.911	0.948	0.943	0.940	0.913	0.829	0.865

Tableau 11 : *Propriétés optiques* τ_m^a, τ_m^d et ω_p *types pour les capteurs AVHRR et TM.*
λ_{eq} = longueur d'onde moyenne pondérée (éclairement solaire + fonction d'instrument). Dérivé du modèle 6S.

Modèle	Composante moléculaire	Composante en aérosol	
		Type d'aérosol	Abondance
Rayleigh	Caractérisé par l'	-	$\tau_p=0$
V-23km	épaisseur optique τ_m	Particules sphériques, densité N(z)	τ_p=0,13 à λ_o=1μm
V-5km	au niveau de la mer	Indice de réfraction (*e.g.* n=1,5)	τ_p=0,44 à λ_o=1μm

Tableau 12 : *Trois modèles atmosphériques (Rayleigh, V=23km, V=5km).*

- ***Fonction de phase*** $\frac{P_p(\Psi)}{4\pi}$

$P_p(\Psi)$ est moins connue que $P_m(\Psi)$. Elle varie peu spectralement et a une symétrie azimutale avec une très forte anisotropie 'avant' et un faible maximum local 'arrière' (Figure 115). Elle est souvent dérivée de la théorie de Mie. Elle est souvent approchée par une fonction Henyey-Greenstein (HG) (Annexe 5 : Diffusion (Rayleigh et Mie)), ou par la somme pondérée de 2 fonctions HG et ce d'autant plus que les aérosols sont gros :

$$P_p(\Psi)=\frac{a.(1-g_1^2)}{[1+g_1^2-2.g_1.\cos\Psi]^{1.5}}+\frac{(1-a).(1-g_2^2)}{[1+g_2^2+2.g_2.\cos\Psi]^{1.5}} \quad \text{avec} \int_{4\pi}\frac{P_p(\Psi)}{4\pi}.d\Omega=1$$

où facteur d'asymétrie $g=\langle P_p(\Psi).\cos\Psi\rangle_{4\pi}=\frac{1}{4\pi}.\int_{4\pi}\cos\Psi.P_p(\Psi).d\Omega$

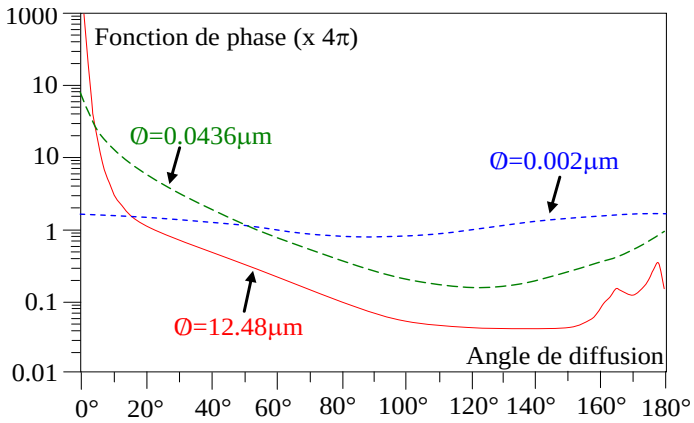


Figure 115 : *Fonction de phase à 0.7µm de 3 types d'aérosols désertiques* (Shettle, 1984) Masse volumique : 2.5g.cm^{-3}. Albédo de diffusion simple : 0.94. Coefficient spécifique d'extinction : 0.82m^2.g^{-1}. Exposant d'Angstrom : 0.3. Indice de réfraction : 1.55-0.005 i. Caractéristiques des 3 types d'aérosols : (0.002µm, 0.0436µm, 12.48µm) en diamètre (Ø), (54.21%, 45.79%, 3.9 10^{-5} %) en nombre et (2.6 10^{-4} %, 78.1%, 21.9%) en masse.

La fonction de phase d'un volume de différents aérosols est : $\int P_p(\Psi,r_p).\frac{\partial N(r_p)}{\partial r_p}.dr_p$

Le taux de polarisation et g varient peu avec λ. Ils dépendent beaucoup du type d'aérosol (Tableau 9). Si g=0, $P_p(\Psi)$ est symétrique. Si g_1=1, la 1ère fonction est un Dirac 'avant' pour Ψ=0 et si g_2=1 la 2ème fonction est un Dirac arrière pour Ψ=π.

4) Eclairement solaire BOA total (http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/36/13/73/PDF/2000_SE_Rigollier.pdf)

Divers modèles semi-empiriques donnent l'éclairement BOA direct $E_{BOA}(\Omega_s)$ et diffus $E_{BOA,diff}$, spectralement intégrés, par ciel clair, en fonction de l'éclairement solaire TOA $E_{TOA}(\Omega_s)$ ($E_{TOA,moyen}\approx 1367 W/m^2$), de la direction solaire (Ω_s) et de l'état de l'atmosphère.

Eclairement solaire direct par ciel clair : $E_{BOA}(\Omega_s) \approx E_{TOA}.\exp[-0.8662.T_L.m.\tau_m(m)]$

T_L: facteur de turbidité de Linke pour m=2 (Tableau 13), τ_m: épaisseur optique des gaz intégrée

$m>20$ ($\theta_s<82.1°$): $\tau_m(m)=[10.4+0.718\,m]^{-1}$ (Kasten, 1996)

$m\leq 20$ ($\theta_s>82.1°$): $\tau_m(m)=[6.6296+1.7513\,m-0.1202\,m^2+0.0065\,m^3-0.00013\,m^4]^{-1}$

Propriétés atmosphériques	Facteur de turbidité de Linke
Atmosphère gazeuse pure (Rayleigh)	1
Atmosphère très claire (artique)	2
Atmosphère claire, chaude	3
Atmosphère humide, chaude	4-6
Atmosphère polluée	8

Tableau 13 : Facteur de turbidité de Linke pour 5 conditions atmosphériques types.

Eclairement solaire diffus par ciel clair : $E_{BOA,diff} \approx E_{TOA}.T_{nadir,h}(T_L).F_d(\mu_s,T_L)$

$T_{nadir,h}(T_L)=-1.5843\ 10^{-2}+3.0543\ 10^{-2}\,T_L+3.797\ 10^{-4}\,T_L^2$ (≈ 0 si $T_L=2$; ≈ 0.22 si $T_L=7$)

$F_d(\mu_s,T_L) = A_o + A_1.\mu_s + A_2.\mu_s^2$ où $A_o=0.26463-0.0615811\,T_L+0.0031408\,T_L^2$

$A_1=2.04020+0.0189450\,T_L-0.0111611\,T_L^2$

$A_2=-1.3025+0.0392311\,T_L+0.00850791\,T_L^2$

Pour éviter des valeurs < 0 le matin et le soir si > 6: $A_o=0.002\ /\ T_{nadir,h}(T_L)$

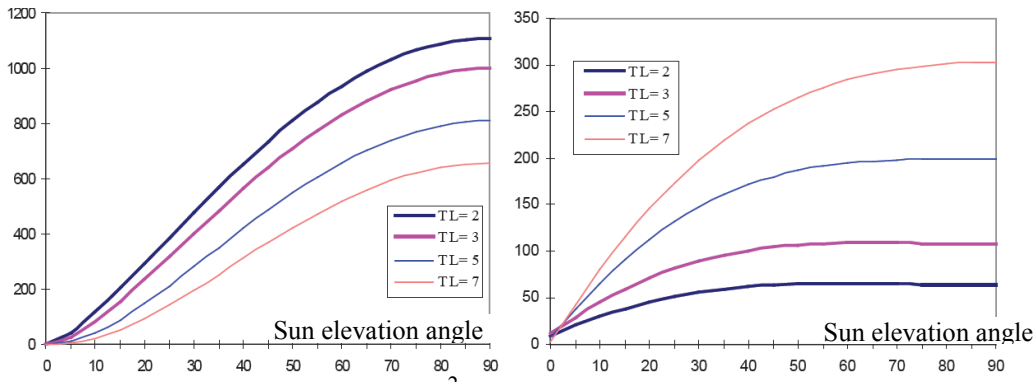


Figure 116 : Eclairement BOA W/m^2 selon le facteur de turbidité de Linke T_L et l'élévation solaire (élévation=90°-zénith). a) direct. b) diffus.

☞ Démontrez que le taux d'absorption d'une atmosphère non diffusante est $W(z)=\frac{dT}{dz}$ et que W(z) est maximum pour $\Delta\tau$-$\tau(z)$=1. T est la transmittance depuis le haut de l'atmosphère.

II.3 Nuages

Le couvert nuageux affecte beaucoup le bilan d'énergie planétaire : un écart de 1% peut dépasser l'effet d'un doublement du CO_2 (Ramanathan et *al.*, 1989). Les gouttelettes issues de la condensation de vapeur d'eau atmosphérique constituent les nuages d'eau liquide et solide (glace) : densité ≈100 cm^{-3} et taille qui peut atteindre 100 µm (*e.g.*, ≈2-10 µm dans nuages continentaux et ≈3-22 µm dans nuages marins). Le diamètre des gouttes de pluie est plus élevé. Il peut atteindre 5mm. Le taux de couvert nuageux moyen est 40%, avec des valeurs très supérieures dans les régions tropicales et très inférieures dans les régions désertiques de latitude moyenne. Plusieurs processus contrôlent la distribution des nuages :

- évaporation océanique et évapotranspiration des surfaces terrestres.
- transport de la vapeur d'eau par les courants atmosphériques,
- formation de nuages et précipitation (phénomènes de refroidissement et de condensation).

Les nuages interceptent tout rayon jusqu'à la région millimétrique et sont de plus en plus transparents au-delà. L'interception dépend de leur composition (gouttes d'eau : stratus / strato-cumulus, cristaux de glace : cirrus/cirro-stratus). En fait, ils transmettent par diffusion une part de ce qu'ils interceptent. Ainsi, dans le visible, ils ne sont pas noirs, mais gris, car l'albédo de diffusion $\omega(\lambda)$ des gouttes d'eau dépend peu de λ du fait de leur relative grande taille r (*i.e.*, $r >> \lambda_{vis}$). La diffusion dépend du domaine spectral comme $\omega(\lambda)$. Ce dernier dépend de l'indice de réfraction $n(\lambda)$ des gouttelettes et de la glace (Figure 118).

- Proche infrarouge. L'albédo à 2.1µm des cirrus tend à être faible, car la glace a une bande d'absorption. Vu que l'albédo des nuages tend à croître si la taille de ses composants (eau, glace) décroit, un radiomètre satellite à 2 bandes spectrales centrées sur 1.7µm (hors bande d'absorption) et 2.1µm peut renseigner sur le type de nuage et la taille de ses composants.
- Infrarouge thermique. La différence d'émissivité '$\varepsilon_{8.5}$ - ε_{11}' renseigne sur la phase de l'eau atmosphérique : >> 0 pour les nuages de glace et un peu négative pour les nuages d'eau.
- Hyperfréquence. L'interaction des gouttes d'eau dépend de leur taille, ce qui permet de distinguer les zones/nuages de pluie (grosses gouttes) des autres nuages.

• *Epaisseur optique $\Delta\tau$ des nuages*

L'eau condensée dans les nuages (*e.g.*, 0.1-1 g/m^3) est une faible part de l'eau atmosphérique: 10^{-2} g/m^3 en climat froid sec à 30 g/m^3 en climat tropical. Cependant, la diffusion des nuages

est beaucoup plus visible que la diffusion de la vapeur d'eau. En effet, l'intensité d'une onde diffusée par un groupe de N molécules est N^2 fois supérieure à l'intensité diffusée par une molécule isolée, et N fois supérieure à l'intensité diffusée par N molécules non groupées, si le groupement rend la diffusion cohérente, c'est-à-dire si le rayon du groupe est inférieur à la longueur d'onde. Ainsi, une goutte d'eau avec $N=10^4$ molécules d'eau, avec pour chacune $\sigma_d=10^{-26}cm^2$ à 0.5µm, diffuse 10^4 fois plus que la somme des diffusions individuelles de ses N molécules. Par suite, le groupement en tant que gouttes d'eau des molécules H_2O d'une couche d'atmosphère d'épaisseur optique $\Delta\tau$ (*e.g.*, 10^{-3}) diffuse comme une atmosphère d'épaisseur optique $\approx 10^4\ \Delta\tau$. Les nuages interceptent et diffusent donc beaucoup dans le visible. Par contre, avec des gouttes > 0.1µm, la diffusion est moins cohérente (interférences de plus en plus destructrices), et la section efficace de diffusion tend alors à augmenter comme la section géométrique de la particule. Ce n'est plus le domaine de la diffusion Rayleigh.

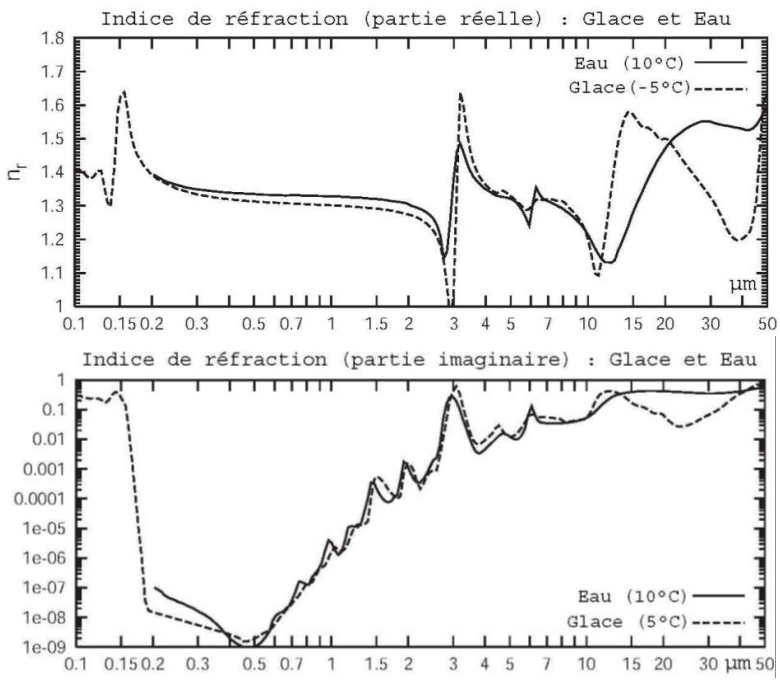


Figure 117 : Parties réelle et imaginaire de l'indice de réfraction: eau et glace. (Petty, 2003).

Considérons un nuage théorique composé de particules sphérique de même rayon r, de densité volumique N et d'efficacité d'extinction q_e. Son coefficient d'extinction α_e vaut:

$$\boxed{\alpha_e=N.q_e.\pi.r^2=K_e.\rho_w} \quad \text{où } K_e=\frac{3.q_e}{4.\rho_{H_2O}.r}\ m^2/kg,\ \rho_w=N.\frac{4}{3}.\pi.r^3.\rho_{H_2O}\ kg/(m^3\ air),\ \rho_{H_2O}\approx 10^3\ kg/m^3$$

Le terme K_e montre que α_e est d'autant plus élevé que r est petit (*i.e.*, N élevé), pour ρ_w donné. Ceci explique que la pluie (*e.g.*, r=1mm) peut transmettre beaucoup plus qu'un épais brouillard (*e.g.*, r=10µm), pour une même quantité totale d'eau. Ainsi, avec $\rho_w \approx 0.1\ kg/m^3$, α_e est de l'ordre de 0.15 km^{-1} pour la pluie et 15 km^{-1} pour le nuage.

r tend à être petit dans une atmosphère polluée, car celle-ci est constituée à partir d'aérosols qui jouent le rôle de noyaux de condensation.

Epaisseur optique : $\Delta\tau=\int_{bas}^{haut}\alpha_e(z).dz=\int_{bas}^{haut}K_e.\rho_w(z).dz\approx K_e.L_w=\frac{3.L_w}{2.\rho_{H_2O}.r}$ où $L_w=\int_{bas}^{haut}\rho_w(z).dz$ et en supposant que le rayon r est constant entre le bas et le haut du nuage.

$\Rightarrow \Delta\tau\approx q_e.[\frac{9.\pi.L_w^2.\Delta H}{16.\rho_{H_2O}^2}.N]^{1/3}$ où ΔH est l'épaisseur du nuage. On a donc : $\Delta\tau\equiv\frac{1}{r}$ et $\Delta\tau\equiv N^{1/3}$

Pour de gros nuages, L_w peut atteindre $0.5kg/m^2$, avec $\Delta\tau = 75$ si $r = 10\mu m$.

☞ A partir de quelle épaisseur optique et épaisseur, la transmittance directe d'un nuage devient inférieure à 1%, dans le cas où $\rho_w=0.1 g/m^3$?

En fait, les gouttelettes d'un nuage n'ont pas le même rayon. Avec n(r) la densité volumique de gouttelettes par unité de rayon, on a : $\Delta\tau=\int_z^{\infty}\int_0^{\infty} n(r).q_e.\pi.r^2.dr.dz$ et $N=\int_0^{\infty} n(r).dr$.

Par suite on a : $\Delta\tau \approx \frac{3.L_w}{2.\rho_{H_2O}.r_{eff}}$ et $K_e=\frac{3.q_e}{4.\rho_{H_2O}.r_{eff}}$ où $r_{eff}=\frac{\int_0^{\infty} n(r).r^3.dr}{\int_0^{\infty} n(r).r^2.dr}$

- ***Albedo A_{nuage} et transmittance T_{nuage} des nuages***

Le modèle à 2 flux donne A_{nuage} et T_{nuage} d'un nuage selon son épaisseur optique $\Delta\tau$, le % b rétrodiffusé de ce qui diffusé et l'albédo ω de ses composants (goutte d'eau, cristal de glace). 3 exemples de distribution angulaire de la diffusion : isotrope (g=0,b=0.5), 100% avant (g=1, b=0) et 100% arrière (g=-1,b=1), où facteur d'asymétrie $g=\int_{4\pi}\frac{P}{4\pi}.\cos\theta.d\Omega$ et $b=\frac{1-g}{2}$ et

Si le flux montant à la base du nuage est nul (*i.e.*, $r_{sol}=0$), on a :

$$A_{nuage}=\frac{r_\infty.[e^{\Gamma.\Delta\tau}-e^{-\Gamma.\Delta\tau}]}{e^{\Gamma.\Delta\tau}-r_\infty^2.e^{-\Gamma.\Delta\tau}} \quad \text{et} \quad T_{nuage}=\frac{1-r_\infty^2}{e^{\Gamma.\Delta\tau}-r_\infty^2.e^{-\Gamma.\Delta\tau}} \quad \text{si } \omega<1$$

$$A_{nuage}=\frac{1-g.\Delta\tau}{1+(1-g).\Delta\tau} \quad \text{et} \quad T_{nuage}=\frac{1}{1+(1-g).\Delta\tau} \quad \text{si } \omega=1$$

où $r_\infty=\frac{\sqrt{1-\omega.g}-\sqrt{1-\omega}}{\sqrt{1-\omega.g}+\sqrt{1-\omega}}$ (albédo A_{nuage} de nuage infini : $\Delta\tau >> 1$) et $\Gamma=2.\sqrt{1-\omega}.\sqrt{1-\omega.g}$

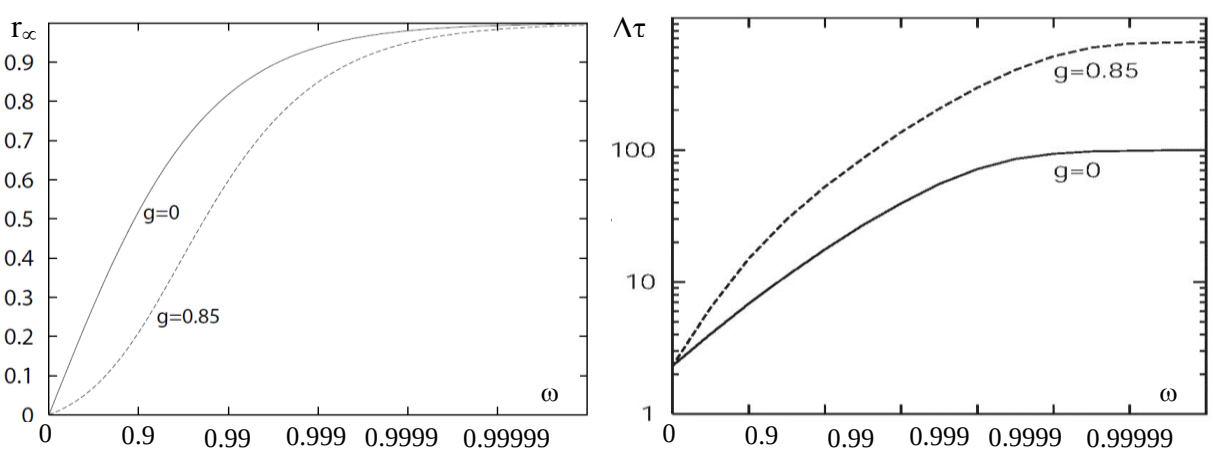


Figure 118 : a) *Albédo de nuage semi-infini pour 2 facteurs d'asymétrie.*
b) $\Delta\tau$ minimal pour considérer qu'un nuage est semi-infini (i.e., T< 1%)

$A_{nuage}=1$ si $\omega=1$, mais diffère beaucoup de 1 dès que ω diffère, même légèrement, de 1. De manière logique, A_{nuage} est d'autant plus faible que la diffusion est anisotrope vers l'avant.

L'épaisseur optique au-delà de laquelle un milieu est considéré infini, avec T<1%, est d'autant plus faible que l'albédo ω et le facteur d'asymétrie sont faibles (Figure 118). Ceci explique qu'un nuage peut être considéré fin dans le visible ($\omega>>0$) et opaque dans l'IRT ($\omega<<1$).

$$\text{Si } r_{sol} \neq 0 : A_{total} = \frac{L_1(0)}{L_2(0)} = A_{nuage} + \frac{r_{sol}.T_{nuage}^2}{1 - r_{sol}.A_{nuage}} \quad \text{et} \quad T_{total} = \frac{L_2(\Delta\tau)}{L_2(0)} = \frac{T_{nuage}}{1 - r_{sol}.A_{nuage}}$$

☞ Calculez l'albédo $A_{nuage}(0.7\mu m)$ d'un nuage plan composé de gouttelettes d'eau de 10µm, sachant que $d_{H_2O} = 0.05 kg.m^{-2}$ et qu'à 0.7µm, ces gouttelettes ont un albédo $\omega = 0.9997$, un facteur d'asymétrie g = 0.85 et une efficacité d'extinction $q_e = 2$.

L'incertitude sur A_{nuage} induit une erreur > $10 W/m^2$ sur le bilan radiatif global. L'étude des nuages depuis l'espace doit tenir compte de :

- Réflectance spectrale et bidirectionnelle des nuages (Figure 121).
- Albédo A_{sol} des surfaces terrestres sous les nuages, si les nuages sont fins (*e.g.*, $\tau_{nuage} = 20$).
- Vapeur d'eau entre le nuage et le capteur. Elle dépend de la hauteur H_{nuage} du haut du nuage. La précision actuelle (≥ 500 m) de H_{nuage} doit être améliorée pour mieux suivre le bilan radiatif global. Ainsi, une élévation de 1 km de H_{nuage} correspond à une élévation de 1.2K de la température terrestre (Ohring et Adler, 1978).

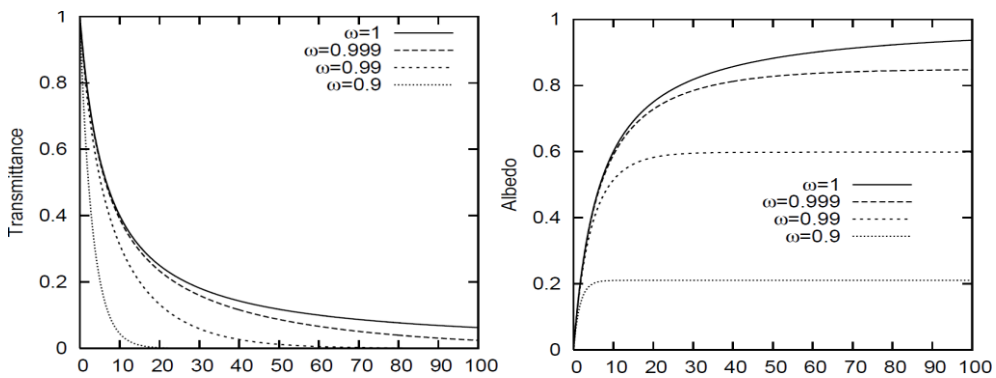


Figure 119 : Transmittance et albédo d'un nuage selon $\Delta\tau_{nuage}$, pour différents ω. g=0.85

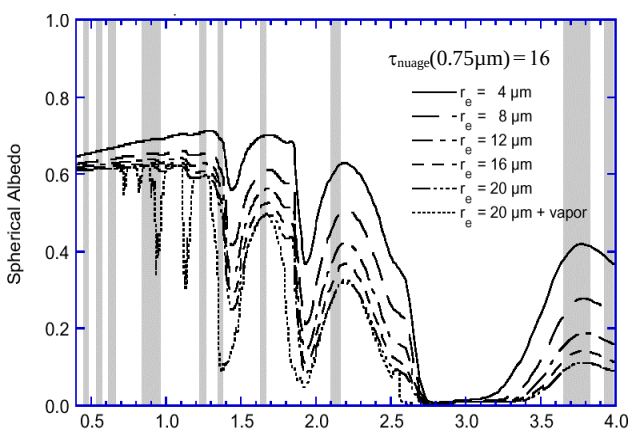


Figure 120 :

Albédo spectral de nuage selon le rayon r_e de ses gouttes d'eau [4µm 20µm], sachant que son épaisseur optique à 750nm est $\Delta\tau_{nuage} = 16$. Il est aussi montré le cas : r_e = 20µm avec une teneur en vapeur d'eau de 0.45 g cm^{-2} au-dessus du nuage.

(http://www.heliosat3.de/e-learning/remote-sensing/Lec17.pdf)

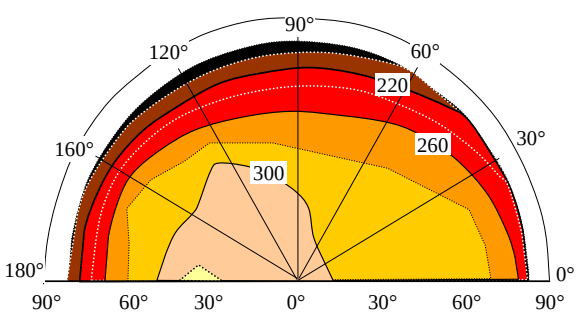


Figure 121 :

Luminance directionnelle L_λ d'un nuage ($W.m^{-2}.sr^{-1}.\mu m^{-1}$).

Epaisseur optique $\tau_{nuage} = 70$, épaisseur $\Delta H = 2$ km. $\theta_s = 35°$. $\lambda = 753$ nm. Simulation du modèle de transfert radiatif MOMO (Fisher et Graβl, 1991).

Estimation de H_{nuage} depuis l'espace.

H_{nuage} peut être déduit de la pression atmosphérique P_{nuage} en haut du nuage dérivée de mesures infrarouge satellites ou via la pression partielle $P_{nuage}(O_2)$ de O_2 à $z=H_{nuage}$, sachant que la fraction de O_2 est uniforme dans l'atmosphère. $P_{nuage}(O_2)$ est dérivé de la luminance $L_{\lambda,TOA}$ à des longueurs d'onde très proches dans et hors de la bande d'absorption de O_2 à 761nm. Ainsi, L_{761} peut varier d'un facteur 2 selon que le nuage passe de 1 à 10 km d'altitude.

On a: $P_{nuage}(O_2) \approx -\frac{1}{m.\gamma_a}.\ln(\frac{L_{761,TOA}}{L_{754,TOA}})$, où $m=\frac{1}{|\mu_s|}+\frac{1}{\mu_v}$ et γ_a est le coefficient d'absorption ($m^2.kg^{-1}$) de l'oxygène à 761 nm. En fait, l'épaisseur du nuage, la géométrie d'observation et l'albédo de la Terre compliquent le calcul de $P_{nuage}(O_2)$. L'inversion de 3 luminances L_λ du capteur Méris, dans (760nm) et hors (754nm, 775nm) de la bande O_2 à 761 nm donne P_{nuage} à ±20hPa dans la gamme [100 Pa 1050 Pa]. La vapeur d'eau atmosphérique n'absorbe pas à 753 nm.

☞ Démontrez que $P_{nuage}(O_2) \approx -\frac{1}{m.\gamma_a}.\ln(\frac{L_{761,TOA}}{L_{754,TOA}})$

A_{nuage} et τ_{nuage} dérivés de luminances Meris : $A_{nuage}=\sum_{i=0}^{2} a_i.L_\lambda^i$ et $\tau_{nuage}=\sum_{i=0}^{2} b_i.L_\lambda^i$

avec A_{nuage} (±0.01, gamme : [0.02 1.05]) et τ_{nuage} (±1-5, gamme: [0 400])

et où les coefficients a_i et b_i sont pré-calculés par un modèle de transfert radiatif, pour plusieurs paramètres (directions solaire et de visée, albédo de surface).

II.4 Raies d'absorption gazeuse

L'interaction "Rayonnement - Gaz" dépend beaucoup du domaine spectral. Une raie spectrale corresponde à un maximum local du coefficient d'absorption atmosphérique. Elle résulte du fait que l'énergie interne d'une molécule, hormis l'énergie cinétique de translation, ne prend que des valeurs discrètes E_n. Ainsi, émission et absorption moléculaire est un phénomène résonant entre 2 de ces niveaux E_i et E_j, avec une fréquence ν_{ij} telle que : $h\nu_{ij}=|E_i-E_j|=\Delta E_{ij}$. Ainsi, l'énergie interne d'une molécule gazeuse d'énergie E_i peut être augmentée au niveau $E_j=E_i+h\nu_{ij}$, si elle interagit avec une onde de fréquence ν_{ij}. Cette molécule peut ensuite revenir à un niveau d'énergie inférieur, par émission ou par transformation de cet apport d'énergie en chaleur lors de chocs avec d'autres molécules. L'ensemble des fréquences résonantes ν_{ij} est le spectre de raies de la molécule.

1) Mécanismes à l'origine des raies d'absorption

Trois mécanismes génèrent des transitions résonantes. Etant associés à différents types et valeurs de niveaux d'énergie, ils surviennent dans des domaines spectraux différents :

- *transitions de rotation* ($\lambda > 20\mu m$) : niveaux d'énergie de rotation moléculaire, dus à la quantification de moment angulaire $I.\omega$, avec ω la vitesse de rotation et I le moment d'inertie (3 moments I_1, I_2 et I_3 au plus pour une molécule). Ils surviennent pour les gaz minoritaires (< 1% des gaz) en général non diatomiques (H_2O, CO_2, O_3,...). Ils ne surviennent pas si la molécule a un dipôle électrique nul (*e.g.*, molécule diatomique homopolaire comme N_2), à à l'exception de la molécule homopolaire O_2, car elle a un moment magnétique permanent.
- *transitions de vibration* ($\lambda \in [1\mu m\ 20\mu m)$] : niveaux d'énergie de vibration d'édifices "noyaux atomiques - nuages électroniques".
- *transitions électroniques* ($\lambda < 1\mu m$) : niveaux d'énergie électronique. VIS et UV.

• Modes de rotation

Contrairement aux solides, les gaz ont des niveaux d'énergie de rotation associés à plusieurs axes de rotation et indépendants de leur structure. On distingue plusieurs cas :

- molécule mono-atomique (Ar) : $I_1 = I_2 = I_3 = 0$. Pas de transition de rotation.
- molécule linéaire (N_2, O_2, CO_2, N_2O) : $I_1 = I_2$ et $I_3 \approx 0$.
- molécule poly-atomique sphérique ($I_1 = I_2 \approx I_3$: CH_4), symétrique ($I_1 = I_2 \neq I_3$: NH_3, CF_3Cl, CH_3Cl) et asymétrique ($I_1 \neq I_2 \neq I_3$: H_2O, O_3). Ainsi, H_2O (Figure 122) a un spectre de rotation centré sur 50 µm, de 11 µm à plus de 1 cm.

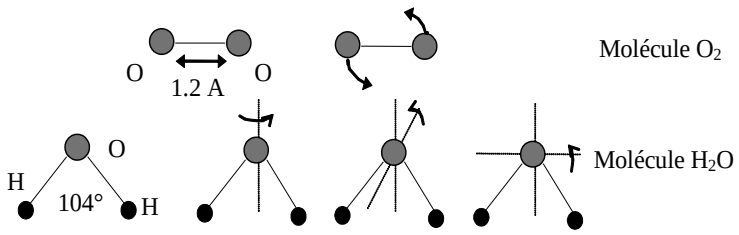


Figure 122 :

Modes de rotation des molécules d'eau et d'oxygène.

Niveaux d'énergie d'une molécule diatomique

De manière schématique, la molécule diatomique a 2 masses m_1 et m_2 distantes de Δr, avec un moment d'inertie I normal par rapport à l'axe central. Ses niveaux d'énergie rotationnelle j (0, 1, 2,...) sont $E_j = \frac{h^2}{8\pi^2.I}.j.(j+1)$, où $I = \frac{m_1.m_2}{m_1+m_2}.\Delta r^2$ et $h = 6.6\ 10^{-34} W.s^2$.

Les fréquences de résonance sont d'autant plus faibles que les molécules sont lourdes et grandes (*i.e.*, I grand). Elles sont équidistantes, car les transitions ne se produisent qu'entre niveaux consécutifs ($\Delta j = \pm 1$). Ainsi, elles sont des multiples de 110 GHz ($\approx$ 2.689 mm) pour la molécule CO. La variation "j $\leftrightarrow$ (j-1)" donne :

$$\Delta E_{j,j-1} = \frac{h^2}{8\pi^2.I}.[j.(j+1) - (j-1).j] = \frac{h^2}{4\pi^2.I}.j \quad \Leftrightarrow \quad \nu_j = \frac{h.j}{4\pi^2.I}$$

De 20 GHz/1.5 cm à 180 GHz/1.67 mm (Figure 123), les mécanismes d'absorption rotationnelle de l'atmosphère sont dominés par 2 bandes de O_2 (60 GHz / 0.5 cm et 118.75 GHz/2.53 mm) et 2 bandes de H_2O (22.2 GHz/1.35 cm et 183.3 GHz/1.7 mm).

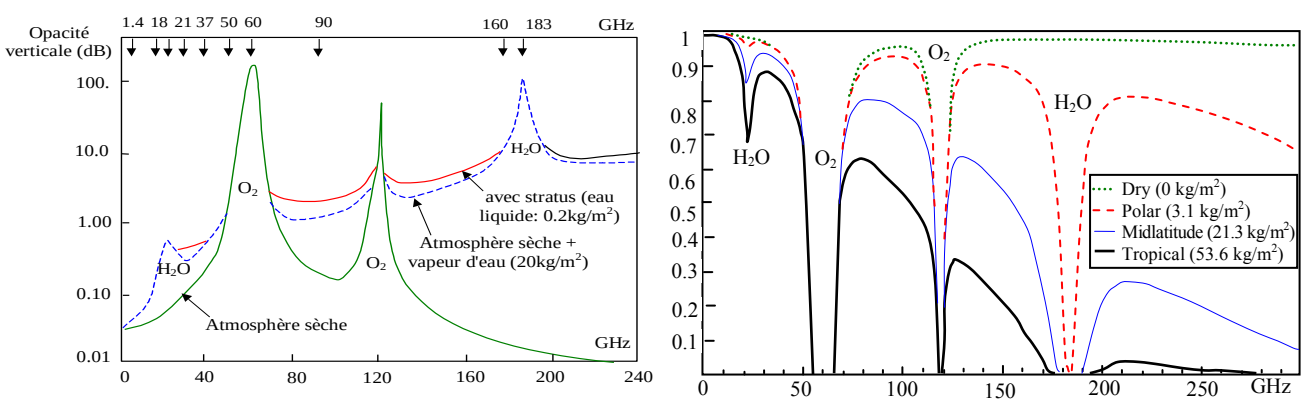


Figure 123: a) Opacité hyperfréquence de 3 atmosphères (sèche, avec vapeur d'eau, avec nuage) avec indication de fréquences autour des bandes O_2 et H_2O utilisées pour sonder l'atmosphère. b) Transmittance hyperfréquence de 4 atmosphères avec H_2O de 0 à 54kg/m^2.

- **Mécanismes de Vibration**

Les liaisons entre atomes créent des oscillateurs de fréquence de résonance ν_o avec des niveaux d'énergie discrets $E_k = h\nu_o.[k + 0.5]$. Toute transition de vibration est donc un changement de niveau k de fréquence $\nu = \Delta k.\nu_o$. Elle est souvent accompagnée de transitions de rotation. On a alors des raies de vibration-rotation centrées sur la raie spectrale de

vibration ν_o. Une transition de vibration tend donc à donner un spectre à 3 branches (Figure 124) : branche Q {Δk=1; Δj=0} et en général branches P {Δk=1; Δj=-1} et R {Δk=1; Δj=1}.

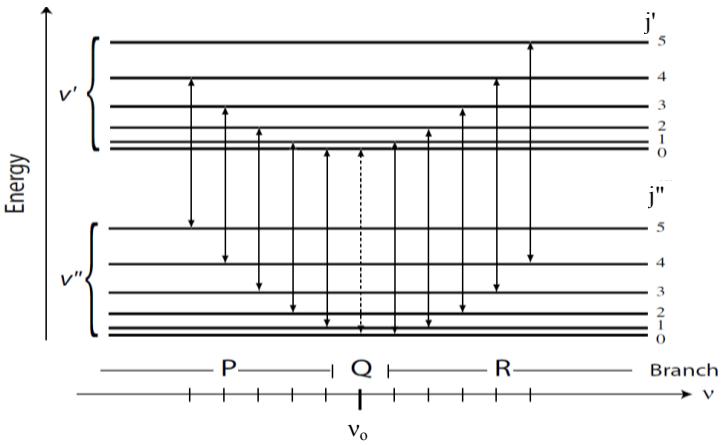


Figure 124 :

Les 3 branches P, Q et R d'une raie d'absorption classique avec 6 niveaux de rortation.
Branche Q : vibration sans transition de rotation.
Branches P et R : transition de vibration combinée à transition de rotation "négative" (branche P) ou "positive" (branche R).

Molécule diatomique. La liaison entre ses 2 atomes de masses m_1 et m_2 se comporte un peu comme un ressort de constante de rappel ($\approx 500\,N.m^{-1}$) avec une fréquence de vibration (*i.e.* raie d'absorption): $\nu_o = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{k.(m_1+m_2)}{m_1.m_2}}$. Pour CO ($m_1 = 2\ 10^{-26}$kg, m_2=2.7 10^{-26}kg): $\nu = 3.3\ 10^{13}$ Hz ($\lambda = 9\,\mu m$). En fait $\nu_{CO} = 6.5\ 10^{13}$ Hz ($\lambda \approx 4.6\,\mu m$).

Le changement de phase (liquide, gaz, solide) d'un élément peut modifier les raies d'absorption. C'est le cas des bandes d'absorption PIR/VIS de H_2O, H_2S, CO_2 et SO_2 (Tableau 14).

	H_2O			H_2S			CO_2		SO_2		
Modes	Gaz	Liquide	Glace	Gaz	Liquide	Glace	Gaz	Glace	Gaz	Liquide	Glace
ν_1	2.74	3.05	3.17	3.83	3.88	3.96			8.69	8.74	8.75
ν_3	2.66	2.87	2.96	3.73		3.92	4.25	4.37	7.35	7.49	7.55
$\nu_3 + \nu_L$		2.53									
$\nu_2 + \nu_3$	1.875	1.93	2.02	2.64		2.7			5.34		
$2\nu_2 + \nu_3$							2.77	2.9			
$\nu_2 + \nu_3 + \nu_L$		1.82									
$2\nu_1$									4.34		
$\nu_1 + \nu_3$			1.94				2.69		4.00		4.07
$2\nu_3$	1.38	1.45	1.52								
$\nu_1 + \nu_2 + \nu_3$	1.14	1.21	1.25								
$3\nu_3$	0.91	0.98	1.02								
$2\nu_1 + \nu_3$	0.94										
$2\nu_1 + \nu_2 + \nu_3$	0.82	0.84									
$3\nu_1 + \nu_3$	0.72	0.75	0.81								
$\nu_1 + 3\nu_3$				1.01							

Tableau 14 : *Centres de bandes (μm) d'absorption majeures. H_2O, H_2S, CO_2, SO_2.* Salisbury (1993)
Vibrations transverse (ν_2: 6.27 μm) et longitudinales symétrique (ν_1: 2.738 μm) et asymétrique (ν_3: 2.662 μm). ν_L est la basse fréquence de vibration des chaînes polymérisées des molécules d'eau liquide.

- **Méanismes électroniques** (*Figure 125*)

Le moment angulaire d'un électron (masse m, charge électrique q) ne peut prendre que des valeurs discrètes L_n, ce qui donne lieu à un spectre des raies. Le spectre de l'hydrogène est le plus simple. Ainsi, avec $R_H = 1.097\,10^{-5}\,cm^{-1}$ la constante de Rydberg de l'hydrogène :

$$L_n = \frac{n.h}{2\pi} \text{ où } n = 1,2 \qquad \Rightarrow \qquad \text{Energie } E_n = -\frac{m.e^4}{8.\varepsilon_o^4.h^2}.\frac{1}{n^2} = -\frac{R_H.h.c}{n^2} \text{ et } \nu_{jk} = R_H.[\frac{1}{j^2} - \frac{1}{k^2}]$$

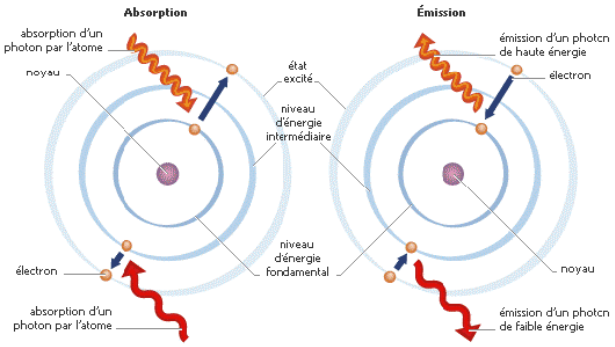


Figure 125 : Mécanismes d'absorption et d'émission électroniques

2) Forme des raies spectrales

Une raie spectrale d'émission/absorption n'est pas infiniment fine. Ainsi, une molécule isolée immobile a une largeur dite naturelle γ_N associée à la durée de vie de son oscillation. Sa vitesse et les collisions avec d'autres molécules élargissent cette raie théorique.

• Largeur spectrale naturelle

L'énergie W(t) d'un oscillateur isolé décroît par désexcitation radiative: $W(t)\approx W_o.e^{-t/\tau_N}$, où $\tau_N = \frac{1}{2\omega_f}$ est la durée de vie (temps de relaxation: $W(t)\rightarrow W(t).e^{-1}$) de l'état excité de l'oscillateur (*cf.* Annexe 6). La force de freinage associée est $2\,m.\omega_f.x'$, où m et x' sont la masse et la vitesse instantanée de l'oscillateur. Ainsi, un oscillateur de pulsation ω_o émet :

- champ électrique $E(t)=A.e^{i\omega_o.t}.e^{-t/2\tau_N}$ de spectre $\mathcal{E}(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}.\int_0^{+\infty} E(t).e^{-i\omega.t}.dt=\frac{A}{\sqrt{2\pi}}.\frac{1}{(1/2\tau_N)-i(\omega-\omega_o)}$

- flux S (J) de puissance spectrale $P(\omega)$: $S=\int_{-\infty}^{+\infty} P(\omega).d\omega=c.\varepsilon_o.\int_0^{+\infty}|E(t)|^2.dt=c.\varepsilon_o.A^2.\tau_N$

  où c = vitesse de la lumière et ε_o = permittivité du vide. L'amortissement $e^{-t/2\tau_N}$ explique que l'émission est non monochromatique : $P(\omega)\neq 0$ sur un intervalle $\Delta\omega$ centré sur ω_o. On dit que la raie a une largeur $\Delta\omega$ et une intensité $S=c.\varepsilon_o.A^2.\tau_N$.

Le théorème de Parseval $\int_0^{+\infty}|E(t)|^2.dt=\int_{-\infty}^{+\infty}|\mathcal{E}(\omega)|^2.d\omega$ conduit à : $S=c.\varepsilon_o.\int_{-\infty}^{+\infty}|\mathcal{E}(\omega)|^2.d\omega$.

$$\Rightarrow P(\omega)=c.\varepsilon_o.|\mathcal{E}(\omega)|^2=\frac{S}{2\pi.\tau_N}.\frac{1}{(1/4\tau_N^2)+(\omega-\omega_o)^2} \Leftrightarrow P(\nu)=2\pi.P(\omega)=\frac{S}{\pi}.\frac{\gamma_N}{(\nu-\nu_o)^2+\gamma_N^2} \quad \text{où } \gamma_N=\frac{1}{4\pi.\tau_N}$$

La raie $P(\nu)$ suit donc la loi de Lorentz de demi largeur naturelle γ_N centrée sur ν_o. En général : $\gamma_N << \nu_o$ (*i.e.*, oscillateur lentement atténué : $\tau_N >>$ période $2\pi/\omega_o$)

La densité volumique de puissance émise au voisinage de ν_o par des oscillateurs de phase aléatoire, d'intensité S et de taux horaire de densité volumique N (nombre d'oscillateurs /m^3/s) est N.S. A l'équilibre thermodynamique :

$$N.S=\int_{\Delta\nu}\alpha_B(\nu).L_B(T,\nu).d\nu\approx L_B(T,\nu_o).\int_{\Delta\nu}\alpha_B(\nu).d\nu$$

où α_B est le coefficient d'émission thermique et L_B la luminance de Planck.

$$\alpha_B(\nu)\equiv\frac{N.S.\Phi_N(\nu)}{L_B(T,\nu_o)} \text{ où } \Phi_N(\nu)=\frac{1}{\pi}.\frac{\gamma_N}{(\nu-\nu_o)^2+\gamma_N^2} \left(\int_0^{\infty}\frac{\gamma}{\pi.(x^2+\gamma^2)}.dx=1\right)$$

$\Rightarrow \alpha_a(\nu)\equiv N.S.\Phi_N(\nu)$, car $\alpha_a(\nu)=\alpha_B(\nu)$ à l'équilibre thermodynamique.

Vu que $\alpha_a(\nu)=N.\sigma_a(\nu)$, où $\sigma_a(\nu)$ est la section efficace de l'oscillateur, on a :

$\sigma_a(\nu)=\sigma_o.\Phi_N(\nu)$, où $\sigma_o \equiv S$ est la section efficace totale d'absorption associée à la raie.

Note : γ_N peut aussi être dérivé du principe d'Heisenberg: $\Delta E_i.\Delta t \approx h/2\pi \approx 10^{-34}$ Js, avec h la constante de Planck et ΔE l'incertitude sur l'estimation des niveaux d'énergie E_j.

- Elargissement collisionnel $L_B(T,\nu_o)$

Le cas d'un gaz d'oscillateurs illustre comment les collisions élargissent les raies. En effet, la collision d'atomes/molécules affecte leur distribution d'électrons, ce qui modifie la phase des oscillateurs associés et donc la phase de l'onde émise. On distingue 2 types d'interactions :

- Interaction faible. Elle change peu à peu la phase durant l'interaction. Elle perturbe les niveaux E_j, mais son énergie est insuffisante pour provoquer un changement de niveau E_j.
- Interaction forte. Elle correspond en général à un choc élastique de durée négligeable devant la durée de vie des oscillateurs. Elle peut faire changer de niveau E_j, avec une probabilité d'autant plus forte que les niveaux E_j sont proches. Le changement de niveau correspond plutôt à l'infrarouge / hyperfréquence pour l'interaction forte, et à l'UV / VIS pour l'interaction faible. La phase de l'onde émise est alors aléatoire et le temps de relaxation de l'énergie de l'oscillateur est plus ou moins le temps moyen τ_{ce} entre 2 chocs. La somme d'ondes émises avec un temps de relaxation τ_{ce} et des phases aléatoires donne (*cf.* calcul de γ_N) une raie de Lorentz de demi largeur collisionnelle $\gamma_L = \frac{1}{4\pi.\tau_{ce}} >> \gamma_N$:

$$\sigma_a(\nu) = \sigma_o.\Phi_L(\nu) \quad \text{où} \quad \Phi_L(\nu) = \frac{1}{\pi}.\frac{\gamma_L}{(\nu-\nu_o)^2+\gamma_L^2}$$

L'expression de γ_L est cohérente au fait que les gaz ont des raies plus fines que les liquides, car leurs collisions moléculaires sont moins fréquentes ($\tau_{ce,gaz} >> \tau_{ce,liquide} \Rightarrow \gamma_{L,gaz} >> \gamma_{L,liquide}$).

τ_{ce} est proportionnel à la vitesse moléculaire moyenne v_T et à l'inverse de la pression P. On a donc: $\gamma_L(P,T) \equiv \frac{P}{\sqrt{T}}$, car $v_T \equiv \sqrt{T}$. En fait, il est souvent utilisé : $\gamma_L(P,T) \equiv \frac{P}{T^n}$ où $n \in [0\ 1]$.
L'élargissement collisionnel est donc maximal à basse altitude. Il est alors le facteur majeur : $\gamma_L \approx 3.10^{-2}\,cm^{-1}$ ($\approx 0.9\,GHz$) pour H_2O et $\gamma_L \approx 7.10^{-2}\,cm^{-1}$ ($\approx 2.1\,GHz$) pour CO_2. γ_L peut être du même ordre de grandeur que ν_o aux basses fréquences utilisées en télédétection.

En pratique, la lente décroissance des ailes des raies loin de leurs centres est mal représentée par Φ_L. Ainsi, elle est plus lente que $\Phi_L(\nu)$ pour H_2O et plus rapide pour CO_2.

- Elargissement Doppler $\Phi_D(\nu)$

Un observateur au repos perçoit la fréquence $\nu = \nu_o + \frac{v}{c}.\nu_o$ issue d'un oscillateur de fréquence ν_o et de vitesse thermique v. C'est l'effet Doppler. L'agitation thermique aléatoire élargit donc la raie de fréquence ν_o. On a: $\sigma_a(\nu) \equiv \mathcal{P}(\nu)$, où $\mathcal{P}(\nu)$ est la probabilité pour que la fréquence perçue soit ν. L'élargissement Doppler $\mathcal{P}(\nu)$ associé, aussi noté $\Phi_D(\nu)$, se déduit de la probabilité $P_T(v)$ qu'un oscillateur ait la vitesse v selon la direction d'observation, à la température T :

$$\mathcal{P}_T(v) = \frac{1}{v_o.\sqrt{\pi}}.\exp[\frac{-v^2}{v_o^2}] \quad \text{où } v_o = \sqrt{\frac{2.k.T}{m}}\text{: distribution Maxwellienne des vitesses.}$$

$$\mathcal{P}(\nu).d\nu = \mathcal{P}_T(v).dv = \mathcal{P}_T(v).\frac{c}{\nu_o}.d\nu \Rightarrow \mathcal{P}(\nu) = \frac{c}{\nu_o}.\mathcal{P}_T((\nu-\nu_o).\frac{c}{\nu_o}) = \frac{c}{\nu_o.\nu_o.\sqrt{\pi}}.\exp[-(\nu-\nu_o)^2.\frac{c^2}{v_o^2.\nu_o^2}]$$

$$\Rightarrow \sigma_a(\nu) = \sigma_o.\Phi_D(\nu) \text{ où } \Phi_D(\nu) = \frac{1}{\beta_D.\sqrt{\pi}}.\exp[-(\frac{\nu-\nu_o}{\beta_D})^2] \text{ où } \int_0^{\infty} \Phi_D(\nu).d\nu = 1 \text{ et } \beta_D = \frac{\nu_o}{c}.\sqrt{\frac{2.k.T}{m}}.$$

Demi-largeur Doppler γ_D: $\Phi_D(\nu_o+\gamma_D)=\frac{\Phi_D(\nu_o)}{2} \Rightarrow \gamma_D=\beta_D.\sqrt{\ln(2)}=\frac{\nu_o}{c}.\sqrt{\frac{2.k.T}{m}.\ln(2)}=\nu_o\,\mathcal{E}.\sqrt{\frac{T}{M}}$

où M=masse molaire=$\mathcal{N}_A$.masse moléculaire (*e.g.* M_{H_2O}=18g), $\mathcal{E}=\frac{1}{c}.\sqrt{2R.\ln(2)}=3.58\ 10^{-7}\,K^{-0.5}.g^{0.5}$

- $\gamma_D \equiv \nu_o$ (Figure 126). A T=300K, pour des molécules simples (*e.g.* CO_2, HCl) $\gamma_D \approx 10^{-6}\,\nu_o$, soit $\approx 10^9$ Hz dans l'UV / VIS ($\nu \approx 10^{15}$ Hz $\Leftrightarrow \lambda \approx 300$ nm), 10^7 Hz dans l'IRT et 10^5 Hz pour les ondes millimétriques ($\lambda = 3$ mm $\Leftrightarrow \nu = 6.10^{11}$ Hz).
- $\gamma_D \equiv M^{-1/2}$. Il est donc plus faible pour les plus lourdes molécules, du fait de leur plus grande inertie *vs.* l'agitation thermique.
- $\gamma_D \equiv T^{1/2}$. Il décroît avec l'altitude (Figure 126). Ainsi, de 0 à 50 km d'altitude, γ_D décroît de 14%, car T décroît de 30%, de 300 K à 210 K.

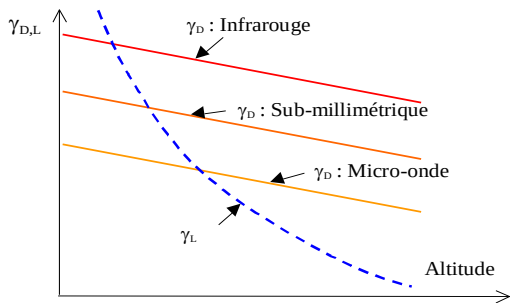


Figure 126 :

Elargissements Doppler et Lorentz selon l'altitude.

De 0 à 50 km d'altitude (Figure 126), γ_L décroît beaucoup plus que γ_D, avec un facteur $\approx 10^3$ comme la pression (1 bar à 1 mbar). Cette variabilité est utilisée pour "sonder" l'atmosphère.
On a : $\frac{\gamma_D}{\gamma_L} \equiv \frac{\nu_o}{P}.\frac{T}{\sqrt{M}}$, ce qui donne $\gamma_L >> \gamma_D$ aux basses altitudes (*e.g.*, $\gamma_L \approx 100\,\gamma_D$ au niveau de la mer) et $\gamma_L << \gamma_D$ aux hautes altitudes. A 30-40km d'altitude, $\gamma_D \approx \gamma_L$, selon le gaz.

- <u>Elargissement total</u>

La raie de Voigt est la convolution des 3 élargissements (Figure 127): $\sigma_a(\nu)=\sigma_o.\Phi_V(\nu)$. Loin de ν_o, l'effet Doppler décroît beaucoup plus vite que l'effet collisionnel. $\Phi_V(\nu)$ est parfois supposé constant sur $\Delta\nu_o=\sqrt{\gamma_L^2+\gamma_D^2}$ et varier comme $\frac{\gamma_L}{\pi.(\nu-\nu_o)^2}$ (*i.e.*, profil de Lorentz) pour $|\nu-\nu_o|>\Delta\nu_o$

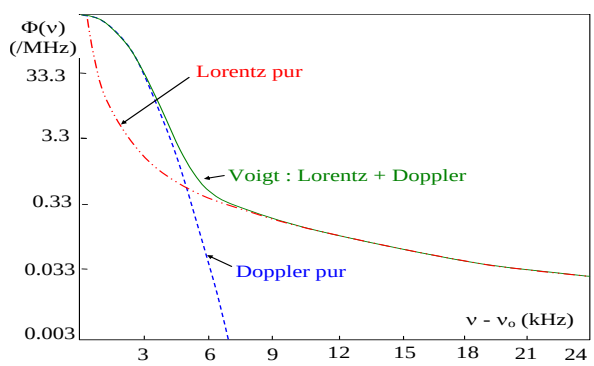


Figure 127 : Profil type de raie Φ(ν) de gaz atmosphérique à basse pression.

La raie a une largeur à mi - hauteur $\Delta\nu \approx$ largeur "Doppler" γ_D. L'effet collisionnel élargit la raie beaucoup plus loin de son centre ν_o que l'effet Doppler.

On observe une absorption entre les raies spectrales. Cette absorption est non résonante, a une variation spectrale lente et son intensité décroit avec λ. Elle réduit la transmittance atmosphérique de près de 1%. La vapeur d'eau est le gaz majeur à l'origine du continuum. Plusieurs explications sont en général avancées pour expliquer la présence du continuum :

- Lente décroissance des "ailes" (*i.e.*, effet collisionnel) des raies de rotation et ro-vibration.
- Absorption par les "water dimers": molécules H_2O liées par une liaison H)

- Collision Induced Absorption (CIA).

Expression commune du continuum : $C_s(\nu).w_{H_2O}.p_{H_2O} + C_f(\nu).w_{H_2O}.p_{N_2}$

avec w_{H_2O} la densité volumique de H_2O, p_{H_2O} et p_{N_2} les pressions partielles de H_2O et N_2.

$C_s(\nu)$ et $C_f(\nu)$ représentent les deux continua ;

- Foreign continuum (broadening): groupe de molécules de divers gaz. Pour la vapeur d'eau, c'est surtout H_2O-N_2 et H_2O-O_2 dans une moindre mesure.
- Self continuum (broadening): groupe de molécules H_2O. Plus fort que "foreign continuum".

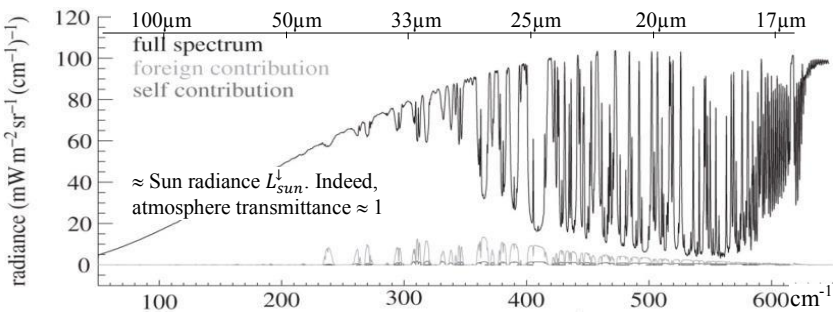


Figure 128 : Luminance ↓ mesurée par un capteur avion et ses composantes "self" et "foreign" continuum.

Green et al., 2012: http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/370/1968/2637

3) Intensité des raies

L'intensité S d'une raie ν_o dépend de (1) la probabilité de passage d'un état E_1 à l'état $E_2 = E_1 + h\nu_o$, et de (2) la population dans l'état d'énergie "origine" 1.

Probabilité de transition : elle est exprimée avec les fonctions d'onde quantiques des 2 états, avec la règle dite de sélection qui donne la possibilité / impossibilité de transition entre états.

Population des états d'énergie E : la loi de Boltzmann donne cette population selon E et la température. Pour 2 niveaux d'énergie E_1 et E_2 : $N_2 = N_1.\exp[-\Delta E/kT]$ où $\Delta E = E_2 - E_1$

L'intensité des raies dépend donc de la température T.

Le rayonnement est en général mesuré sur un intervalle spectral $\Delta\nu$ très supérieur à la largeur des raies gazeuses. Ici, il est considéré le cas schématique où $\Delta\nu$ englobe une seule raie. Un gaz de densité volumique ρ (kg.m^{-3}), d'épaisseur Δr, éclairé par un rayonnement de luminance $L_{in}(\nu)$ constante sur la raie absorbe la luminance moyenne (W.m^{-2}.sr^{-1}) :

$$L_{abs}^{\Delta\nu} = L_{in}(\nu).W \quad \text{où } W = \int_{\Delta\nu}[1-e^{-\tau a(\nu)}].d\nu = \int_{raie}[1-e^{-\tau a(\nu)}].d\nu \quad \text{où } \tau_a(\nu) = \int_{\Delta r}\alpha_a(\nu).dr = \int_{\Delta u}S(u,\nu).du$$

où W (Figure 129) est la largeur spectrale équivalente de la raie (*i.e.*, largeur d'une raie infiniment forte qui donne la même absorption), $\Delta u = \rho.\Delta r$ la densité surfacique de gaz (kg/m^2), et $S(u,\nu)$ la section efficace spectrale d'absorption par unité de masse (m^2.kg^{-1}).

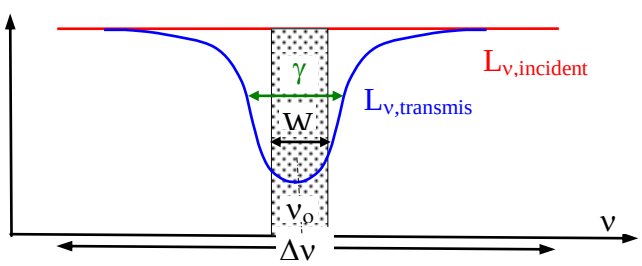


Figure 129 : Largeur équivalente W (cm^{-1}) et largeur à mi-hauteur γ (cm^{-1}).

Faible absorption : $S(u,\nu) = S(\nu)$ et $e^{-\tau a(\nu)} \approx 1-\tau_a(\nu) \Rightarrow W = \int_{\Delta\nu}\tau_a(\nu).d\nu = S.\Delta u$ où $S = \int_{\Delta\nu}S(\nu).d\nu$

W dépend de la quantité totale de matière et de l'intensité S de la raie, et non de sa forme

<u>*Forte absorption*</u> : S(u,ν) dépend de u ⇒ W dépend de la forme de la raie.

Raie lorentzienne intense: $W_L=2.[\Delta u.S.\gamma_L]^{0.5}$. Raie Doppler intense: $W_D=2.\beta_D.[\ln(\frac{\Delta u.S}{\beta_D.\sqrt{\pi}})]^{0.5}$

Pour une raie de Voigt, on utilise parfois : $W = W_D + W_L - \frac{W_D.W_L}{\Delta u.S}$.

4) Principaux gaz absorbants dans l'IRT

L'absorption gazeuse perturbe l'observation spatiale des surfaces terrestres. Elle survient surtout dans la basse atmosphère où la densité d'absorbants est maximale. La *Figure 130* montre la transmittance atmosphérique dans l'IRT. Les 2 fenêtres atmosphériques IRT les plus utilisées sont [3.5 4.1 µm] et surtout [10.5 12.5 µm] qui correspond au maximum de l'émission thermique terrestre. Près de 11 µm, l'absorption est surtout due aux "ailes" des raies du CO_2 à 15 µm, et aux "ailes" des bandes voisines de H_2O.

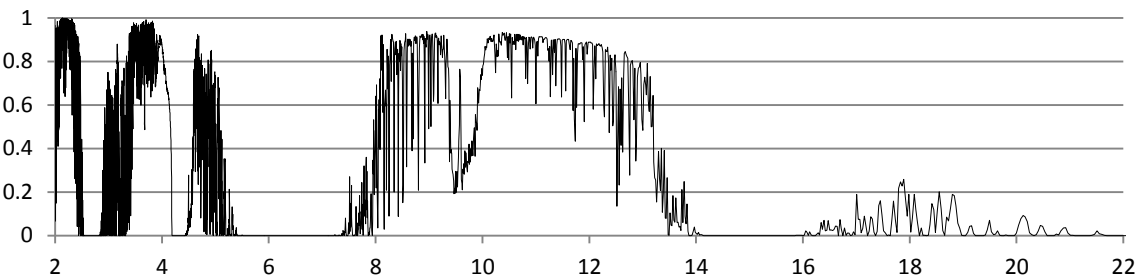


Figure 130 : Transmittance d'atmosphère US Standard de 2µm à 22 µm (spectres Modtran).

Les gaz majeurs dans l'IR sont CO_2, H_2O, O_3, CH_4 et N_2O. La Figure 131 montre les spectres d'absorption de H_2O, CO_2, O_3 et CO. La simplicité de la structure du gaz mineur CO explique que son spectre est très proche du spectre théorique : suite périodique, conforme à la quantification des énergies de vibration, de bandes larges constituées de raies élargies du fait de la pression. Ainsi, la 1ère bande (nombre d'onde ≈ 0) de CO est une raie de rotation pure. Par contre, les bandes suivantes aux nombres d'onde plus élevés sont constituées d'une multitude de raies dues à des mécanismes de "vibration- rotation".

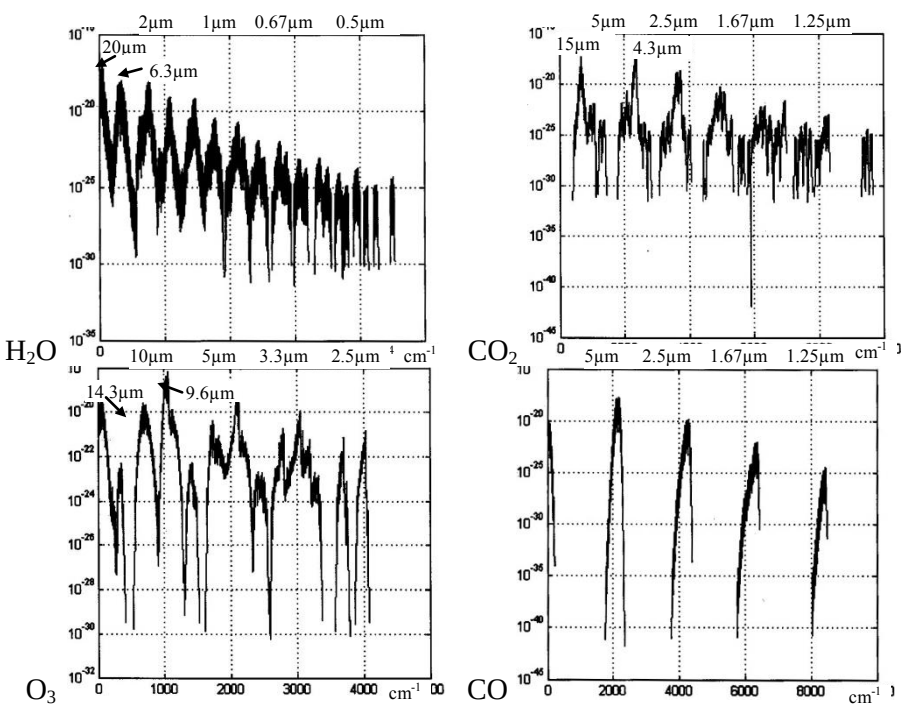


Figure 131 : Absorption (cm^2/molécule) de H_2O, CO_2, O_3 et CO. Nombre d'onde : cm^{-1}.

H_2O, CO_2 et O_3 ont des spectres plus complexes que CO (*e.g.*, bandes successives moins bien définies), du fait des nombreux mécanismes possibles de "vibration- rotation". Seul CO_2 n'a pas de spectre de rotation pure, car il n'a pas de dipôle électrique permanent.

- Vapeur d'eau

Elle est l'absorbant majeur dans l'infrarouge avec un spectre de raies très complexe et d'aspect aléatoire caractéristique des molécules non linéaires (*i.e.*, nombreux mécanismes de rotation). Sa transmittance (Figure 132) est maximale sur 8-12µm et quasi nulle au-delà de 25µm. La bande d'absorption à 6.3µm est due au fondamental d'un des 3 modes de vibration de H_2O (ν_2). Les harmoniques de ces 3 modes et leurs combinaisons donnent les bandes aux plus hautes fréquences. Leur intensité décroît avec la fréquence. La forte absorption de H_2O est aussi due à son continuum. De plus, la présence d'isotopes contribue aussi, car elle tend à augmenter le nombre de niveaux d'énergies.

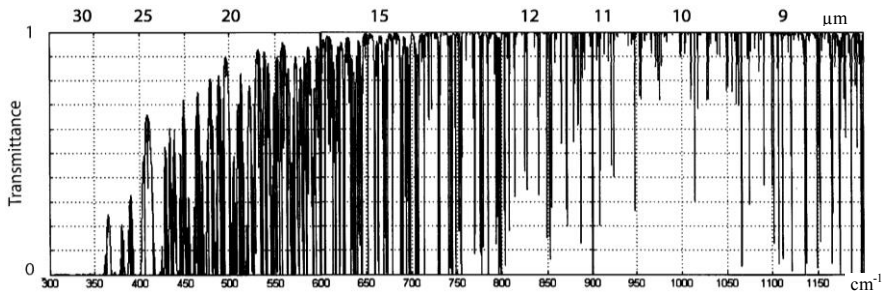


Figure 132 : Transmittance verticale H_2O d'une atmosphère de type 'US standard'.

- Dioxyde de carbone

De par ses 2 très fortes bandes de "rotation - vibration" dans l'IR (4.3µm : fondamental ν_3 ; 15µm (667 cm^{-1}) : fondamental ν_2, le CO_2 est un gaz à effet de serre majeur. La plus forte bande (4.3µm) a un faible rôle, car elle est aux limites des spectres d'émission solaire et terrestre. La bande à 15µm est très forte. Elle rend l'atmosphère opaque entre 14 et 16µm (Figure 133). Son rôle est majeur, car elle est proche du pic d'émission thermique terrestre. Le profil de température atmosphérique est dérivé de mesures satellites centrées sur 15 µm.

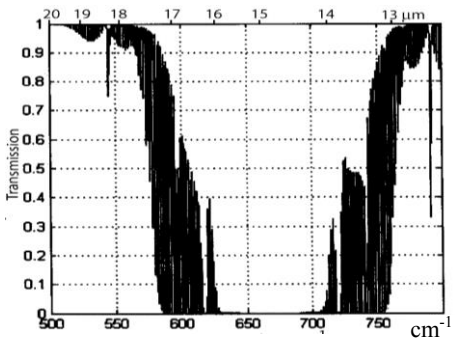


Figure 133 : Transmittance verticale du au CO_2 d'une atmosphère de type "US standard".

Alors que H_2O a un spectre très complexe et d'aspect aléatoire, CO_2 a un spectre presque théorique. Ainsi, le centre de la bande à 15µm (Figure 134) a une branche Q entourée des branches P et R. Ceci est du à la linéarité de la molécule CO_2 : beaucoup moins de modes de rotation, et donc beaucoup moins de niveaux d'énergie de rotation.

Comme pour H_2O, les isotopes du carbone (C^{13}) et de l'oxygène (O^{17}) augmentent le nombre de niveaux, ce qui accroît la complexité du spectre de CO_2.

- Ozone

En dehors des zones de pollution urbaine, l'ozone se trouve dans la stratosphère. Etant non linéaire comme l'eau, O_3 partage certaines caractéristiques : très nombreux niveaux de

rotation avec un spectre d'aspect aléatoire. Les modes fondamentaux de vibration sont à 9.066µm, 14.27µm et 9.597µm. La bande à 14.27µm est masquée par la forte bande d'absorption du CO_2 à 15µm. La bande 9.597µm, très forte, et la bande 9.066µm, plutôt moyenne, sont assez proches pour être en général considérées comme une seule bande.

L'ozone a une forte bande à 4.7µm, mais elle joue un faible rôle, car elle est située aux limites des spectres d'émission du soleil et de la Terre.

- CH_4, N_2O

Rôle de leurs fortes bandes à 7.6µm et 7.8µm, car ce domaine spectral est assez transparent

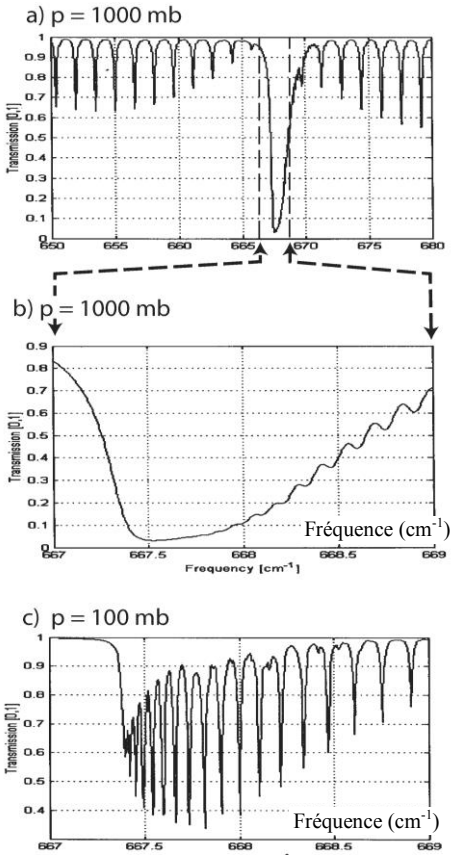


Figure 134 :
Spectre à haute résolution spectrale de la transmittance du CO_2 pour un trajet de 1m pour une concentration usuelle de CO_2 à la pression de 1000 mb. b) est un zoom de la branche Q du centre de a). Le zoom (c) de cette branche, mais pour une pression de 100 mb fait apparaître une juxtaposition de raies distinctes. Ces raies n'apparaissaient pas à plus forte pression (cas b).

II.5 Calculs sur des bandes spectrales larges

Tout intervalle spectral comporte souvent beaucoup de bandes et raies spectrales. La méthode "raie par raie" calcule des quantités comme la transmittance atmosphérique avec un modèle qui opère à partir des concentrations gazeuses, températures et pressions locales, et d'une base de données comme HITRAN (http://cfa-www.harvard.edu/hitran/) : 1,734,469 raies spectrales de 37 molécules dans sa version de 2004. Cette approche est très coûteuse en temps de calcul, surtout pour une application comme la météorologie qui exige des résultats en temps réel sur toute la planète. Elle est donc surtout utilisée sur des bandes spectrales étroites ou comme référence pour tester la précision de modèles plus simples.

La loi de Beer Lambert est valide pour le cas "monochromatique" mais pas pour une bande spectrale où $\alpha_e(\lambda)$ varie fortement. Plusieurs facteurs expliquent la variation de $\alpha_e(\lambda)$:

- le très grand nombre de raies,
- la variabilité de la largeur spectrale des raies avec la pression, la température et le gaz.
- la superposition et juxtaposition des raies, plus ou moins élargies.

Deux méthodes majeures permettent de surmonter les contraintes indiquées ci-dessus :

- *modèle de bandes*, qui donne la transmittance moyenne selon la quantité d'absorbants, ou
- *méthode "k-distribution"*, plus récent et précis, pour le transfert radiatif spectral moyenné.

Ces 2 méthodes subdivisent le domaine spectral en N intervalles spectraux $\Delta\nu$ qui sont assez larges pour contenir un grand nombre de raies et assez étroits pour que la fonction de Planck B_ν puisse être supposée constante dans chaque intervalle.

Eclairement descendant à l'altitude z : $E^{\downarrow}(z) = \int_0^{\infty} E_\nu^{\downarrow}(z).d\nu \approx \sum_{i=1}^{N} \int_{\Delta\nu} E_\nu^{\downarrow}(z).d\nu = \sum_{i=1}^{N} E_i^{\downarrow}(z)$

où $E_i^{\downarrow}(z)$ est l'éclairement dans chaque intervalle spectral $\Delta\nu_i$.

Aux grandes longueurs d'onde : $E_i^{\downarrow}(z) = \int_{\Delta\nu_i} E_\nu^{\downarrow}(z).d\nu = \int_{\Delta\nu_1} \int_z^{\infty} \pi.B_\nu[T(z')].\frac{\partial T(z',z,\bar{\mu})}{\partial z'}.dz'.d\nu$

où $\bar{\mu}$ est défini de sorte que $t(z',z,\bar{\mu})$ est la transmittance spectrale directionnelle moyenne

$$\Rightarrow E_i^{\downarrow}(z) = \pi.\Delta\nu_i.\int_z^{\infty} B_i[T(z')].\frac{\partial T_i(z',z,\bar{\mu})}{\partial z'}.dz' \quad \text{où } T_i(z',z,\bar{\mu}) = \frac{1}{\Delta\nu_i}.\int_{\Delta\nu_i} t(z',z,\bar{\mu}).d\nu = \frac{1}{\Delta\nu_i}.\int_{\Delta\nu_i} \exp[-\frac{\tau_\nu(z',z)}{\bar{\mu}}].d\nu$$

Le problème se ramène donc à calculer la transmittance $T_i(z',z,\bar{\mu})$ entre 2 niveaux z et z', pour chaque intervalle $\Delta\nu_i$. En pratique, ce problème est résolu en 2 étapes :

- calcul de T_i sur un trajet homogène où les formes et intensités des raies sont constantes.
- emploi des T_i pour des trajets inhomogènes où les raies varient (*e.g.*, variation de pression).

1) Modèle de bande

Les modèles de bandes aléatoires sont des solutions approchées par rapport aux modèles de raies. Ils reposent sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Toutes les raies ont le même profil $\Phi(\nu)$ et donc la même demi largeur à mi hauteur γ
- $\Delta\nu$ contient un nombre N de raies assez élevé pour autoriser une représentation statistique
- Distribution des raies. Elle est supposée aléatoire (*e.g.*, modèle de Goody) ou périodique (*e.g.*, modèle d'Elsasser). La distribution aléatoire est adaptée à H_2O, car les positions des raies de son spectre complexe semblent indépendantes les unes des autres. La distribution périodique est adaptée aux raies des branches P et R d'un mode de vibration de molécule linéaire (*e.g.*, CO_2). Elle tend à minimiser la superposition des raies.
- Loi de distribution P(S) des intensités S (m^2/kg) des raies ; $\int_0^{\infty} P(S).dS = 1.$
- L'absorption dans $\Delta\nu$ est exclusivement due aux N raies centrées à l'intérieur de $\Delta\nu$ et toute l'étendue spectrale de chacune de ces N raies est supposée incluse dans $\Delta\nu$.

$\Rightarrow$ - Largeur moyenne équivalente : $\bar{W} = \int_0^{\infty} W(S).P(S).dS$

- Intensité moyenne : $\bar{S} = \int_0^{\infty} S.P(S).dS$ (*i.e.*, section efficace par unité de masse : $m^2.kg^{-1}$)

Les principales distributions P(S) des intensités sont :

- δ distribution (intensités identiques) : $P(S) = \delta(S-\bar{S})$
- Distribution exponentielle : $P(S) = \frac{1}{\bar{S}}.\exp[-\frac{S}{\bar{S}}]$

- Distribution de Godson : $P(S)=\frac{\bar{S}}{S_{max}.S}$ pour $S < S_{max}$
- Distribution de Malkmus : $P(S)=\frac{1}{S}.\exp[-\frac{S}{\bar{S}}]$

Les 2 modèles classiques de Goody et Malkmus sont présentés ici. Tous deux utilisent une distribution aléatoire des raies et une probabilité P(S).

- ***Modèle de Goody*** : $P(S)=\frac{1}{\bar{S}}.\exp[-\frac{S}{\bar{S}}]$

L'épaisseur moyenne équivalente est :

$\bar{W}=u.\bar{S}.\sqrt{1+\frac{\bar{S}.u}{\pi.\gamma}}$ où $u=\int \rho(z).\frac{dz}{\mu}$ (kg/m^2) est la densité intégrée du gaz traversé, et γ (cm^{-1}) est la demi-largeur moyenne de la raie (*i.e.*, moyenne quadratique des demi largeurs spectrales pondérées par les intensités).

Pour de faibles raies (*i.e.*, $u.\bar{S} << \gamma$) : $\bar{W}\approx u.\bar{S}$. Pour de fortes raies $\bar{W}\approx\sqrt{\pi.u.\bar{S}.\gamma}$

La transmittance moyenne le long d'un trajet homogène est : $T_{g,G}=\exp[-\frac{u.\bar{S}}{d.\sqrt{1+\frac{\bar{S}.u}{\pi.\gamma}}}]$

où $d=\frac{\Delta\nu}{N}$ est la distance moyenne entre raies (cm^{-1}).

Le modèle de Goody tend à sous estimer l'absorption gazeuse dans le cas d'un faible nombre de faibles raies. Il représente assez bien l'absorption de la vapeur d'eau.

- ***Modèle de Malkmus*** : $P(S)=\frac{1}{S}.\exp(-\frac{S}{\bar{S}})$

L'épaisseur moyenne équivalente est $\bar{W}=2\pi.\gamma.[\sqrt{1+\frac{\bar{S}.u}{\pi.\gamma}}-1]$

Pour de faibles raies : $\bar{W}\approx u.\bar{S}$. Pour de fortes raies : $\bar{W}\approx 2.\pi^{0.5}.\sqrt{u.\bar{S}.\gamma}$

La transmittance moyenne le long d'un trajet homogène est : $T_{g,M}=\exp[-\frac{2\pi.\gamma}{d}.\left(\sqrt{1+\frac{\bar{S}.u}{\pi.\gamma}}-1\right)]$

Les codes 6S et "Emeraude-Péridot" utilisent ce modèle. Il est bien adapté pour CO_2 et O_3.

Les modèles de bandes s'appuient souvent sur $\bar{S}$ et γ. En présence de N raies faibles ou fortes, on pose souvent $W(\bar{S},\gamma)=\frac{1}{N}.\sum_{i=1}^{N} W(S_i,\gamma_i)$ ce qui donne $\bar{S}=\frac{1}{N}.\sum_{i=1}^{N} S_i$ pour de faibles raies (*i.e.*, $W(\bar{S},\gamma)=u$). Par contre, pour de fortes raies :

- Modèle de Goody : $\sqrt{\bar{S}.\gamma}=\frac{2}{\sqrt{\pi}.L}.\sum_{i=1}^{N}\sqrt{S_i.\gamma_i}$.
- Modèle de Malkmus : $\sqrt{\bar{S}.\gamma}=\frac{1}{\sqrt{\pi}.L}.\sum_{i=1}^{N}\sqrt{S_i.\gamma_i}$.
- Modèle quelconque de raies : $\sqrt{\bar{S}.\gamma}=\frac{1}{N}.\sum_{i=1}^{N}\sqrt{S_i.\gamma_i}$

Des tables donnent $\sum_{i=1}^{N} S_i$ et $\sum_{i=1}^{N}\sqrt{S_i.\gamma_i}$ pour les gaz atmosphériques.

Les modèles de bandes donnent la transmittance pour des trajets homogènes. Plusieurs approches sont utilisées pour les adapter au cas usuel où T et/ou P varie :

- Substitution du trajet réel u par un trajet $\bar{u}$ qui donne la même transmittance T au niveau des ailes de la raie (la transmittance au centre de la raie estr nulle).
- Approximation HCG (Hulst / Curtis / Godson). $T_{hétérogène}(u)=T_{homogène}(\bar{u},\bar{P})$, avec :

$$\{\bar{P}=\frac{P_1+P_2}{2},\ \bar{u}=\int_{z_1}^{z_2}u(z).dz\}\ \text{pour un trajet entre } z_1 \text{ et } z_2,$$

2) Méthode de la distribution k

Elle est valide même lors de diffusions, contrairement au modèle de bandes. Elle remplace l'intégrale sur $\Delta\nu$ de la fonction spectrale $f(\nu)=e^{-k(\nu,P(z),T(z)).u(z)}$ très variable par l'histogramme cumulé $g(k(\nu,P(z),T(z))$ (*Figure 135*) sur l'intervalle $\Delta\nu_i$ retenu, fonction régulière croissante monotone de 0 à 1, avec k (*i.e.*, α) le coefficient d'extinction. Ainsi, la transmittance sur $\Delta\nu_i$ est $T_i(u,P)=\int_0^1 \exp[-k(g).u].dg$. Cette méthode n'est utile que lors de calculs répétitifs, car calculer $g(k,\bar{P})$ est aussi coûteux que calculer $k(\nu,P,T)$ à toutes les fréquences ν.

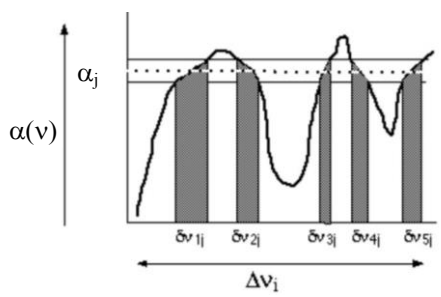


Figure 135 : Calcul de la somme des J sous intervalles spectraux $\delta\nu_{ij}$ de l'intervalle $\Delta\nu_i$ dans lesquels $\alpha(\nu)$ (*i.e.*, $k(\nu)$) a la même valeur α_j.

En fait, $g(\alpha)$ dépend du chemin atmosphérique, car la température et la pression varient. Ainsi, la fréquence qui correspond à une valeur donnée de g dépend de l'altitude. En fait les fonctions $\alpha(\nu,P')$ et $\alpha(\nu,P'')$, où P' et P'' $\in [0\ \infty]$, associées à une même valeur de g sont assez bien corrélées. Cette corrélation permet d'appliquer la méthode "k distribution" sur les parcours inhomogènes où α varie avec l'altitude. C'est la méthode "k-correlated distribution".

II.6 Application : chauffage / refroidissement de l'atmosphère

La Figure 136 montre les contributions au forçage radiatif ΔP dus aux changements survenus de 1750 à 2005 (http://www.livingreviews.org/lrsp-2007-2). La variation de température de la terre due à ΔP est : $\Delta T = a.\Delta P$, avec a compris entre 0.3 et 1.0 K/(W/m^2).

Le bilan radiatif atmosphérique est en général calculé sur des bandes spectrales $\Delta\nu$ ou sur tout le domaine spectral. En général, le bilan radiatif à toute altitude z est : $E_{net}(z) = E^{\uparrow}(z) - E^{\downarrow}(z)$. Pour l'intervalle spectral $\Delta\nu_i$, les flux montants et descendants sont :

$$E_i^{\uparrow}(z)=E_i^{\uparrow}(0).T_i(0,z)+\Delta\nu_i.\int_0^z \pi.L_{Bi}(z').\frac{\partial T_i(z',z)}{\partial z'}.dz' \quad \text{et} \quad E_i^{\downarrow}(z)=E_i^{\downarrow}(\infty).T_i(z,\infty)-\Delta\nu_i.\int_z^{\infty} \pi.L_{Bi}(z').\frac{\partial T_i(z,z')}{\partial z'}.dz'$$

où $T_i(z,z')$ est la transmittance moyenne sur la bande $\Delta\nu_i$ entre les altitudes z et z'.

Le bilan radiatif d'une couche atmosphérique d'épaisseur Δz est : $E_{net}(z) = E^{\uparrow}(z) - E^{\downarrow}(z-\Delta z)$

Le taux de chauffage de cette couche est : $Q(z) = -\frac{1}{\rho(z).C_p}.\frac{\partial E_{net}(z)}{\partial z}$

pour un air de densité $\rho(z)$ et de capacité calorifique à pression constante $C_p = 1005$ J/kg/K.

Q est en général exprimé en °C/jour. Il y a refroidissement radiatif de la couche si $Q < 0$.

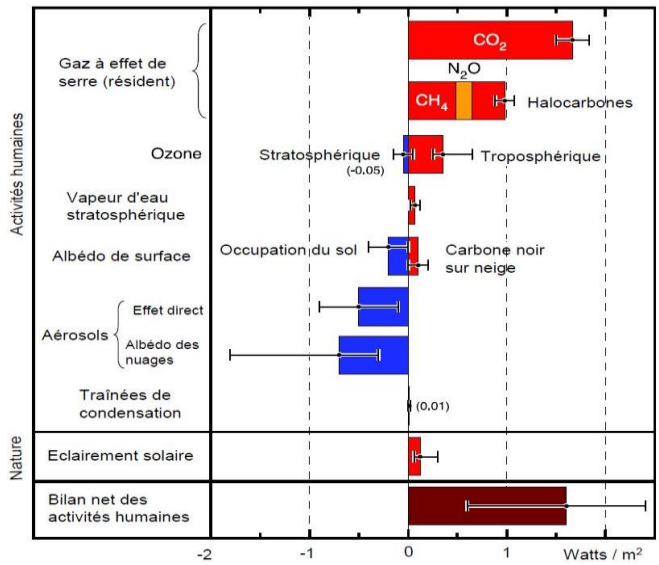


Figure 136: Contributions au forçage radiatif de 1750 à 2005.

En utilisant la relation $\frac{\partial}{\partial x}\int_{x_o}^{x} f(x,y).dy = \int_{x_o}^{x} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}.dy + f(x,x)$, on obtient :

$$Q(z).\rho(z).C_p = -E_i^{\uparrow}(0).\frac{\partial T_i(0,z)}{\partial z} + E_i^{\downarrow}(\infty).\frac{\partial T_i(z,\infty)}{\partial z} + \Delta\nu_i.[\int_{0}^{z} \pi.L_{Bi}(z').\frac{\partial^2 T_i(z',z)}{\partial z.\partial z'}.dz' - \int_{z}^{\infty} \pi.L_{Bi}(z').\frac{\partial^2 T_i(z,z')}{\partial z.\partial z'}.dz'$$

$$- \pi.L_{Bi}(z).\{\frac{\partial T_i(z',z)}{\partial z'}\}_{z'=z} + \pi.L_{Bi}(z).\{\frac{\partial T_i(z,z')}{\partial z'}\}_{z'=z}$$

$$\Rightarrow\ Q(z) = -\frac{1}{\rho(z).C_p}.\{-[E_i^{\uparrow}(0) - \Delta\nu_i.\pi.L_{Bi}(z)].\frac{\partial T_i(0,z)}{\partial z} + [E_i^{\downarrow}(\infty) - \Delta\nu_i.\pi.L_{Bi}(z)].\frac{\partial T_i(z,\infty)}{\partial z}$$

$$- \Delta\nu_i.\pi.\int_{z}^{\infty}[L_{Bi}(z') - L_{Bi}(z)].\frac{\partial^2 T_i(z,z')}{\partial z'.\partial z}.dz' - \Delta\nu_i.\pi.\int_{0}^{z}[L_{Bi}(z') - L_{Bi}(z)].\frac{\partial^2 T_i(z',z)}{\partial z'.\partial z}.dz'\}$$

On a donc $Q(z) = -\frac{1}{\rho(z).C_p}.\{A + B + C + D\}$. Les 4 termes indiquent le degré de couplage radiatif entre le niveau z et la colonne atmosphérique :

a) $A = -[E_i^{\uparrow}(0) - \Delta\nu_i.\pi.L_{Bi}(z)].\frac{\partial T_i(0,z)}{\partial z}$: chauffage / refroidissement radiatif avec l'interface inférieure. Dans l'IRT, cette interface est en général assimilée à un corps noir de température T_s, si bien que $E_i^{\uparrow}(0) \approx \Delta\nu_i.\pi.L_{Bi}(T_s)$. En général : $T_s > T(z)$, si bien que $A > 0$.

b) $B = [E_i^{\downarrow}(\infty) - \Delta\nu_i.\pi.L_{Bi}(z)].\frac{\partial T_i(z,\infty)}{\partial z}$: chauffage / refroidissement radiatif avec l'interface supérieure. Dans les grandes longueurs d'onde, (B) est le terme est prépondérant. Il représente le refroidissement vers l'espace : $B<0$ dans l'IRT, car $E_i^{\downarrow}(\infty) \approx 0$. Par contre, dans les courtes longueurs d'onde. VIS, on a en général $B>0$, car $E_i^{\downarrow}(\infty) = E_{soleil}$.

c) $C = -\Delta\nu_i.\pi.\int_{z}^{\infty}[L_{Bi}(z') - L_{Bi}(z)].\frac{\partial^2 T_i(z,z')}{\partial z'.\partial z}.dz'$ et $D = -\Delta\nu_i.\pi.\int_{0}^{z}[L_{Bi}(z') - L_{Bi}(z)].\frac{\partial^2 T_i(z',z)}{\partial z'.\partial z}.dz'$: chauffage / refroidissement radiatif avec tous les niveaux z' de l'atmosphère au-dessus et au-dessous de l'altitude z. Le bilan net est d'autant plus fort que la différence de température $|T(z) - T(z')|$ est élevée et que le couplage (dérivée seconde de $T_i(z,z')$) est fort. Ainsi, pour une atmosphère très absorbante (*e.g.*, absorption de CO_2 à 15µm), les couches

les plus proches de la couche z donnent le plus fort couplage, mais contribuent peu au bilan radiatif, car leur température est proche de T(z). Selon les cas, les chauffage et refroidissement (C) et (D) se compensent ou non. Ainsi, au milieu de la troposphère, où T(z) décroît quasi linéairement, (C) et (D) s'équilibrent. En général, le bilan "C + D" tend à être maximal si T(z) a un un maximum ou minimum local. Ainsi, la tropopause est chauffée par les couches plus chaudes de la stratosphère et de la troposphère.

- *Chauffage de l'atmosphère dans les courtes longueurs d'onde*

La *Figure 137* montre le profil de chauffage atmosphérique aux courtes longueurs d'onde.

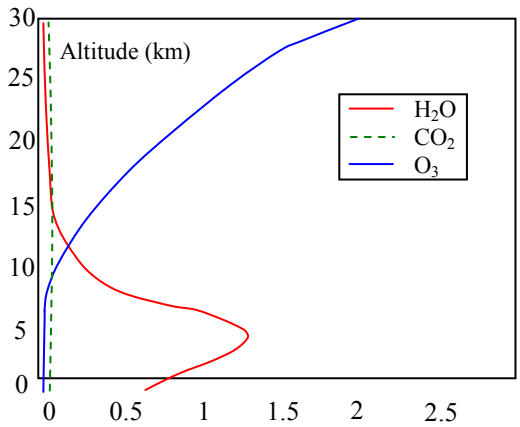


Figure 137 :
Profil de chauffage atmosphérique dans les courtes longueurs d'onde.

Les 3 gaz qui contribuent le plus au chauffage sont :

- H_2O : dans la troposphère (z<15km). Il vaut jusqu'à 1.3K/Jour.
- CO_2 : beaucoup plus faible. Il est <0.05K/Jour.
- O_3 : surtout dans la stratosphère où il dépasse 2K/Jour. En effet, il est créé dans la stratosphère où il est créé par interaction des UV avec O_2 atmosphérique.

Le chauffage total est la somme des chauffages de plusieurs gaz. La Figure 138 montre le chauffage total pour 3 angles zénithaux solaires θ_s: logiquement, le chauffage croît avec θ_s.

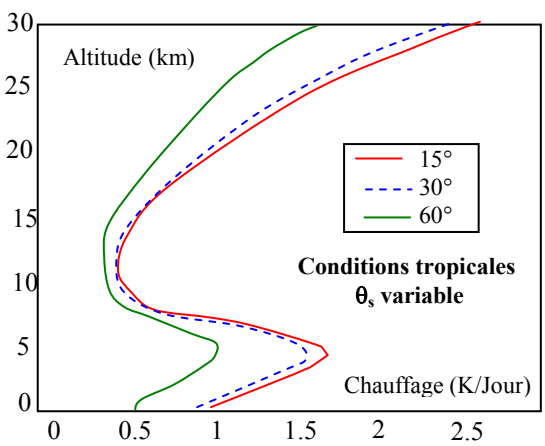


Figure 138 :
Profil de chauffage atmosphérique dans les grandes longueurs d'onde.

Les profils de chauffage indiqués ci-dessus ne correspondent qu'au rayonnement solaire direct. En fait, l'atmosphère est aussi chauffée par l'émission thermique terrestre dans les grandes longueurs d'onde (*cf.* ci-dessous), par la conduction directe de chaleur du sol à l'air juste au-dessus de celui-ci, et par l'évaporation de l'eau de surface, suivie par sa condensation ultérieure dans les nuages.

- *Refroidissement de l'atmosphère dans les grandes longueurs d'onde*

Dans les grandes longueurs d'onde, toute partie de l'atmosphère est à la fois un émetteur et un absorbant. Il y a chauffage si l'absorption domine et refroidissement dans le cas contraire. Les profils de chauffage / refroidissement de l'atmosphère sont plus difficiles à interpréter, car chacun des 4 termes de Q(z) peut être important.

La Figure 140 montre le profil de chauffage atmosphérique aux grandes longueurs d'onde de H_2O, CO_2 et O_3. La vapeur d'eau a 2 profils : profil associé à ses modes de vibration / rotation près de 6.3 µm et au-delà de 15 µm, et profil du au continuum de la vapeur d'eau.

Du fait de la grande opacité de sa bande à 15 µm, élargie par la pression, le CO_2 contribue peu au chauffage net de l'atmosphère. Le rayonnement émis à un niveau est absorbé à un niveau voisin qui a presque la même température. Le CO_2 donne un léger chauffage net au niveau de la tropopause, car la température y est minimale. Aux plus hautes altitudes, l'élargissement de la raie du CO_2 décroît beaucoup, ce qui permet au rayonnement émis vers le haut de "s'échapper" vers l'espace (*i.e.*, refroidissement vers l'espace).

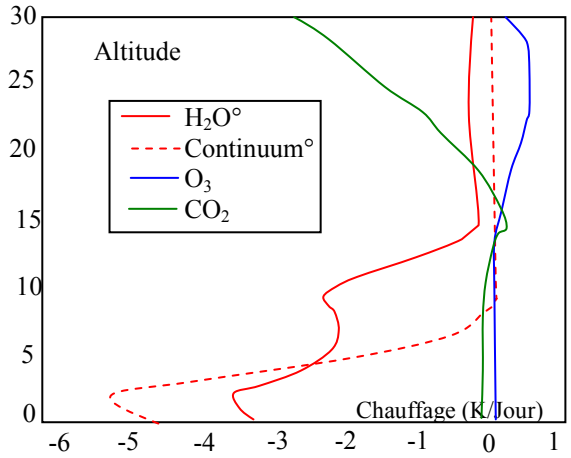


Figure 139 :

Profil de chauffage atmosphérique dans les grandes longueurs d'onde (IRT), dans le cas d'une atmosphère tropicale sans nuage. Les valeurs négatives correspondent au refroidissement.

Etant concentré aux basses altitudes, H_2O induit un effet de refroidissement vers l'espace entre 3 et 10 km d'altitude, avec un taux de refroidissement de 2 à 3.5 K/Jour. Les 2 pics du profil de bande de H_2O sont associés aux différentes bandes, avec le pic de plus haute altitude associé à la bande la plus intense. Au-dessus de 15km, il y a très peu de H_2O, si bien que sa contribution au chauffage net est très faible (≈0.2 K/Jour).

Le profil de H_2O associé à son continuum illustre bien le fait que l'absorption du continuum est très sensible à la pression : forte émission aux faibles altitudes (*i.e.*, fortes pression), et quasi transparence au-delà de 10km d'altitude (*i.e.*, faibles pressions). Le maximum (5K/Jour) du refroidissement vers l'espace survient à 3km d'altitude.

O_3 induit le seul chauffage net significatif dans l'atmosphère à moins de 30km d'altitude, avec un chauffage maximum de ≈0.5K/Jour entre 20km et 30km. Ce chauffage est du à l'absorption du rayonnement issu des surfaces terrestres par le bas de la couche de O_3, en particulier dans la bande à 9.6µm. Les profils indiqués dépendent de la distribution verticale des gaz, c'est-à-dire du type d'atmosphère (Tropical, Eté Mi-latitude,…).

Dans la stratosphère, il y a quasiment compensation entre le chauffage dans les courtes longueurs d'onde et le refroidissement dans les courtes longueurs d'onde. En effet, les seuls mécanismes d'énergie sont radiatifs. Ce n'est pas le cas pour la troposphère.

II.7 Modèle Arpege (aspects radiatifs)

1) Présentation

Arpège est le nom du logiciel informatique développé et utilisé par Météo France pour établir chaque jour les prévisions du temps (répartition et nature des nuages, précipitations, épaisseur de neige,…) sur toute la planète, à courte (jusqu'à trois jours), moyenne ou longue échéance. Météo-France développe et exploite également un autre modèle, Aladin qui peut-être utilisé sur une portion de la planète (*Figure 140*). Développés sous la responsabilité du service de recherche de Météo-France (CNRM), ces modèles sont gérés de manière opérationnelle par des services dédiés.

Ce type de logiciel est appelé "modèle de prévision numérique opérationnel" :

- "modèle" car la méthode de prévision consiste à représenter l'évolution de l'atmosphère via un ensemble de lois physiques. On calcule ainsi l'évolution de l'atmosphère à partir d'un état initial supposé connu parfaitement.
- "numérique" car l'état de l'atmosphère est décrit par une série de nombres et les lois physiques par des opérations sur ces nombres.
- "opérationnel" car le modèle fournit des prévisions quotidiennes fiables.

L'atmosphère est décrite grâce à 4 paramètres (vent, température, humidité et pression). Elle est découpée en petites "boîtes virtuelles" réparties à peu près régulièrement dans l'espace. La taille des "boîtes" va de 20 à 250 km, et 500 mètres d'épaisseur (coupe de l'atmosphère) en moyenne. Chaque boîte est caractérisée par les deux composantes horizontales du vent, la température et l'humidité. L'ensemble de ces points s'appelle la "grille" du modèle. Sur la verticale, les points de la grille sont superposés. La distance qui sépare deux points de grille s'appelle la "résolution". Ainsi, le modèle Arpège France actuel découpe l'atmosphère en 4 millions de petites boîtes environ. Tout point au sol est caractérisé par les propriétés de l'air (pression de surface, température et humidité à 2m) et du sol (températures et réservoirs d'eau de surface et du sol profond, réservoir de neige).

Une spécificité majeure du modèle Arpège est de pouvoir utiliser une grille horizontale irrégulière, resserrée au voisinage d'un point (*Figure 140*). Ceci permet d'affiner les prévisions dans cette zone, tout en tenant compte des phénomènes hors de cette zone : les champs fournis à différents instants par un modèle dit de "grande échelle" sont interpolés et intégrés à un modèle plus fin (relief et/ou conditions de surface plus détaillées). *

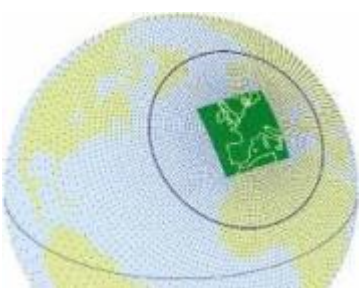


Figure 140 :

Grille utilisée pour l'application opérationnelle "Arpège France", en service début 2000. La moitié des points est dans le cercle centré sur la France. Le quadrilatère vert représente la région planétaire utilisée par le modèle opérationnel "Aladin France".

2) Rayonnement

Le soleil est la principale source d'énergie du système "Terre - atmosphère". Il rayonne surtout de 0.25 à 5 µm, comme un corps noir de température ≈6000K. L'atmosphère est modélisée comme la superposition de couches homogènes. Elle absorbe et diffuse en partie le

rayonnement solaire. L'absorption est surtout due à l'ozone dans le domaine de l'ultra-violet, la vapeur d'eau et, à un degré moindre, le gaz carbonique dans le domaine de l'infra-rouge. La diffusion est due aux gaz atmosphériques, ainsi qu'aux aérosols et nuages. La surface terrestre absorbe une part du rayonnement incident et en réfléchit l'autre part selon son albédo de surface. La terre rayonne également, selon sa température et son émissivité de surface. Ce rayonnement est très absorbé par l'atmosphère. Les couches atmosphériques émettent aussi un rayonnement qui dépend de leur température et émissivité.

Dans le schéma radiatif d'Arpège, la rapidité de calcul est privilégiée aux dépens de la précision absolue. En effet, il est jugé plus important de tenir compte des interactions à très court terme avec la température de surface du sol continental ou avec les fluctuations de la nébulosité, que de contrôler les biais dus par exemple à la configuration spectroscopique très particulière d'une certaine bande d'absorption (cf. intégration spectrale).

Les phénomènes radiatifs mis en jeu sont complexes et les paramètres à calculer très nombreux. Par suite, la paramétrisation du rayonnement est la plus difficile à réaliser. A partir de l'équation du transfert radiatif, elle calcule les différents flux radiatifs au sommet et à la base de chaque couche atmosphérique considérée, pour en déduire une tendance de température due au rayonnement. Elle donne la variation de la luminance spectrale $L_\lambda(\Omega)$ ($W.m^{-2}.sr^{-1}.m^{-1}$) à la traversée d'un milieu d'épaisseur optique $\tau_\lambda(\Omega)$, à partir de 3 effets :

- perte par extinction : perte de rayonnement par diffusion et absorption. Elle est proportionnelle à la luminance et à la masse de matière traversée.
- gain par diffusion : apport dû aux rayons diffusés dans la direction incidente.
- gain par émission thermique, selon la température de la couche.

Arpège résout l'ETR "$\mu.\frac{dL(\Omega)}{d\tau}=L(\Omega)-\frac{\alpha_a}{\alpha}.\mathcal{B}(\Omega)-\frac{\alpha_d}{\alpha}.\mathcal{J}(\Omega)$" avec la quadruple intégration :

- <u>angulaire</u> : sur toutes les directions $2\pi^+$ et $2\pi^-$ pour toute couche atmosphérique,
- <u>verticale</u> : couches atmosphériques infiniment fines et de propriétés optiques homogènes
- <u>spectrale</u> : sur toutes les longueurs d'onde du spectre.
- <u>optique</u> : sur les trajets atmosphériques, avec prise en compte de leur inhomogénéité (emploi de la méthode Curtis Godson).

pour chacun des absorbants (modèles de raies d'absorption de Goody et Malkmus).

Cette quadruple intégration nécessite la connaissance de nombreux paramètres atmosphériques T(z), N(z),..., en tout lieu. De plus, elle entraîne des calculs gigantesques, ce qui implique l'emploi d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices :

- homogénéité horizontale de l'atmosphère,
- axisymétrie verticale des interactions atmosphériques,
- réflexion lambertienne du sol ; l'albédo définit la proportion de luminance réfléchie.

Le modèle de prévision météorologique Arpège résout l'équation du transfert radiatif avec l'approximation "2 flux + flux direct", ce qui est cohérent avec l'hypothèse : tout rayonnement diffus incident sur une couche atmosphérique rentre et sort isotrope. Ainsi, l'effet de la couche se résume à un facteur de diffusivité que l'on définit à partir du rapport du flux sortant au flux entrant. Ceci est une approximation, car les rayons verticaux d'un rayonnement incident

isotrope rencontrent moins de matière que les rayons obliques et devraient donc à la sortie avoir une intensité plus grande. Cette approche permet de représenter la transmission de tous les rayons à travers la couche par un seul rayon de direction θ définie ci-dessous avec la présentation de la méthode de résolution.

a) Intégration Angulaire

• Facteur de diffusivité / absorption

Un flux diffus isotrope (L(Ω)=L=cste) incident sur une couche τ de diffusants donne :

- Densité angulaire moyenne d'éclairement incident ↓ : $F\downarrow=\frac{1}{2\pi}.\int_0^{2\pi}\int_0^{-1}\mu.L.d\mu.d\phi=\frac{L}{2}$ $(W.m^{-2}.sr^{-1})$

- Densité angulaire moyenne d'éclairement transmis ↓ : $F\downarrow=\frac{1}{2\pi}.\int_0^{2\pi}\int_0^{-1}\mu.L.e^{\tau/\mu}.d\mu.d\phi=f(\tau)=e^{\tau/\mu'}.\frac{L}{2}$

La transmittance atmosphérique directe des flux F est la transmittance directe selon une direction Ω'(θ',Φ') : $e^{\tau/\mu'}=\int_0^{-1}\mu.e^{\tau/\mu}.d\mu$, où μ=cosθ. $\beta=|\frac{1}{\mu'}|$ est le facteur de diffusivité de la couche d'épaisseur optique τ. L'épaisseur optique moyenne est donc β.τ.

τ faible ⇒ épaisseur optique moyenne ≈ 2τ (τ=0 ⇒ μ'=0.5 ⇒ β=2) : pour un éclairement incident F↓, l'éclairement intercepté est donc 2τ.F↓ et l'émittance diffusée est 2τ.ω.F↓.

Du fait de la diffusion atmosphérique (ω≠0), μ' est supérieur à 0.5 (*i.e.*, β < 2) avec des valeurs qui dépendent du domaine spectral, de la fonction de phase, etc. En pratique, β≈1,66 ; *e.g.* le modèle de prévision météorologique Arpège utilise $\beta=\sqrt{e}=1,6487$.

• Correction de Rotondité

Une couche plane implique une épaisseur optique infinie pour une incidence rasante, ce qui est impossible du fait de la rotondité de la Terre. Par suite, "$\mu'=[\sqrt{\eta^2.\mu^2+2\eta+1}-\eta.\mu]^{-1}$ remplace le "μ" incident, avec η le rapport "Rayon terrestre/épaisseur atmosphérique".

• Approximation des 2 flux et flux direct

Le transfert radiatif atmosphérique est alors décrit avec les éclairements $F_\nu\downarrow$ et $F_\nu\uparrow$, et l'éclairement solaire direct $S_\nu = E_{s\nu}.\mu_s.e^{\tau\nu/\mu s}$. Dans le domaine spectral VIS et PIR :

$$\frac{\delta S_\nu}{\delta\tau_\nu} = -\frac{S_\nu}{|\mu_s|}$$

$$\frac{\delta F_\nu\downarrow}{\delta\tau_\nu} = \alpha_2.F_\nu\uparrow - \alpha_1.F_\nu\downarrow + \alpha_4.\frac{S_\nu}{|\mu_s|}$$

$$\frac{\delta F_\nu\uparrow}{\delta\tau_\nu} = -\alpha_1.F_\nu\uparrow + \alpha_2.F_\nu\downarrow + \alpha_3.\frac{S_\nu}{|\mu_s|}$$

où $\alpha_1 = 2.[1-\omega_\nu.(1-\Gamma_\nu)]$ et $\alpha_2 = 2.\omega_\nu.\Gamma_\nu$

$\alpha_3 = \omega_\nu.\vartheta_\nu(\mu_s)$ et $\alpha_4 = \omega_\nu.[1-\vartheta_\nu(\mu_s)]$

$\delta\tau_\nu$: épaisseur optique d'une couche pour la direction verticale (*i.e.*, $2.\delta\tau_\nu$ pour F_ν).

$\vartheta_\nu(\mu_s)$: fraction diffusée vers ↑ de $S_\nu(\mu_s)$ diffusé = $\dfrac{\text{Emittance} \uparrow (S_\nu(\mu_s) \text{ diffusé} \uparrow)}{\text{Emittance } (S_\nu(\mu_s) \text{ diffusé sur } 4\pi)}$

Γ_ν : fraction rétrodiffusée du rayonnement diffus (↓ ou ↑) qui est diffusé.

$$\Gamma_\nu = \frac{\text{Emittance (F} \downarrow \text{ ou} \uparrow\text{, rétrodiffusé)}}{\text{Emittance (F} \downarrow \text{ ou} \uparrow\text{, diffusé)}} = \frac{\omega.2.d\tau.\int_{2\pi} L(\mu_s).\mu_s.\vartheta_\nu(\mu_s).d\mu_s.d\phi_s}{\omega.2.d\tau.\int_{2\pi} L(\mu_s).\mu_s.d\mu_s.d\phi_s} = 2.\int \mu_s.\vartheta_\nu(\mu_s).d\mu_s$$

où l'intégrale sur 2π est sur $2\pi^+$ (↑) ou $2\pi^-$ (↓).

$$\frac{\alpha_3}{|\mu_s|} = \frac{1}{d\tau_\nu(\Omega_s)} \cdot \frac{\text{Emittance } (S_\nu \text{ diffusé})}{\text{Eclairement incident } S_\nu} \cdot \frac{\text{Emittance} \uparrow (S_\nu \text{ diffusé} \uparrow)}{\text{Emittance } (S_\nu \text{ diffusé})} = \frac{\mu_s}{d\tau_\nu} \cdot \frac{\omega_\nu.d\tau_\nu/\mu_s.S_\nu}{S_\nu}.\vartheta_\nu(\mu_s) = \omega_\nu.\vartheta_\nu(\mu_s)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{d\tau_\nu} \cdot \frac{\text{Emittance } (F_\nu\downarrow \text{ diffusé})}{\text{Eclairement } F_\nu\downarrow} \cdot \frac{\text{Emittance}\uparrow (F_\nu\downarrow \text{ diffusé} \uparrow)}{\text{Emittance } (F_\nu\downarrow \text{ diffusé})} = \frac{\omega_\nu.2d\tau_\nu.F_\nu\downarrow}{d\tau_\nu.F_\nu\downarrow}.\Gamma_\nu = 2.\omega_\nu.\Gamma_\nu$$

$F_\nu\downarrow$ sur $d\tau_\nu \Rightarrow \alpha_1.F_\nu\downarrow.d\tau_\nu = [F_\nu\downarrow(\tau_\nu) - F_\nu\downarrow(\tau_\nu+d\tau_\nu)]$ = flux intercepté par $d\tau_\nu$ et non diffusé vers le bas.

$$= [F_\nu\downarrow(\tau_\nu) - F_\nu\downarrow(\tau_\nu) - \frac{dF_\nu\downarrow(\tau_\nu)}{d\tau_\nu}.d\tau_\nu] = F_\nu\downarrow.2d\tau_\nu.[1-\omega_\nu.(1-\Gamma_\nu)]$$

L'émission thermique $\pi.B_\nu(T)$ est introduite dans le domaine spectral où elle est non négligeable. Les termes fonction de S_ν peuvent être négligés si le rayonnement solaire est négligeable devant le rayonnement thermique atmosphérique.

b) Intégration Verticale

Soit une couche atmosphérique homogène avec des coefficients α_1, α_2, α_3, et α_4 constants.

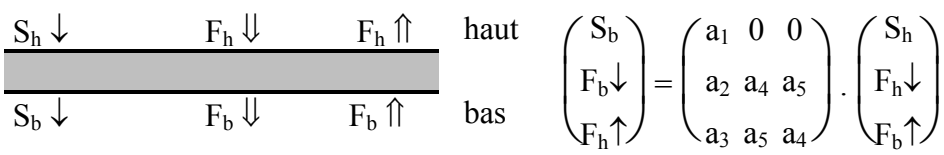


Figure 141 : Equations de continuité aux bornes d'une couche atmosphérique.

a_2 : diffusion avant du rayonnement direct ; $\dfrac{\alpha_4}{|\mu_s|}.\Delta\tau_\nu$.

a_3 : rétrodiffusion du rayonnement direct ; $\dfrac{\alpha_3}{|\mu_s|}.\Delta\tau_\nu$.

a_4 : transmission du rayonnement diffus incident ; $1 - \alpha_1.\Delta\tau_\nu$.

a_5 : rétrodiffusion du rayonnement diffus ; $\alpha_2.\Delta\tau$.

L'atmosphère est ensuite étudiée en tant que milieu à n couches. La connaissance des termes (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) de chaque couche conduit à n systèmes à 3 équations pour calculer 3.(n+1) flux. Les conditions limites donnent les 3 équations de fermeture :

En haut : $S(0) = \mu_s.E_s$ et $F_\nu\downarrow(0)=0$

En bas : $F_\nu\uparrow(n+1) = \text{Albédo}(\mu_s).S(n+1) + \langle\text{Albédo}\rangle.F_\nu\downarrow(n+1)$

On obtient un système à 3(n+1) équations et 3(n+1) inconnues. Sa résolution (*e.g.* méthode des pivots de Gauss) est d'autant plus lourde que la matrice est creuse. Si les n couches atmosphériques sont identiques (*i.e.*, mêmes coefficients a_1, a_2, .., a_5) le système s'écrit :

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_3 & -a_5 & 1 & 0 & 0 & -a_4 \\ -a_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a_2 & -a_4 & 0 & 0 & 1 & -a_5 \\ 0 & 0 & 0 & -a_3 & -a_5 & 1 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & 0 & 1 & -a_5 \\ & & & -A_s & -\langle A \rangle & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} S_1 \\ F_1\downarrow \\ F_1\uparrow \\ S_2 \\ F_2\downarrow \\ F_2\uparrow \\ : \\ S_{n+1} \\ F_{n+1}\downarrow \\ F_{n+1}\uparrow \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mu_s.E_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ : \\ : \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Figure 142 : Système utilisé pour résoudre l'intégration verticale de l'ETR atmosphérique.

La prise en compte de l'émission thermique est souvent réalisée en supposant que chaque couche est isotherme. Il y a donc discontinuité en température entre les couches.

L'approche précédente est seulement valable par ciel clair. La prise en compte de nuages peut être réalisée avec des coefficients a_i supplémentaires, en supposant :

- dans une couche, tout nuage s'étend verticalement, et la proportion de nuage est constante.
- il n'y a pas d'effet latéral "nuage - ciel clair".
- distribution des nuages : aléatoire ou étalement maximum des nuages.

c) Intégration spectrale

On distingue les gaz et les corps gris (aérosols, nuages et gaz diffusants). Pour les corps gris la formulation est simple et linéaire par rapport à la quantité de matière traversée. Elle est beaucoup plus complexe (non linéaire vis à vis des quantités de gaz traversé) pour les gaz absorbants (H_2O, O_3, CO_2,…), car la variabilité spectrale de leurs coefficients d'absorption peut être très forte. Ainsi, beaucoup de raies d'absorption peuvent coexister dans un très petit intervalle spectral (*i.e.*, bande d'absorption). Il est employé un modèle simple de bandes d'absorption avec des hypothèses sur la distribution des raies et leur intensité

- la position des raies dans une bande est aléatoire, de sorte que la transmission due à toutes les raies d'un intervalle est égale au produit des transmissions de chaque raie de la bande.
- le modèle de bande de Malkmus donne la forme de la distribution de probabilité de l'intensité de toute raie, et donc la largeur de chaque intervalle spectral, pour chacun des 3 gaz actifs. Puis on intègre sur tout le spectre à l'aide des approximants de Pade (absorption moléculaire) et des fonctions de e-type (effets thermiques de l'eau).

d) Intégration optique

Il faut tenir compte des chemins optiques parcourus par les différents photons se trouvant dans la couche considérée. L'approximation de base est que l'on ne considère qu'un seul intervalle spectral pour chaque type de rayonnement (solaire et infrarouge thermique).

Cas solaire

Dans l'interaction "diffusion multiple - absorption gazeuse", seule l'absorption du flux parallèle descendant et du flux diffus réfléchi au sol sont calculés exactement. Les autres termes sont approchés à travers des épaisseurs optiques gazeuses calculées dans les 2 cas exacts et réutilisées telles quelles ensuite. On calcule les épaisseurs optiques en partant du sommet vers le sol (évaluation du flux parallèle descendant). On poursuit le calcul en repartant du sol vers le sommet, en se basant sur toute l'épaisseur optique de l'atmosphère qui vient d'être calculée. Ceci revient à considérer des rayons solaires réfléchis sur le sol et repartant vers l'espace. Ces épaisseurs optiques servent à évaluer les flux diffus.

Cas thermique

L'atmosphère est un empilement de couches isothermes avec une discontinuité entre les couches. Trois sortes de termes doivent être considérées :

i) Terme de refroidissement vers l'espace. Il correspond au refroidissement du système terre/atmosphère par rayonnement vers l'espace. C'est un terme formellement équivalent au rayonnement solaire arrivant (les photons repartent dans l'espace).

ii) Termes d'échange avec le sol

iii) Termes d'échange avec les autres couches.

Le terme de refroidissement vers l'espace est prépondérant. Il est donc calculé de façon exacte. Les termes d'échange sont calculés avec une précision moindre.

Références :

- Arpège : http://www.cnrm.meteo.fr/gmapdoc/meshtml/guide_ARP/lien1.html
  http://www.cnrm.meteo.fr/present/RetD99/etude.pdf
- Aérosols : http://www-loa.univ-lille1.fr/Accueil/documents/mamadou_brame_dea.pdf
- Corrections atmosphétiques : www.lisa.univ-paris12.fr/~schmechtig/these.ppt

III TRANSFERT RADIATIF DANS LES SURFACES TERRESTRES

La modélisation du rayonnement dans les couverts a 2 objectifs majeurs. Il s'agit d'étudier :

- les paramètres biophysiques du couvert (indice foliaire,…) à partir de mesures spatiales.
- le fonctionnement (photosynthèse, etc.) du couvert et son lien avec les mesures spatiales.

III.1 Les différents types de modèles (R(Ω), T(Ω) et bilan radiatif)

La propagation du rayonnement VIS, PIR et MIR dans un couvert (*i.e.*, forêt, culture, etc.), et donc sa réflectance, dépendent des mécanismes d'interaction électromagnétique avec ses éléments (feuilles, tiges, branches,…) constitutifs. Ces mécanismes dépendent des caractéristiques électromagnétiques (*i.e.*, constante diélectrique spectrale) et géométriques (*i.e.*, dimensions, orientation, position) des éléments du couvert. La prise en compte individuelle de toutes les interactions est irréalisable. Par suite, il faut introduire des simplifications, tout en tenant compte de certaines spécificités du couvert. Par exemple :

- Dans le visible, du fait de leur faible réflectance, les feuilles sont sujettes à beaucoup moins de diffusions multiples que dans le proche infrarouge.
- Contrairement aux gaz, les feuilles ne peuvent être assimilées à des éléments intercepteurs isotropes, du fait de leur dissymétrie spatiale : leur longueur est très supérieure à leur épaisseur. De plus, leur section efficace d'interception est égale à leur section efficace géométrique, car leurs dimensions sont très supérieures aux longueurs d'onde considérées.

La réflectance $R(\Omega_s,\Omega_v)$ des couverts (*i.e.*, rapport de quantités radiométriques directionnelles, selon une direction incidente unique (Ω_s) et une direction d'observation unique (Ω_v)) est en général représentée par le facteur de réflectance directionnelle (FRD). Pour les situations réelles où l'éclairement solaire et atmosphérique est distribué sur un hémisphère, il est souvent utilisé la notion de facteur de réflectance hémisphérique (FRH), c'est à dire la moyenne des $R(\Omega_s,\Omega_v)$ pondérés par les éclairements incidents $E(\Omega_v)$.

Il existe 2 groupes majeurs de modèles de réflectance et de bilan radiatif des couverts :

- Modèles analytiques empiriques et semi-empiriques. Ce sont les modèles les plus simples : la réflectance est représentée par une expression analytique, issue de mesures ou de la simplification de modèles plus complexes.
- Modèles géométriques et de transfert radiatif. Ils modélisent les aspects géométriques et optiques (*i.e.*, interception, diffusion, absorption) qui affectent la réflectance des couverts. Ils sont *a priori* plus exacts et plus robustes que les modèles analytiques, car ils s'appuient sur une formulation mécaniste qui prend en compte les conditions expérimentales d'acquisition et les caractéristiques du milieu étudié. Les modèles géométriques calculent la réflectance d'un couvert à partir de la réflectance de ses différents éléments. Les modèles de transfert radiatif calculent cette réflectance en simulant la propagation du rayonnement dans les couverts, à l'aide de l'équation du transfert radiatif. (*i.e.*, variation de la luminance $L(\bar{r},\Omega)$ le long d'un trajet $d\bar{r}$, en tout point $\bar{r}$ et pour toute direction Ω.

Les modèles se différencient par 2 aspects très dépendants :

- Mode de représentation du milieu de propagation. Il peut être très simplifié (*e.g.*, couches homogènes superposées) ou réaliste (*e.g.*, distribution 3-D discontinue d'éléments). Selon le cas, les mécanismes physiques mis en jeu sont modélisés à partir des propriétés optiques (*i.e.*, réflectance, transmittance) des couches du milieu, des propriétés optiques volumiques de ces couches, des propriétés optiques et géométriques des éléments du milieu, etc.

- Approche mathématique (méthode intégrale, numérique,...), via l'optique géométrique, le calcul de la transmittance moyenne ou l'emploi direct de l'équation du transfert radiatif.

1) Modèles analytiques de réflectance

Un modèle analytique utilise une expression analytique, fonction des directions d'éclairement (Ω_s) et d'observation (Ω_v), pour représenter la réflectance du couvert $R(\Omega_s,\Omega_v)$. Il résulte d'une approche empirique ou de la simplification d'un modèle "précis". Une régression entre ses simulations et des mesures ou simulations de référence permet de calculer tout ou partie des coefficients du modèle. Le nombre de ces coefficients diffère selon les modèles. Bien évidemment, il doit être peu élevé si le nombre de mesures indépendantes est faible. En raison de leur simplicité, les modèles analytiques linéaires sont très efficaces pour normaliser en temps réel les mesures satellites et pour calculer une quantité biophysique comme l'albédo. Par contre, l'obtention de paramètres biophysiques (LAI, %C, etc.) est impossible directement. Quelques modèles majeurs sont indiqués ci-dessous :

- $R(\theta_s,\theta_v) = R(0,0).\frac{k+1}{2}.\cos^{k-1}(\theta_s).\cos^{k-1}(\theta_v)$. (Minnaert, 1941)

  Ce modèle empirique est dit à 2 paramètres (R(0,0) et k). La réflectance est lambertienne si k=1. Elle est maximale au nadir si k>1, et minimale si k<1. θ_s et θ_v sont respectivement les angles zénithaux des directions d'éclairement (Ω_s) et d'observation (Ω_v).

- $R(\Omega_s,\Omega_v) = a.\theta_v^2 + b.\theta_v.\cos(\phi_{vs}) + c$ où $\phi_{vs} = \phi_v - \phi_s$ (Walthall *et al.*, 1985)

  Ce modèle représente 2 tendances classiques de la réflectance : l'augmentation aux grands angles zénithaux de visée θ_v, et de plus fortes valeurs pour les directions "arrière" (*i.e.*, $\phi_{vs} \in [-\frac{\pi}{2}\ \frac{\pi}{2}]$) que pour les directions "avant" (*i.e.*, $\phi_{vs} \in [\frac{\pi}{2}\ \frac{3\pi}{2}]$).

  Modification de Nilson et Kuusk (1989) : $R(\Omega_s,\Omega_v) = a.(\theta_v^2+\theta_s^2) + b.\theta_s^2.\theta_v^2 + c.\theta_s.\theta_v.\cos(\phi_{vs}) + d$

- $R(\Omega_s,\Omega_v) = \rho_{moy}.\frac{[\cos\theta_s.\cos\theta_v]^{k-1}}{[\cos\theta_s+\cos\theta_v]^{1-k}}.\Gamma(\theta_s,\theta_v,\Psi_{vs}).[1+\frac{1-\rho_c}{1+G}]$ (Rahman *et al.*, 1992)

  $G = \sqrt{\tan^2\theta_s+\tan^2\theta_v-2\tan\theta_s.\tan\theta_v.\cos\phi_{vs}}$, $\Gamma(\theta_s,\theta_v,\Psi_{vs}) = \frac{1-g^2}{1+g^2+2g.\cos\Psi_{sv}}$ = fonction Henyey-Greenstein (facteur d'asymétrie g) $\cos\Psi_{vs} = \cos\theta_s.\cos\theta_v + \sin\theta_s.\sin\theta_v.\cos(\phi_s - \phi_v)$ et facteur hot spot ρ_c.

  Ce modèle non linéaire résulte de l'ajout de termes 'physiques' au modèle de Minnaert (1941)

- $R(\Omega_s,\Omega_v) = k_o + k_1.\frac{(\pi - \phi_{vs}).\cos\phi_{vs} + \sin\phi_{vs}}{4.(|\cot\theta_s| + \cot\theta_v)} + k_2.\frac{\sin\phi_{vs} - \phi_{vs}.\cos\phi_{vs}}{4.(|\cot\theta_s| + \cot\theta_v)}$ (Deering *et al.*, 1990)

  Le milieu correspond à un sol lambertien (réflectance ρ_{sol}) surplombé de protusions opaques (réflectance ρ_p et projection verticale par unité de surface s) et de facettes (réflectance ρ_f et transmittance τ_f). La proportion de sol lambertien est f.

  $k_o = f.\rho_{sol}.e^{-s.(\tan\theta_s+\tan\theta_v)}$ $k_1 = [(1-f).\rho_f - \rho_p].e^{-s.(\tan\theta_s+\tan\theta_v)} + \rho_p$ $k_2 = (1-f).\tau_f.e^{-s.(\tan\theta_s+\tan\theta_v)}$

- $R(\Omega_s,\Omega_v) = \frac{\omega}{4}.\frac{1}{\mu_s+\mu_v}.[P(\Omega_s,\Omega_v).(1+b(\Omega_s,\Omega_v)) + H(\omega_v,\mu_s).H(\omega,\mu_v) - 1]$ (Hapke, 1986)

  $b(\Psi_{sv}) \approx b_o.[1+\frac{1}{h}.\tan(\frac{\Psi_{sv}}{2})]^{-1}$ $H(\omega,x) = \frac{1+2.x}{1+2.x.\sqrt{1-\omega}}$

  pour un milieu constitué de particules d'albédo ω et de fonction de phase $P(\Omega_s,\Omega_v)$.

- $R(\Omega_s,\Omega_v) = k_o + k_1.f_1(\theta_s,\theta_v,\phi_{vs}) + k_2.f_2(\theta_s,\theta_v,\phi_{vs})$

La réflectance est une combinaison linéaire de fonctions f_1 et f_2, appelées "noyaux" et conçues pour représenter les formes les plus classiques des FRD et FRH. Pour cela, ils sont respectivement associés aux diffusions d'ordre 1 de surface et de volume, et leur combinaison linéaire est égale à la différence de réflectance d'ordre 1 de surface et de volume par rapport à la configuration de référence "soleil et observateur au nadir". Les fonctions f_1 et f_2 sont donc nulles si $\theta_s=\theta_v=0°$. D'autre part, le terme k_o est la réflectance normalisée des effets bidirectionnels de surface, *i.e.* réflectance dans la configuration de référence. Il tend à inclure la composante de la réflectance due aux diffusions multiples du couvert, car celle-ci est relativement isotrope (Roujean, 1991). Le terme k_1 traduit la dimension et la disposition spatiale des éléments de la surface, alors que le terme k_2 quantifie les propriétés d'un milieu turbide. L'emploi de noyaux est d'autant plus justifié que f_1 et f_2 sont décorrélés sur les domaines de variation de Ω_s et Ω_v.

L'expression de la réflectance en tant que combinaison linéaire de fonctions simplifie :

- procédures d'inversion (*i.e.*, obtention de k_o, k_1 et k_2). Elles sont souvent basées sur la nullité des dérivées partielles d'une fonction d'erreur $\varepsilon(R(\Omega_s,\Omega_v))$ selon k_o, k_1 et k_2.

- calcul de la réflectance $\rho_{hém}$ et albédo $A=\frac{1}{\pi}.\int_{2\pi^-}\rho_{dh}(\theta_s).\cos\theta_s.d\Omega_s$, via le % éclairement diffus (SKYL) et des termes pré-calculés $I_1(\theta_s)=\int_{2\pi^+} f_1.\mu_v.d\Omega_v$ et $I_2(\theta_s)=\int_{2\pi^+} f_2.\mu_v.d\Omega_v$.
  Ainsi, $\rho_{dh}(\theta_s)=k_o+k_1.I_1(\theta_s)+k_2.I_2(\theta_s)$, $\rho_{hém}(\theta_s)=\rho_{dh}(\theta_s).[1-f(\theta_s)]+A.f(\theta_s)$ où $SKYL=f(\theta_s)$.

Ces modèles, appelés "KDBM" (Kernel Driven Bidirectional Model), ne sont pas toujours optimaux pour simuler les mesures satellites. Les expressions les plus courantes de f_1 et f_2 (Roujean *et al.*, 1992 ; Wanner *et al.*, 1995) sont indiquées ci-dessous.

Dans le modèle de Roujean *et al.* (1992), le terme surfacique f_1 dérive d'un modèle géométrique simple où le milieu est assimilé à une distribution aléatoire sur une surface plane de parallélépipèdes opaques et lambertiens de longueur l supérieure à leur hauteur h, et d'épaisseur e. Les diffusions et ombrages entre parallélépipèdes sont négligés.

$$f_1=\frac{1}{2\pi}.[(\pi-\phi_{vs}).\cos\phi_{vs}+\sin\phi_{vs}].\tan\theta_s.\tan\theta_v-\frac{1}{\pi}.(\tan\theta_s+\tan\theta_v)+\sqrt{\tan^2\theta_s+\tan^2\theta_v-2.\tan\theta_s.\tan\theta_v.\cos\phi_{vs}}$$

Si la réflectance des parallélépipèdes et du sol est ρ_{sol}, alors : $R(\Omega_s,\Omega_v)=\rho_{sol}.[1+\frac{h}{e}.f_1]$

Le terme volumique f_2 dérive de la simplification du modèle turbide de Ross (1981). Celui-ci simule la réflectance d'ordre 1 d'un milieu homogène dont les diffuseurs ont des facteurs géométriques $G(\theta_s)$ et $G(\theta_v)$ et une fonction de phase volumique $\frac{\Gamma(\Omega_s,\Omega_v)}{\pi}$:

$$R(\Omega_s,\Omega_v)=\frac{\Gamma(\Omega_s,\Omega_v)}{G(\theta_s).|\mu_s|+G(\theta_v).\mu_v}.[1-\exp[-LAI.(\frac{G(\theta_s)}{|\mu_s|}+\frac{G(\theta_v)}{\mu_v})]+\rho_{sol}.\exp[-LAI.(\frac{G(\theta_s)}{|\mu_s|}+\frac{G(\theta_v)}{\mu_v})]$$

Dans le cas d'un LAD sphérique et d'un LAI assez élevé, Roujean (1991) obtient :

$$f_{2,Roujean}=\frac{4}{3\pi}.[\frac{(\frac{\pi}{2}-\Psi_{sv}).\cos\Psi_{sv}+\sin\Psi_{sv}}{|\cos\theta_s|+\cos\theta_v}]-\frac{1}{3}$$

Il existe différentes formulations de f_1 et f_2. Ainsi, Wanner *et al.* (1995) ont calculé :

- f_1 : par simplification du modèle géométrique de Li et Strahler (1986) qui représente les arbres par des ellipsoïdes. La formulation analytique diffère selon les dimensions et le taux de couverture des arbres (*i.e.*, arbres qui peuvent se faire ou non de l'ombre).
- f_2 : par simplification du modèle turbide de Ross (1981). $f_2=\frac{3\pi}{4}.f_{2,Roujean}$ pour LAI élevé.

L'intérêt des coefficients k_o, k_1 et k_2 est de permettre un calcul simple, mais très approché, de plusieurs paramètres biophysiques. Ainsi, le taux de couverture σ_f d'un couvert végétal de réflectance ρ_{veg}, avec un sol de réflectance ρ_{sol} est parfois calculé à l'aide de la régression linéaire "$(DVI)_o = k_{o,PIR} - k_{o,VIS} = a.\sigma_f + b$", avec "$k_o = \sigma_f.\rho_{veg} + (1-\sigma_f).\rho_{sol}$".

- $R(\Omega_s,\Omega_v) = f(\Omega_s,\Omega_v)\ .\ f'(\Omega_s,\Omega_v)$ (Estève, 1997)

  $f(\Omega_s,\Omega_v) = c_1 + c_2.\theta_v.\cos(\Delta\phi_{sv}) + c_3.\theta_v^2.\cos^2(\Delta\phi_{sv}) + c_4.\theta_v^2.\sin^2(\Delta\phi_{sv})$ $\quad \Delta\phi_{sv}=\phi_v-\phi_s$

  $f'(\Omega_s,\Omega_v) = 1 + c_5.\exp[-a_1.(\frac{\Psi_{sv}}{c_6})^2]$ où $\Psi_{sv} = \text{acos}(\Omega_s.\Omega_v)$

  Le terme $f'(\Omega_s,\Omega_v)$ représente la composante "rétrodiffusion", souvent appelée "hot spot". Les coefficients c_5 et c_6 indiquent respectivement son intensité et sa largeur. Les termes au carré de $f(\Omega_s,\Omega_v)$, *i.e.* θ_v^2, permettent de représenter la forme de bol généralement associée aux diffusions de volume des milieux naturels. Ce modèle suppose l'existence d'une symétrie azimutale de la réflectance par rapport au plan d'incidence solaire, souvent appelé plan principal solaire. En effet, les angles azimutaux ϕ_v et ϕ_s n'interviennent que par l'intermédiaire de fonctions paires selon la différence $\Delta\phi_{sv}=\phi_v-\phi_s$. Le terme c_1 est la réflectance au nadir en l'absence de phénomène de rétrodiffusion. Ce modèle (Estève, 1997) permet le calcul de paramètres P_j du couvert par inversion d'images satellites en utilisant des tables [Coefficients c_i, Paramètres P_j] pré-calculées à partir de réflectances simulées par un modèle de réflectance. Les paramètres P_j sont calculés par interpolation sur cette table à partir des coefficients c_i obtenus par approximation des mesures satellites avec le modèle analytique.

- $R(\theta,\phi) = \sum_{m,n}[A_{mn}.Y^{p}_{mn}(\theta,\phi) + B_{mn}.Y^{i}_{mn}(\theta,\phi)]$ où $Y^{p}_{mn}(\theta,\phi)$ et $Y^{i}_{mn}(\theta,\phi)$ sont des harmoniques paires et impaires. $R(\theta,\phi)$ est très précis s'il est utilisé un grand nombre d'harmoniques.

- $R(\theta_i,\Omega) = \frac{B(\mu,\mu_i)}{A(\mu_i)} \cdot \frac{1 + C_3.(\mu.\mu_i - \sin\theta_i.\sin\theta.\cos\phi)}{1 + C_3.[(\mu.\mu_i)^2+(\sin\theta_i.\sin\theta)^2/2]}$, pour désert et région aride (Staylor et Suttles, 1986), avec $\mu=\cos\theta$, des paramètres C_1, C_2 et C_3 à estimer, et :

  $B(\mu,\mu_i)=\frac{1}{\mu.\mu_i}.[C_1+C_2.(\frac{\mu-\mu_i}{\mu+\mu_i})^N]$, $A(\mu_i)=2.\int_0^1 B(\mu,\mu_i).\mu_i.d\mu,$.

2) Modèles pour milieux turbides

Un milieu est dit turbide si l'équation du transfert radiatif peut être appliquée en chaque point $\bar{r}(x,y,z)$. Ceci signifie qu'en tout point et pour toute direction (Ω), il est possible de définir des quantités macroscopiques comme les sections efficaces d'interception $\alpha_e(\bar{r},\Omega)$ et de diffusion différentielle $\alpha_d(\bar{r},\Omega\rightarrow\Omega')$ des luminances. Les dimensions des éléments du milieu sont donc supposées être très petites devant les dimensions du milieu et devant la dimension d'analyse des luminances ; *i.e.*, dimension utilisée pour définir les moyennes locales comme $\alpha_e(\bar{r},\Omega)$. Un couvert est donc qualifié de turbide s'il peut être assimilé à un nuage de très petites feuilles. Celles-ci sont en général supposées avoir les mêmes propriétés optiques et géométriques (*i.e.*, densité volumique et orientation) que les feuilles réelles. Ces propriétés sont donc des

moyennes spatiales locales. Leur emploi est d'autant plus valide que les feuilles réelles sont petites et que leur densité volumique est localement constante, ce qui n'est jamais réellement vérifié du fait de la dimension finie des éléments foliaires du couvert.

Le milieu est dit homogène si les quantités $\alpha_e(\bar{r},\Omega)$ et $\alpha_d(\bar{r},\Omega\rightarrow\Omega')$ sont constantes en tout point. De plus, il est dit plan si ses éléments sont identiquement répartis dans toute couche horizontale. La luminance $L(\bar{r},\Omega)$ est alors indépendante des coordonnées (x, y) du lieu $\bar{r}$, et ne dépend que de la coordonnée z. De même, la transmittance entre le sommet du couvert et un point du couvert à une hauteur z est alors une constante pour tous les points de même hauteur z. Le fait de considérer plusieurs couches horizontales superposées, *i.e.* milieu turbide homogène multi-couche, permet de représenter la variabilité verticale de quantités comme la densité volumique de surface foliaire ou les propriétés optiques foliaires. Bien évidemment, les équations de continuité du rayonnement doivent être satisfaites à l'interface des différentes couches. Les couverts arborés sont souvent représentés par la superposition de 2 ou 3 couches : "sol" + "sous-bois" + "houppiers des arbres".

L'intérêt de représenter un couvert végétal par un milieu turbide est de pouvoir utiliser les modèles de transfert radiatif (*e.g.*, modèles à 2 flux, solutions intégrales) développés en géophysique pour l'atmosphère terrestre (*i.e.* milieu turbide). Il est important de noter que la notion de milieu turbide repose sur deux hypothèses simplificatrices : les éléments du milieu de propagation sont très petits et leur distribution spatiale suit la loi de Poisson. Leur densité est donc faible et leur distribution spatiale n'est pas régulière. La loi de Poisson implique que le distribution des éléments est non corrélée. Appliquée localement, la loi de Poisson permet d'écrire que la transmittance (*i.e.*, probabilité de transmission de la luminance) sur un petit trajet $d\bar{r}$ est $T(d\bar{r},\Omega) = [1 - \alpha_e(\bar{r},\Omega).d\bar{r}]$, où $\alpha_e(\bar{r},\Omega)$ est la densité volumique de section efficace selon (Ω) de tous les éléments présents le long de $d\bar{r}$. D'autre part, appliquée à l'ensemble du milieu, la loi de Poisson indique l'absence de corrélation spatiale des termes $\alpha_e(\bar{r},\Omega)$, et donc des $T(d\bar{r},\Omega)$. Par suite, en l'absence de diffusions, la transmittance $T(\Delta\bar{r})$ sur $\Delta\bar{r}$ est le produit des transmittances $T(\Delta\bar{r}_i,\Omega)$ le long des I trajets successifs $\Delta\bar{r}_i=\Delta\bar{r}/I$, avec $\alpha_e(\bar{r},\Omega).\Delta r_i << 1$. Si $\alpha_e(\bar{r},\Omega)$ est une constante $\alpha_e(\Omega)$ le long de $\Delta\bar{r}$:

$$T(\Delta\bar{r},\Omega) = \prod_{i=1}^{I} T(\Delta\bar{r}_i,\Omega) = \prod_{i=1}^{I} [1-\alpha_e(\Omega).\Delta r_i] = [1-\alpha_e(\Omega).\Delta r_i]^I \approx \exp[-I.\alpha_e(\Omega).\Delta r_i] = \exp[-\alpha_e(\Omega).\Delta r]$$

Cette expression $T(\Delta\bar{r},\Omega)$ constitue la loi de Beer Lambert. Cette loi est très souvent employée pour représenter la propagation du rayonnement dans les couverts végétaux. En fait, les 2 hypothèses à la base de la notion de milieu turbide ne sont jamais vérifiées. Par exemple, la distribution des végétaux du sous-bois d'une forêt dépend de la distribution du couvert arboré, ce qui invalide l'application de la loi de Poisson à l'ensemble du couvert. D'autre part, l'agrégation de feuilles ou d'aiguilles au sein de rameaux invalide l'application locale de la loi de Poisson. Dans ce cas, $\alpha_e(\bar{r},\Omega)$ ne peut être simplement défini comme la somme des sections efficaces d'interception des éléments foliaires. Il en résulte que même au sein de petits éléments de volume, les éléments foliaires peuvent se masquent les uns les autres selon certaines directions (Ω). On a alors : $T(\Delta\bar{r}_i,\Omega) > [1 - \alpha_e(\Omega).\Delta\bar{r}_i]$.

L'architecture des milieux homogènes est décrite par des variables ou fonctions qui indiquent la quantité de matière présente (*e.g.*, biomasse ou LAI) et l'orientation de cette matière (LAD). Certains modèles tiennent plus ou moins compte de la taille des feuilles et des

distances entre celles-ci. Les modèles pour milieux turbides s'avèrent être bien adaptés à l'étude de milieux denses et homogènes (*e.g.*, parcelles agricoles), avec des éléments de végétation petits en comparaison avec la hauteur de la canopée (Badhwar *et al.*, 1985).

Différentes méthodes de simulation du transfert radiatif ont été développées :

- Utilisation directe de l'équation du transfert radiatif.

  La propagation du rayonnement dans les couverts est représentée à l'aide d'intégrales appliquées à l'équation du transfert radiatif (Ross, 1981 ; Myneni *et al.*, 1989 ; Gao, 1993). Il est souvent employé des méthodes intégrales itératives qui consistent à exprimer la luminance en tout point du couvert comme la somme des luminances $L_i(\bar{r},\Omega)$ dues aux diffusions d'ordre i, où i varie de 1 à l'infini et où $L_i(\bar{r},\Omega)$ est exprimé à partir des luminances $L_{i-1}(\bar{r},\Omega)$. Une autre approche itérative, appelée approximation des ordres successifs de diffusion (Myneni, 1991), consiste à exprimer $L(\bar{r},\Omega)$ à partir d'approximations des luminances $L_{app}(\bar{r},\Omega')$, où (Ω') décrit l'espace 4π. Le processus itératif consiste à faire en sorte que les termes $L(\bar{r},\Omega)$ et $L_{app}(\bar{r},\Omega')$ convergent vers des valeurs identiques, en tout lieu et pour toute direction.

- Approximation du transfert radiatif de Kubelka et Munk.

  La méthode de Kubelka et Munk simule la propagation du rayonnement à l'aide de 2 flux E^+ et E^- qui représentent respectivement l'ensemble des rayons montants et descendants. L'équation du transfert radiatif est en quelque sorte projetée sur les directions verticales montantes et descendantes (Allen et Richardson, 1968 ; Park et Deering, 1982). La précision de cette approche est améliorée en introduisant deux flux supplémentaires associés au rayonnement solaire direct et au flux mesuré au-dessus du couvert (Suits, 1972 ; Verhoef, 1984 et 1985). On a ainsi un système à 4 équations différentielles.

- Discrétisation de l'espace des directions de propagation.

  Il est supposé que le rayonnement se propage selon seulement N directions. Le transfert radiatif est alors représenté par N équations différentielles qui régissent les interactions entre les N flux considérés le long de tout trajet $d\bar{r}(\Omega)$. Cette approche, dite "méthode des ordonnées discrètes", a été appliquée à des milieux mono et multi-couches (Idso et de Wit, 1970 ; Goudriaan, 1977 ; Gerstl et Zardecki, 1985 ; Liang et Stralher, 1995). Elle peut aussi être appliquée à des milieux hétérogènes. Le système d'équations différentielles peut être résolu avec des méthodes itératives telles que la méthode des éléments finis (Myneni, 1991), ou la méthode du doublement (Cooper *et al.*, 1982).

La diffusion volumique du milieu est souvent modélisée avec des expressions approchées (Henyey Greenstein, polynômes de Legendre,…) de la fonction de phase $\frac{P(\Omega_s,\Omega_v)}{4\pi}$ du milieu, *i.e.* probabilité qu'un photon intercepté selon la direction (Ω_s) soit diffusé dans l'angle solide unité centré sur la direction (Ω_v). La fonction de phase d'un milieu foliaire n'est pas rotationnellement invariante : elle ne dépend pas seulement de l'angle de phase entre les directions (Ω_s) et (Ω_v) mais aussi des directions (Ω_s) et (Ω_v). La représentation par un développement de polynômes de Legendre ou d'harmoniques sphériques n'est donc pas bien adaptée. Une solution, appelée "exact kernel" dans la terminologie américaine, représente la fonction de phase par une matrice comportant les coefficients de diffusion exacts pour un nombre limité de directions incidentes et de diffusion.

3) Modèles pour milieux hétérogènes

Ces modèles simulent le transfert radiatif et/ou la réflectance de milieux dont les éléments diffusants et absorbants peuvent être distribués de manière hétérogène selon les directions verticales ou horizontales. La transmittance depuis le haut du couvert jusqu'à un point d'un plan horizontal dépend de la position de ce point : elle dépend des coordonnées (x,y,z) et non seulement de la coordonnée (z).

- **Modèles géométriques**

Le couvert est simulé par une surface, de FRD connu, parsemée d'objets géométriques (cylindre, sphère, etc.), de propriétés optiques (réflectance, transmittance, absorptance) supposées connues. Seule la réflectance de surface des objets est souvent utilisée. Ainsi, la réflectance du couvert $R(\Omega_s,\Omega_v,\lambda)$, pour des directions d'éclairement (Ω_s) et d'observation (Ω_v), est simulée par la simple somme des I réflectances $R_i(\Omega_s,\Omega_v,\lambda)$ des I types de surfaces vues (éclairées et à l'ombre) pondérées par leur surface efficace $A_i(\Omega_v)$ selon (Ω_v) : $R(\Omega_s,\Omega_v,\lambda) = \Sigma_i.A_i(\Omega_s,\Omega_v).R_i(\Omega_s,\Omega_v,\lambda)$. Les surfaces $A_i(\Omega_s,\Omega_v)$ sont souvent calculées de manière analytique ou avec des modèles de lancer de rayons. Plusieurs auteurs (Egbert, 1977) ont montré que la réflectance d'un milieu dépend beaucoup plus des dimensions des objets (*e.g.*, rapport des dimensions verticales et horizontales des couronnes et rapport des hauteurs de la couronne et d'arbre) que de leur forme. Ceci explique que les arbres soient souvent simplement représentés par un tronc surplombé d'un houppier de forme ellipsoïdale (Stralher et Jupp, 1990).

Ces modèles (Egbert, 1977 ; Jackson *et al.*, 1979 ; Otterman, 1984 ; Li et Strahler, 1985 ; Jupp *et al.*, 1986 ; Deering *et al.*, 1990) sont plutôt adaptés à des couverts ouverts (savanes arbustives, rangées de cultures espacées, etc.) pour des directions d'éclairement et d'observation proches de la verticale. En effet, le nombre I de types de surfaces vues, c'est à dire de réflectances $R_i(\Omega_s,\Omega_v,\lambda)$, augmente avec l'oblicité des directions d'éclairement et d'observation. Ceci est en particulier du au fait qu'un même rayon intersecte un nombre d'éléments de paysage d'autant plus élevé que son angle zénithal est élevé. La contrainte majeure de ces modèles est qu'en général ils nécessitent une connaissance *a priori* des réflectances $R_i(\Omega_s,\Omega_v,\lambda)$ des objets à l'ombre et éclairés.

Les modèles hybrides sont une extension des modèles géométriques pour tenir compte au moins en partie de la transmittance (Li et Strahler, 1988) des objets et des diffusions multiples (Li et Strahler, 1995) entre ces objets, tout en conservant un nombre limité de types de surfaces vues. Ces modèles (Verhoef et Bunnik, 1976 ; Suits, 1983 ; Norman *et al.*, 1985 ; Kimes *et al.*, 1986) ont d'abord été développés pour des milieux simples en rangées, puis pour des milieux arborés quelconques (Li et Strahler, 1988 et 1995).

- **Modèles discrets et de suivi de rayons**

Ces modèles sont surtout numériques. Le milieu de propagation peut être représenté de manière plus ou moins réaliste : description statistique (densité volumique d'absorbants et de diffuseurs, etc.) en tout point (x,y,z), description exacte avec un nombre plus ou moins important de primitives géométriques (Govaerts, 1995 ; North, 1996) opaques ou turbides, etc. Il peut aussi être représenté par une maille de discrétisation où chaque noeud est caractérisé par des propriétés optiques et structurales spécifiques. Les modèles discrets sont souvent combinés avec une méthode de suivi de rayons ou une méthode des éléments finis dans le cas d'une représentation matricielle du milieu (Myneni, 1991).

Les modèles de suivi de rayons consistent à suivre pas à pas le trajet de rayons dans la scène étudiée, turbide ou hétérogène. Leur principal intérêt est de pouvoir échantillonner avec une très grande précision l'architecture 3-D du milieu de propagation et par suite les propriétés optiques des éléments localement présents. Un rayon correspond en général à un photon. Il convient donc de suivre un très grand nombre de photons pour obtenir un résultat statistiquement fiable, ce qui se traduit en général par des temps de calcul très importants. Dans le cas d'une discrétisation de l'espace des directions, un rayon peut être un flux (Kimes et Kirchner, 1982 ; Gastellu-Etchegorry *et al.*, 1996). L'intérêt de la méthode des ordonnées discrètes est alors de beaucoup diminuer les temps calcul.

Pour les modèles discrets, avec ou sans méthode de suivi de rayons, la diffusion survient selon chacune des N directions de diffusion possibles, avec une intensité proportionnelle à la fonction de phase. Par contre, pour les modèles de suivi de photons le rayonnement est diffusé en choisissant de manière aléatoire une direction de propagation. Cette direction est choisie dans l'espace 4π (North, 1996) si l'espace des directions n'est pas discrétisé, ou parmi un nombre limité de directions (Pouzol, 1997) si l'espace des directions est discrétisé. Le choix de la direction est généralement effectué avec la méthode statistique de Monte Carlo, compte tenu de la valeur de la fonction de phase. Cette méthode fait usage d'une séquence de nombres aléatoires pour construire un échantillon et par suite un estimateur statistique de la quantité étudiée, *e.g.* FRD ou APAR (Hermann, 1990). Un atout majeur de la méthode de Monte Carlo est de n'avoir à simuler que les diffusions d'ordre 1. Le trajet de tout rayon est en effet une suite de diffusions d'ordre 1. Par contre, la vitesse de convergence de cette méthode peut être une contrainte très limitative. En effet, l'écart type du résultat final décroît comme $1/\sqrt{n}$, où n est le nombre de simulations réalisées pour simuler un même phénomène.

Il est important de noter que selon les modèles, la fonction de phase se rapporte à des :

- éléments de surface constitutifs du milieu (Govaerts, 1995 ; Gastellu-Etchegorry, 2008),
- éléments de volume turbides. Le milieu peut être décrit de manière statistique. Le transfert radiatif peut reposer sur le suivi de rayons, la méthode des éléments finis, etc.

- **Modèles basés sur la radiosité**

La radiosité est une méthode très utilisée en infographie (Sillion et Puech, 1994). Elle permet de résoudre l'équation du rendu (Kajiya, 1986), c'est à dire l'équilibre radiatif représenté par l'égalité des luminances incidentes, émises et réfléchies à la surface de tout objet de la scène. Cette méthode est bien adaptée pour simuler la diffusion de la lumière entre surfaces lambertiennes. Elle a été adaptée au cas de propriétés optiques beaucoup plus réalistes. Ainsi, Chelle (1997) utilise des propriétés optiques qui sont l'l'addition de propriétés lambertiennes et de propriétés non lambertiennes représentées par un lobe gaussien. La méthode de radiosité requiert la connaissance de tous les facteurs de forme (*i.e.*, quantité proportionnelle à l'angle solide sous lequel chaque élément du milieu voit tout autre élément du milieu). Le calcul des facteurs de forme est en général réalisé par simple projection géométrique ou bien par suivi de rayons, en général très couteux en temps calcul. Une fois les facteurs de forme calculés, la simulation du transfert radiatif est un simple calcul matriciel. Elle peut donc être très rapide, même si les conditions d'éclairement et d'observation varient, la géométrie du couvert restant bien évidemment la même. Les deux principales contraintes sont le temps de calcul des facteurs de forme et l'espace mémoire requis pour stocker ces facteurs de forme (Borel *et al.*, 1991).

Ces problèmes sont fortement diminués avec des adaptations telles que la méthode de radiosité dite progressive (Jessel *et al.*, 1993). Cette dernière consiste à calculer les facteurs de forme au moment où ils sont nécessaires pour résoudre le système linéaire qui représente l'équilibre radiatif. Chelle (1997) a développé une approche originale, dite "radiosité mixte", adaptée aux couverts végétaux, dans le but de réduire les temps de calcul.. Il couple un modèle de radiosité avec un modèle de transfert radiatif "turbide", le modèle SAIL (Verhoef, 1984). Pour tout élément du couvert, le modèle SAIL calcule l'éclairement moyen dû aux diffuseurs éloignés, alors que le modèle de radiosité calcule précisément l'éclairement dû aux diffuseurs les plus proches.

	Théorie K-M	Solution intégrale	Modèles géométriques	Modèles discrets et de suivi de rayons	Radiosité
MILIEU TURBIDE (mono/multi couche, turbide)	♣	♣		♣	
MILIEU HETEROGENE (objets, densité 3-D variable,.)			♣	♣	♣

Tableau 15*: Principaux types génériques de modèles et de milieu de propagation associés.*

III.2 Le transfert radiatif dans les milieux turbides

Le rayonnement au lieu r qui se propage selon la direction (Ω) est en général représenté par la luminance $L(r,\Omega)$, aussi appelée intensité spécifique. Cette quantité est la puissance qu'une surface unité normale à (Ω) intercepte ou diffuse par unité d'angle solide centré sur (Ω). C'est la luminance de cette surface si celle-ci est matérielle. L'équation du transfert radiatif (ETR) donne la variation de la luminance $L(r,\Omega)$ pour un déplacement dr selon la direction (Ω), compte tenu des caractéristiques du rayonnement (*e.g.*, fréquence) et du milieu (II.1 "Equation du Transfert Radiatif").

1) Milieu plan turbide homogène de diffuseurs sphériques isotropes

Soit un milieu de propagation turbide, homogène et constitué d'éléments isotropes (*i.e.*, sections efficaces de diffusion $\sigma_d(r,\lambda)$ et d'absorption $\sigma_a(r,\lambda)$ indépendantes de la direction incidente) et de dimension très supérieure à la longueur d'onde (*i.e.*, section géométrique indépendante de la longueur d'onde : $\sigma = \sigma_d(r,\lambda) + \sigma_a(r,\lambda)$). Le coefficient d'extinction du milieu est $\alpha_e(r,\Omega,\lambda) = \alpha_e(r) = N(r).\sigma(r)$, où N(r) est la densité volumique des éléments au point (r). L'importance relative de $\sigma_a(r,\lambda)$ et $\sigma_d(r,\lambda)$ varie en général avec la longueur d'onde. Dans le domaine spectral du visible (VIS) et pour des éléments foliaires, $\sigma_a(r,\lambda)$ est souvent corrélé à la concentration en chlorophylle.

Si le milieu est plan, la coordonnée z peut être la seule variable spatiale. L'atténuation de la luminance $L(z,\Omega,\lambda)$ incidente sur une couche turbide d'épaisseur dz est alors :

$$dL(z,dz,\Omega,\lambda) = -L(z,\Omega,\lambda).\alpha_e(z,\lambda).\left|\frac{dz}{\mu}\right| = -L(z,\Omega,\lambda).\left|\frac{d\tau(\lambda)}{\mu}\right| \qquad \text{où } \mu=\cos\theta$$

Pour un milieu d'éléments identiques (densité N, section σ) : $\alpha_e(z,\lambda) = N(z).\sigma$ et $d\tau(\lambda) = N(z).\sigma(\lambda).dz$. Le terme $\tau(\lambda)$ est l'épaisseur optique de la couche horizontale d'épaisseur dz. Il représente la capacité d'interception de cette couche plane.

La transmittance d'une couche horizontale $(z,z+\Delta z)$ est la fraction de la luminance incidente $L(z,\Omega,\lambda)$ qui traverse cette couche sans être interceptée. Elle est égale à :

$$T(z,dz,\Omega,\lambda) = \frac{L(z+\Delta z,\Omega,\lambda)}{L(z,\Omega,\lambda)} = e^{-\left|\int_z^{z+\Delta z}\alpha_e(t,\lambda).dt/\mu\right|} = e^{-|\Delta\tau(\lambda)/\mu|}$$

où l'épaisseur optique de la couche est : $\Delta\tau(\lambda) = \int_z^{z+\Delta z}\alpha_e(t,\lambda).dt$ (sans dimension)

La Figure 143 indique un système de convention d'origine de θ, z et τ souvent utilisé. L'origine de l'angle zénithal est la verticale locale, si bien que l'angle zénithal solaire est supérieur à 90°. Ainsi, la direction solaire verticale est 180°.

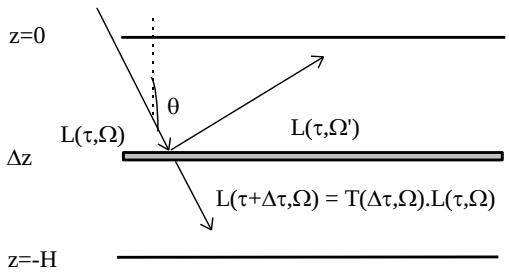


Figure 143 : Conventions pour θ, z et τ.
- flux descendant : μ<0 si θ>π/2,
- flux ascendant : μ>0 si θ<π/2.

⇒ dτ/μ toujours < 0

- τ = 0 et z=0 en haut du couvert,
- τ = τ_o et z = -H au bas du couvert.

Les remarques précédentes impliquent que dans un milieu turbide plan, la variable spatiale z est souvent remplacée par la variable optique τ. L'équation du transfert radiatif est alors :

$$\mu.\frac{dL(\tau,\Omega)}{d\tau} = L(\tau,\Omega) - \omega.\mathcal{J}(\tau,\Omega) - (1-\omega).L_B \qquad \mu.d\tau<0$$

- $\omega(\Omega') = \frac{\alpha_d(\Omega'\to 4\pi)}{\alpha_e(\Omega')}$. Cette quantité est aussi l'albédo de diffusion simple des éléments si ceux-ci sont identiques : $\omega(\Omega') = \frac{\sigma_d(\Omega'\to 4\pi)}{\sigma_e(\Omega')}$. On a $\omega(\Omega') = \omega = \frac{\alpha_d}{\alpha_e} = \frac{\sigma_d}{\sigma_e}$ si les éléments sont isotropes : $\alpha_d(\Omega'\to 4\pi) = \alpha_d$, $\alpha_e(\Omega') = \alpha_e$, $\sigma_d(\Omega'\to 4\pi) = \sigma_d$, $\sigma_e(\Omega') = \sigma$.
- $L(\tau,\Omega).d\tau/\mu$: luminance selon Ω interceptée par la couche dτ.
- $\omega.\mathcal{J}(\tau,\Omega).\frac{d\tau}{\mu} = \int_{4\pi} L(z,\Omega').\frac{\alpha_d(z,\Omega'\to\Omega)}{\alpha_e(z,\Omega)}.d\Omega'.\frac{d\tau}{\mu} = \frac{\omega}{4\pi}.\int P(\Omega',\Omega).L(\tau,\Omega').d\Omega'.\frac{d\tau}{\mu}$.

  On appelle fonction de phase normalisée du milieu le terme $\frac{P(\Omega',\Omega)}{4\pi} = \frac{1}{\omega}.\frac{\alpha_d(\Omega'\to\Omega)}{\alpha_e(\Omega')}$.
- $(1-\omega).L_B.d\tau$: gain par émission thermique. $1-\omega=\frac{\alpha_a}{\alpha}=\varepsilon_B$.

L'intégration de l'équation du transfert radiatif, en négligeant l'émission thermique donne :

$$L(\tau,\Omega) = L(\tau_o,\Omega).\exp[(\tau-\tau_o)/\mu] + \frac{1}{\mu}.\int_{\tau o}^{\tau}\omega.\mathcal{J}(\tau',\Omega).\exp[(\tau-\tau')/\mu].d\tau'$$

En τ la luminance selon (Ω) correspond donc à l'atténuation de la luminance $L(\tau_o,\Omega)$ en τ_o plus un terme additif du à la diffusion des luminances $L(\tau,\Omega')$ entre τ et τ_o.

2) Conditions aux Limites d'un Couvert

Les conditions aux limites d'un couvert expriment l'équilibre radiatif à ses interfaces :

* Sommet du couvert : $L(0,\Omega) = f_1(\Omega)$ $\mu<0$

* Interface "couvert - sol" : $L(-H,\Omega) = f_2(\Omega)$ $\mu>0$

où $f_1(\Omega)$ et $f_2(\Omega)$ sont 2 fonctions connues.

La résolution est souvent itérative. A chaque itération, les 2 conditions limites sont satisfaites avec les 2 fonctions $f_1(\Omega)$ et $f_2(\Omega)$ calculées à l'itération précédente. Ces fonctions peuvent parfois être approchées, ce qui permet une résolution analytique.

Les conditions aux limites $f_1(\Omega)$ et $f_2(\Omega)$ dépendent des propriétés optiques, *i.e.* réflectance, des milieux qui l'environnent. Dans le cas d'une interface (z=0) de facteur de réflectance $R(\Omega',\Omega)$ avec un couvert de luminance $L(0,\Omega',\Delta\Omega')$, alors la luminance réfléchie est :

$$L(0,\Omega) = \frac{1}{\pi}.R(\Omega',\Omega).L(0,\Omega').\mu'.\Delta\Omega' \qquad \text{où } \mu'=\cos\theta'$$

• ***Atmosphère avec une interface "atmosphère - couvert"***

Sommet de l'atmosphère : $E_s(\infty,\Omega) = \pi.F.\delta(\Omega-\Omega_s)$ $\mu<0$

Interface "atmosphère - couvert" : $L(0,\Omega) = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi^-} R_{couvert}(\Omega',\Omega).L(0,\Omega').\mu'.d\Omega'$ $\mu>0$

où (Ω_s) = direction solaire, E_s = constante solaire, $L(\Omega')$ = luminance "atmosphère + soleil"

• ***Couvert sans interaction avec l'atmosphère***

Le transfert radiatif dans un couvert mono-couche de hauteur H sur un sol de réflectance $R_{sol}(\Omega',\Omega)$ est traité indépendamment de l'atmosphère. Les conditions limites sont :

- Sommet du couvert ($\mu<0$ et $\mu_s<0$) : $L(0,\Omega) = L_d(0,\Omega) + \pi.F.e^{\tau a/\mu s}.\delta(\Omega-\Omega_s)$

  $L_d(0,\Omega)$ = luminance atmosphérique diffuse. Elle est souvent supposée isotrope.

- Interface "sol-couvert" ($\mu>0$) : $L(-H,\Omega) = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi^-} R_{sol}(\Omega',\Omega).L(-H,\Omega').\mu'.d\Omega'$

  Avec un sol lambertien : $R_{sol}(\Omega',\Omega)=R_{sol} \Rightarrow L(-H,\Omega)=\frac{R_{sol}}{\pi}.\int_{2\pi^-} L(-H,\Omega').\mu'.d\Omega'=\frac{R_{sol}}{\pi}.E^-(-H)$

Le FRB d'un couvert éclairé par $L(0,\Omega').|\mu'|.\Delta\Omega'$ est : $R(\Omega',\Omega) = \frac{\pi.L(0,\Omega)}{L(0,\Omega').|\mu'|.\Delta\Omega'}$ $\mu'=\cos\theta'$

On considére des moyennes en azimut pour le cas fréquent de milieux de symétrie azimutale :

- Haut du couvert ($\mu<0$) : $< L(0,\mu)>_\phi = L(-H,\mu) = \frac{1}{2\pi}.\int_0^{2\pi} L_d(\Omega).d\phi + \frac{F}{2}.e^{\tau a/\mu s}.\delta(\mu,\mu_o)$ $\mu<0$

- Sol lambertien ($\mu>0$) : $<L(-H,\mu)>_\phi = 2R_{sol}.\int_{-1}^{0} |\mu'|.<L(-H,\mu')>_\phi.d\mu'$ où $<L(-H,\mu')>_\phi = \frac{1}{2\pi}.\int_0^{2\pi} L(-H,\mu',\phi').d\phi'$

• ***Couvert avec rétrodiffusion atmosphérique***

Ce problème est dit à deux couches. L'atmosphère peut rétrodiffuser le rayonnement issu du couvert vers ce dernier. La condition limite au sommet du couvert est alors :

$$L(0,\Omega) = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi^+} R_{atm}(\Omega',\Omega).L(0,\Omega').\mu'.d\Omega' + L_d(\Omega) + \pi.F(\Omega).e^{\tau a/\mu s}.\delta(\Omega-\Omega_s) \qquad \mu<0,\ \mu_s<0$$

3) Propriétés optiques et structurales d'un couvert foliaire turbide

Le couvert est assimilé à un sol de réflectance $\rho_{sol}(\Omega_s,\Omega_v)$ sous un milieu turbide constitué d'éléments foliaires caractérisés en tout point r, par leur densité volumique de surface (m^{-1}), notée $u_f(r)$, leur orientation, notée $\Omega_f(r)$, et leurs propriétés optiques. L'indice foliaire du couvert est la surface foliaire (m^2) par unité de surface de sol (m^2). Pour un couvert horizontalement homogène du bas (z=-H) au sommet (z=0), il est employé les quantités $u_f(z)$ et $\Omega_f(z)$. A la hauteur z, l'indice foliaire cumulé depuis le sommet du couvert est $\mathcal{L}(z) = \int_z^0 u_f(t).dt$, avec $LAI = \int_{-H}^0 u_f(z).dz$. On a $u_f(z) = \frac{LAI}{H}$ = cste si le couvert est verticalement homogène. En fait, le LAI est lépaisseur optique d'un couvert de feuilles horizontales. La distribution des angles foliaires (Ω_f)est donnée par la distribution angulaire foliaire. Des exemples de distribution sont donnés en Annexe.

- **Fonction de phase foliaire**

  Cette quantité permet de représenter les propriétés optiques foliaires. Elle est notée $f(\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ pour une feuille d'orientation (Ω_f). Elle est égale au rapport de l'intensité que la feuille diffuse selon la direction (Ω_v) par la puissance interceptée par cette feuille. Sa dimension est donc par angle solide unité (sr^{-1}). Il est souvent supposé que $f(\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ est la somme d'une composante diffuse et d'une composante lambertienne :

$$f(\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = f_d(\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) + f_s(\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$$

Les réflectance $\rho_{dh}(\Omega_f,\Omega_s)$ et transmittance $\tau_{dh}(\Omega_f,\Omega_s)$ "direct-hémisphérique" foliaires sont :

- $\rho_{dh}(\Omega_f,\Omega_s) = \int_{2\pi} f(\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v).d\Omega_v$ avec $\Delta\Omega_v$ défini par $(\Omega_s.\Omega_f).(\Omega_f.\Omega_v) < 0$, et
- $\tau_{dh}(\Omega_f,\Omega_s) = \int_{2\pi} f(\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v).d\Omega_v$ avec $\Delta\Omega_v$ défini par $(\Omega_s.\Omega_f).(\Omega_f.\Omega_v) > 0$.

Une approximation classique est que $\rho_{dh}(\Omega_f,\Omega_s)$ et $\tau_{dh}(\Omega_f,\Omega_s)$ ne dépendent que de l'angle Ψ_{fs} entre la direction incidente et la normale foliaire: $\rho_{dh}(\Omega_f,\Omega_s)\approx\rho(\Psi_{fs})$ et $\tau_{dh}(\Omega_f,\Omega_s)\approx\tau(\Psi_{fs})$. De plus, la transmittance est en général associée à une composante essentiellement diffuse.

- **Réflectance et transmittance diffuses**

  La fonction de phase foliaire "diffuse" est souvent représentée par un modèle bi-lambertien:

$$f_d(\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}.\rho_{dh}(\Psi_{fs}).|\Omega_f.\Omega_v| & (\Omega_s.\Omega_f).(\Omega_f.\Omega_v) < 0 \\ \frac{1}{\pi}.\tau_{dh}(\Psi_{fs}).|\Omega_f.\Omega_v| & (\Omega_s.\Omega_f).(\Omega_f.\Omega_v) > 0 \end{cases} \Rightarrow \int_{4\pi} f_d(\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v).d\Omega_v = \rho_{dh}(\Psi_{fs}) + \tau_{dh}(\Psi_{fs})$$

- **Réflectance foliaire spéculaire**

  La composante spéculaire peut représenter jusqu'à 35% du rayonnement total réfléchi par une feuille. Elle est surtout due à l'interface "air-cuticule" des plantes (*i.e.*, première discontinuité diélectrique rencontrée par une onde incidente sur une feuille). La cuticule est composée de pectine, de cellulose et de cire. Sa fonction est de protéger la feuille. Elle peut être parsemée de protubérances (*e.g.*, poils) qui affectent la morphologie de l'interface. Sa partie la plus externe est une couche cireuse plus ou moins épaisse. Elle peut comprendre

une structure cristalline avec des éléments dont les dimensions peuvent être de l'ordre de 0.1µm pour l'épaisseur, 1µm pour le diamètre et 100µm pour la longueur. La réflectance spéculaire est souvent modélisée à l'aide de 3 paramètres : l'angle Ψ_{fs}, l'indice de réfraction n (≈1.5) de la couche cireuse, et la rugosité de surface.

$$f_s(\Omega_s \rightarrow \Omega_v, \Omega_f) = K(\kappa, \Psi_{fs}).R_s^2(n, \Psi_{fs}).\delta(\Omega_v.\Omega_v^*)$$

$R_s^2(n,\Psi_{fs})$: carré du coefficient de réflectance spéculaire moyen de Fresnel.

$$R_s^2(n,\Psi_{fs}) = \frac{1}{2}.\left[\frac{\sin^2(\Psi_{fs} - \theta)}{\sin^2(\Psi_{fs} + \theta)} + \frac{\tan^2(\Psi_{fs} - \theta)}{\tan^2(\Psi_{fs} + \theta)}\right] \qquad \sin\theta = \frac{\sin\Psi_{fs}}{n}$$

La composante polarisée est : $R_p^2(n,\Psi_{fs}) = \frac{1}{2}.\left[\frac{\sin^2(\Psi_{fs} - \theta)}{\sin^2(\Psi_{fs} + \theta)} - \frac{\tan^2(\Psi_{fs} - \theta)}{\tan^2(\Psi_{fs} + \theta)}\right]$

$K(\kappa,\Psi_{fs})$: facteur de correction associé aux petites structures ("chevelure") de la cuticule. κ est l'indice de rugosité de ces structures. En leur absence, la réflectance serait spéculaire. Le terme K varie avec les directions d'éclairement et d'observation et la longueur d'onde. Il est souvent supposé constant entre 0 et 1 ou variable avec l'angle Ψ_{fs} (*e.g.* $\exp[-\kappa.\tan|\Psi_{fs}|]$ où $\kappa \geq \in [0.1 - 0.3]$).

$\delta(\Omega_v.\Omega_v^*)$: fonction de Dirac. $\delta(\Omega_v.\Omega_v^*)=0$ si $\Omega_v \neq \Omega_v^*$; $\Omega_v^*(\Omega_v,\Omega_f)$ est la direction spéculaire.

$$\int_{4\pi} f_s(\Omega_s \rightarrow \Omega_v, \Omega_f).d\Omega_v = K(\kappa, \Psi_{fs}).R^2(n, \Psi_{fs})$$

$\Rightarrow$ Albédo de diffusion simple foliaire : $\int_{4\pi} f(\Omega_f, \Omega_s \rightarrow \Omega_v).d\Omega_v = \rho_{dh}(\Psi_{fs}) + \tau_{dh}(\Psi_{fs}) + K(\kappa,\Psi_{fs}).R^2(n,\Psi_{fs})$

- *Direction foliaire (Ω_f, $\Delta\Omega_f$) satisfaisant la condition de spécularité ($\Omega_s \rightarrow \Omega_v$)*

La condition de spécularité est : $\Omega_v.\Omega_f = -\Omega_s.\Omega_f = \cos\alpha$ et $\Omega_s.\Omega_v = -\cos 2\alpha$ où α et $\theta_f \in [0\ \frac{\pi}{2}]$

Le demi angle de phase est : $\alpha = 0.5.\cos^{-1}(\cos\theta_s.\cos\theta_v + \sin\theta_s.\sin\theta_v.\cos\phi_{sv})$

$\Rightarrow$ Pour la réflexion spéculaire ($\Omega_s \rightarrow \Omega_v$), l'angle foliaire est : $\cos\theta_f^* = \frac{|\cos\theta_s - \cos\theta_v|}{\sqrt{2(1 - \Omega_s.\Omega_v)}}$

$$\tan\phi_f^* = \frac{\sqrt{1 - \cos^2\theta_s}.\sin\phi_s - \sqrt{1 - \cos^2\theta_v}.\sin\phi_v}{\sqrt{1 - \cos^2\theta_s}.\cos\phi_s - \sqrt{1 - \cos^2\theta_v}.\cos\phi_v} \qquad \text{avec } \phi_f^* = \phi_v \pm \text{Arcos}\left[\frac{\cos\alpha - \cos\theta_f.\cos\theta_v}{\sin\theta_f.\sin\theta_v}\right]$$

Il s'agit maintenant de déterminer ($\Delta\Omega_f$). Soient $\Delta\Omega_s$ et $\Delta\Omega_v$ les angles solides d'incidence et de réflectance satisfaisant la condition de spécularité. Pour une direction foliaire unique ($\Delta\Omega_f=0$) on a $\Delta\Omega_v=\Delta\Omega_s=0$. Dans le cas où $\Delta\Omega_f \neq 0$ il existe une relation liant les angles solides $\Delta\Omega_f$, $\Delta\Omega_v$ et $\Delta\Omega_s$:

Soit l'angle θ' (*Figure 144*) qui permet de vérifier les égalités suivantes :

$$\Delta w_s = \Delta w' = \sin\theta'.\Delta\Phi \ ; \ \Delta w_v = \Delta w = \sin\theta.\Delta\Phi \ ; \ \Delta w_f = \sin\theta_f.\Delta\Phi \quad (\theta_f \text{ défini dans } (O,x_2,y_2,z_2))$$

$$(\theta = \theta' + 2\alpha) \text{ et } (\Delta w = \sin\theta.\Delta\Phi) \Rightarrow \theta' = \arctan\left[\frac{\Delta w'.\sin 2\alpha}{\Delta w - \Delta w'.\cos 2\alpha}\right]$$

Dans le repère (O,x_2,y_2,z_2) : $2\alpha = (\theta' - \theta)$

$\Delta\theta' = \Delta\theta_s$ et $\Delta\theta = \Delta\theta_v$

$\theta_f = (\theta + \theta')/2 \quad \Rightarrow \Delta\theta_f = (\Delta\theta + \Delta\theta')/2$

$\Delta\Phi_f = \Delta\Phi = \Delta\Phi'$

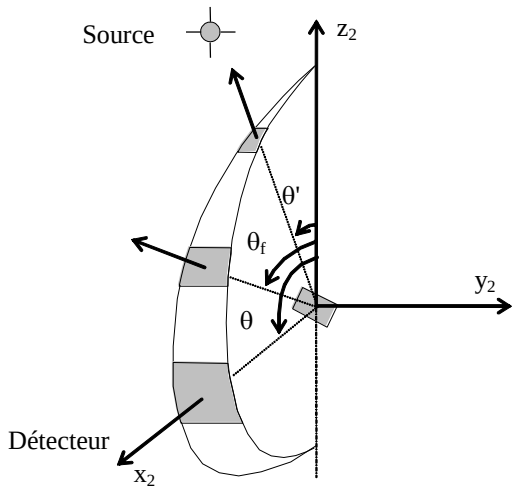


Figure 144. Angles solides de la source et du capteur dans une configuration spéculaire.

$\Delta\Omega_s = \Delta\theta_s.\Delta w_s$ avec $\Delta w_s = \sin\theta_s.\Delta\Phi_s$ et

$\Delta\Omega_v = \Delta\theta_v.\Delta w_v$ avec $\Delta w_v = \sin\theta_v.\Delta\Phi_v$

Toute rotation appliquée au référentiel initial conserve $\Delta\theta_s$, Δw_s, $\Delta\theta_v$, Δw_v, $\Delta\Omega_s$, $\Delta\Omega_v$ et $\Delta\Omega_f$.

Soit 2 plans qui enserrent $\Delta\Omega_s$ et $\Delta\Omega_v$. L'angle dihédrique est $\Delta\Phi$. L'axe Oz_2 est l'intersection de ces 2 plans. Les axes Oz_2 et Ox_2 sont dans le plan de diffusion. Le référentiel (O,x_2,y_2,z_2) dérive de :

- 1ère rotation tri-axe : $(O,x,y,z) \rightarrow (O,x_1,y_1,z_1)$
  $z_1 \equiv \Omega_s$, $y_1 \equiv \Omega_s \times \Omega_v$ et $x_1 = y_1 \times z_1$
- 2ème rotation θ' autour Oy_1: $(O,x_1,y_1,z_1) \rightarrow (O,x_2,y_2,z_2)$.

L'angle solide $\Delta\Omega_f$ décrit par les directions foliaires associées à une réflexion spéculaire où les directions incidentes et réfléchies sont comprises dans $\Delta\Omega_s$ et $\Delta\Omega_v$ est :

$$\Delta\Omega_f = \sin\theta_f.\Delta\theta_f.\Delta\Phi_f = \frac{\Delta\theta + \Delta\theta'}{2}.\Delta\Phi.\sin(\frac{\theta + \theta'}{2}) = \frac{\Delta\theta + \Delta\theta'}{2}.\Delta\Phi.\frac{\sin\theta + \sin\theta'}{2.\cos(\theta'-\theta)/2} = \frac{\Delta\Omega_s + (\Delta\theta.\Delta\Phi.\sin\theta') + (\Delta\theta_s.\Delta\Phi.\sin\theta) + \Delta\Omega}{4.|\Omega_s.\Omega_f|}$$

Avec des angles solides $\Delta\Omega_s$ et $\Delta\Omega_v$ circulaires ou carrés : $\Delta\theta_s = \Delta\phi_s.\sin\theta_s$ et $\Delta\theta_v = \Delta\phi_v.\sin\theta_v$

$$\Rightarrow \qquad \Delta\Omega_f = \frac{(\sqrt{\Delta\Omega_s} + \sqrt{\Delta\Omega_v})^2}{4.|\Omega_s.\Omega_f|}$$

Pour un éclairement mono-directionnel (*i.e.* $\Delta\Omega_s = 0$) : $\Delta\Omega_f^* = \frac{\Delta\Omega_v}{4.|\Omega_s.\Omega_f^*|}$

4) Propriétés optiques volumiques du couvert

Lors de sa propagation le long d'un trajet dr dans un milieu, une onde est diffusée et / ou absorbée (*i.e.*, interceptée). L'interception dépend du coefficient d'extinction $\alpha_e(r,\Omega)$ (m^{-1}). La diffusion dépend du coefficient de diffusion différentielle $\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega)$ ($m^{-1}.sr^{-1}$). Ces quantités qui sont des fonctions de $f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega)$, $\frac{g_f(r,\Omega_f)}{2\pi}$ et $u_f(r)$ sont établies en considérant un élément de volume dV orienté selon la direction (Ω).

- **Puissance interceptée par dV : $dW_{dV}(r,\Omega,d\Omega)$**

La puissance interceptée par toutes les feuilles d'orientation (Ω_f) dans dV est :

$$dW_{dV}(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega,d\Omega) = |\Omega.\Omega_f|.u_f(r,\Omega_f,d\Omega_f).dV.L(r,\Omega).d\Omega \qquad \text{où } u_f(r,\Omega_f,d\Omega_f) = \frac{g_f(r,\Omega_f)}{2\pi}.u_f(r).d\Omega_f$$

La puissance interceptée par toutes les feuilles contenues dans dV est :

$$dW_{dV}(r,\Omega,d\Omega) = \frac{1}{2\pi}.\int_0^{2\pi} d\phi_f \int_0^1 g_f(r,\Omega_f).|\Omega.\Omega_f|.d\mu_f.u_f(r).dV.L(r,\Omega).d\Omega = G(r,\Omega).u_f(r).dV.L(r,\Omega).d\Omega$$

On a $dW_{dV}(r,\Omega_f,\Omega,d\Omega) = dL_e(r,\Omega).d\Omega.dS$, car l'interception de puissance équivaut à une diminution de la luminance incidente L(r,Ω),. La variation de luminance incidente est donc :

$$dL_e(r,\Omega) = \alpha_e(r,\Omega).L(r,\Omega).\frac{dV}{dS} = \alpha_e(r,\Omega).L(r,\Omega).dr(\Omega)$$

où le coefficient d'extinction pour la luminance $L(r,\Omega)$ est $\alpha_e(r,\Omega) = G(r,\Omega).u_f(r)$.

• **Luminance diffusée par les feuilles (Ω_f) de dV selon (Ω) : $dL_d(r,\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega,d\Omega')$**

La fonction de phase foliaire (*i.e.*, intensité diffusée $dI_d(\Omega)$ / puissance unité interceptée selon (Ω')) s'écrit :

$$f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega) = \omega(\Omega_f,\Omega').\frac{P_f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega)}{4\pi}$$

∗ $\frac{P_f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega)}{4\pi}=\frac{f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega)}{\int_{4\pi} f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega}$: fonction de phase normalisée. $\int_{4\pi}\frac{P_f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega)}{4\pi}.d\Omega=1.$

∗ $\omega(\Omega_f,\Omega')$: albédo foliaire de diffusion. $\omega(\Omega_f,\Omega')=\int_{4\pi} f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega=\rho_h(\Omega_f,\Omega_s)+\tau_h(\Omega_f,\Omega_s)$

L'intensité diffusée selon (Ω) par les feuilles de dV d'orientation (Ω_f) éclairées selon (Ω') est :

$$\begin{aligned} dI_{dV}(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega,d\Omega') &= f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).dW_{dV}(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega',d\Omega') \\ &= f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).L(r,\Omega').d\Omega'.u_f(r,\Omega_f,d\Omega_f).|\Omega'.\Omega_f|.dV \end{aligned}$$

$$\Rightarrow\ dI_{dV}(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega,d\Omega') = \alpha_d(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).L(r,\Omega').d\Omega'.dV \qquad (W.sr^{-1})$$

où coefficient de diffusion différentielle : $\alpha_d(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega)=f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).u_f(r,\Omega_f,d\Omega_f).|\Omega'.\Omega_f|$

On a donc : $\alpha_d(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega) = \alpha_d(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega').\frac{P_f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega)}{4\pi}$

et $\alpha_d(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega') = \int_{4\pi}\alpha_d(r,\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega = \omega(\Omega_f,\Omega').u_f(r,\Omega_f,d\Omega_f).|\Omega'.\Omega_f|$

La luminance diffusée est :

$$dL_d(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega,d\Omega') = \frac{dI_{dV}(r,\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega,d\Omega')}{dS(\Omega)} = \alpha_d(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).L(r,\Omega').d\Omega'.dr(\Omega)$$

La luminance diffusée sur 4π est :

$$dL_d(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega'\rightarrow 4\pi,d\Omega') = \alpha_d(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega').L(r,\Omega').d\Omega'.dr(\Omega)$$

En considérant toutes les directions incidentes (Ω'), la luminance diffusée ($4\pi\rightarrow\Omega$) par toutes les feuilles d'orientation ($\Omega_f,d\Omega_f$) de dV est :

$$\begin{aligned} dL_d(r,dr,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega) &= [\int_{4\pi}\alpha_d(r,\Omega_f,d\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).L(r,\Omega').d\Omega'].dr(\Omega) \\ &= [\int_{4\pi} u_f(r,\Omega_f,d\Omega_f).|\Omega'.\Omega_f|.L(r,\Omega').f(\Omega'\rightarrow\Omega,\Omega_f).d\Omega'].dr(\Omega) \end{aligned}$$

La luminance diffusée par toutes les feuilles de dV, pour toutes les directions (Ω'), est :

$$dL_d(r,dr,\Omega)=\int_{4\pi}\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega).L(r,\Omega').d\Omega'.dr(\Omega)=\frac{u_f(r)}{2\pi}.\int_{4\pi}[\int_{2\pi} g_f(r,\Omega_f).|\Omega'.\Omega_f|.f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega_f].L(r,\Omega').d\Omega'.dr(\Omega)$$

où $\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega) = \frac{u_f(r)}{2\pi}.\int_{2\pi} g_f(r,\Omega_f).|\Omega'.\Omega_f|.f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega_f \qquad (sr^{-1}.m^{-1})$

La fonction de phase surfacique volumique du couvert est :

$$\frac{\Gamma(\Omega'\rightarrow\Omega)}{\pi} = \frac{\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega)}{u_f(r)} = \int_{2\pi} \frac{g_f(r,\Omega_f)}{2\pi}.|\Omega'.\Omega_f|.f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega_f$$

Elle est égale à la luminance $dL_d(r,dr,\Omega)$ diffusée selon (Ω) par une surface foliaire unité dans le cas d'un éclairement unité (*i.e.*, $L(r,\Omega').d\Omega'=1$).

$$\Rightarrow dL_d(r,dr,\Omega) = \int_{4\pi} \frac{\Gamma(\Omega'\rightarrow\Omega)}{\pi}.L(r,\Omega').d\Omega'.u_f(r).dr(\Omega) \text{ et } W_d(r,dr,\Omega) = \int_{4\pi} \frac{\Gamma(\Omega'\rightarrow\Omega)}{\pi}.L(r,\Omega').d\Omega'.dV(\Omega).d\Omega$$

La normalisation de $\frac{\Gamma(r,\Omega'\rightarrow\Omega)}{\pi}$ est la fonction de phase surfacique normalisée du couvert :

$$\frac{P(r,\Omega'\rightarrow\Omega)}{4\pi} = \frac{\Gamma(r,\Omega'\rightarrow\Omega)}{\int_{4\pi}\Gamma(r,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega} \qquad \text{où} \int_{4\pi} \frac{P(r,\Omega'\rightarrow\Omega)}{4\pi}.d\Omega=1.$$

En fait, il convient de rajouter la diffusion "spéculaire". Son calcul est donné en Annexe.

5) Equation du transfert radiatif dans couvert foliaire turbide

L'équilibre radiatif d'un élément de volume foliaire dV orienté selon une direction (Ω) quelconque, où les coefficients d'extinction et de diffusion dépendent de la distribution angulaire foliaire $\frac{g_f(r,\Omega_f)}{2\pi}$ et de la fonction de phase foliaire $\frac{P_f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega)}{4\pi}$ donne l'ETR :

$$\frac{dL(r,\Omega)}{dr(\Omega)} = -\alpha_e(r,\Omega).L(r,\Omega) + \int_{4\pi}\alpha_d(r,\Omega'\rightarrow\Omega).L(r,\Omega').d\Omega'$$

En utilisant la notion de fonction de phase surfacique :

$$\boxed{\frac{dL(r,\Omega)}{dr(\Omega)} = -G(r,\Omega).u_f(r).L(r,\Omega) + u_f(r).\int_{4\pi}\frac{\Gamma(r,\Omega'\rightarrow\Omega)}{\pi}.L(r,\Omega').d\Omega'}$$

Deux cas fréquents de simplification sont indiqués ci-dessous.

- $f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega)$ et par suite $\omega(\Omega_f,\Omega')$ indépendants de Ω_f :

$$\Rightarrow \int_{4\pi}\frac{\Gamma(r,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega}{\pi} = \omega(r,\Omega').G(r,\Omega') \Rightarrow \frac{\Gamma(r,\Omega'\rightarrow\Omega)}{\pi} = \omega(r,\Omega').G(r,\Omega').\frac{P(r,\Omega'\rightarrow\Omega)}{4\pi}$$

- $\omega(\Omega_f,\Omega')$ indépendant de Ω_f et Ω' :

$$\boxed{\frac{dL(r,\Omega)}{dr(\Omega)} = -G(r,\Omega).u_f(r).L(r,\Omega) + u_f(r).\omega(r).\int_{4\pi}G(r,\Omega').\frac{P(r,\Omega'\rightarrow\Omega)}{4\pi}.L(r,\Omega').d\Omega'}$$

6) Milieu foliaire turbide horizontal infini

Le milieu turbide foliaire étant une couche plane horizontale, tout déplacement dr(Ω) dans celui-ci peut alors être remplacé par dz/μ. L'équation du transfert radiatif devient donc :

$$\mu.\frac{dL(z,\Omega)}{dz} = -G(z,\Omega).u_f(z).L(z,\Omega) + \frac{u_f(z)}{\pi}.\int_{4\pi}\Gamma(z,\Omega'\rightarrow\Omega).L(z,\Omega').d\Omega'$$

$\mathcal{L}(z)$ étant le LAI cumulé $\int_0^z u_f(t).dt$ depuis le haut du couvert, on a :

$$\boxed{\mu.\frac{dL(\mathcal{L},\Omega)}{d\mathcal{L}} = G(\mathcal{L},\Omega).L(\mathcal{L},\Omega) - \frac{1}{\pi}.\int_{4\pi}\Gamma(\mathcal{L},\Omega'\rightarrow\Omega).L(\mathcal{L},\Omega').d\Omega'}$$

L'épaisseur optique selon Ω est $d\tau(z,\Omega)=\alpha_e(z,\Omega).\frac{dz}{\mu}=G(\Omega).u_f(z).\frac{dz}{\mu}=G(\Omega).\frac{d\mathcal{L}(z)}{\mu}$ (sans unité)

- ω indépendant de Ω_f et Ω' (cas de feuilles avec $\rho_{dh}(\Omega')$ et $\tau_{dh}(\Omega')$ indépendants de Ω')

$$\boxed{\mu.\frac{dL(\mathcal{L},\Omega)}{d\tau} = G(\Omega).L(\mathcal{L},\Omega) - \frac{\omega}{4\pi}.\int_{4\pi}P(\Omega'\rightarrow\Omega).G(\Omega').L(\mathcal{L},\Omega').d\Omega'}$$

- ω indépendant de Ω_f et Ω' et symétrie azimutale des normales foliaires

  $g(z,\Omega_f)$ étant indépendant de ϕ_f, G(Ω') est indépendant de ϕ'. On a donc : G(Ω')=G(μ').

  Si de plus, $\omega(\Omega_f,\Omega')$ est indépendant de Ω_f et Ω', on a :

  $$\Rightarrow \qquad P(\mu'\rightarrow\mu) = \frac{1}{2\pi}.\int_0^{2\pi}P(\Omega'\rightarrow\Omega).d\phi' = 4\,\frac{\Gamma(\mu'\rightarrow\mu)}{\omega.G(\mu')}$$

  $P(\mu'\rightarrow\mu)$, $\Gamma(\mu'\rightarrow\mu)$, et G(μ') sont des valeurs moyennes. $\Gamma(\mu'\rightarrow\mu) = \frac{1}{2\pi}.\int_0^{2\pi}\Gamma(\Omega'\rightarrow\Omega).d\phi$

  L'équation de transfert moyennée en azimut est :

$$\boxed{\mu.\frac{dL(\mathcal{L},\mu)}{d\mathcal{L}} = G(\mu).L(\mathcal{L},\mu) - \frac{\omega}{2}.\int_{-1}^{+1}P(\mu'\rightarrow\mu).G(\mu').L(\mu',\mathcal{L}).d\mu'}$$

• Diffusion volumique isotrope

La diffusion volumique ne doit pas être confondue avec la diffusion du couvert. Ainsi, pour une couche plane infinie de diffuseurs lambertiens avec $g(\Omega_f)=1$, la luminance d'ordre 1, *i.e.* la luminance associée au rayonnement qui n'a été diffusé une seule fois, tend à varier en $1/\mu_v$, c'est à dire comme le volume foliaire observé. Par contre, la diffusion volumique selon une direction (Ω_v) donnée est celle qui est induite par un élément de volume dV (dS.dr) orienté selon (Ω_v). Ces deux diffusions ne peuvent être simultanément isotropes. De plus, il existe deux cas de diffusion volumique isotrope :

- <u>Flux incident directionnel</u> : $\frac{\Gamma(r,\Omega'\rightarrow\Omega)}{\pi} = \int_{2\pi}\frac{g_f(r,\Omega_f)}{2\pi}.|\Omega'.\Omega_f|.f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega).d\Omega_f$ indépendant de Ω

Cette condition n'est réalisée que si $f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega)$ est isotrope. Si $f(\Omega_f,\Omega'\rightarrow\Omega)\equiv|\Omega_f.\Omega|$ et $g_f(\Omega_f)=1$, l'anisotropie de la diffusion de surface des feuilles explique que la diffusion volumique a des maxima locaux selon les directions avant et arrière (rétrodiffusion). En effet, le terme $|\Omega_f.\Omega|.|\Omega_f.\Omega|$ est maximal et égal à 1 selon ces directions.

- Flux incident $L(z,\Omega')$ non directionnel : $\int_{4\pi}\Gamma(z,\Omega'\rightarrow\Omega).L(z,\Omega').d\Omega'$ indépendant de Ω.

La diffusion est isotrope si l'intégrale sur $\Delta\Omega'=4\pi$ et $\Delta\Omega_f=2\pi$ du produit des "surfaces efficaces élémentaires d'interception selon Ω' et de diffusion selon Ω", pondérée par "la luminance $L(z,\Omega')$" ne dépend pas de Ω. Avec l'hypothèse $f(\Omega'\rightarrow\Omega,\Omega_f)\equiv|\Omega_f.\Omega|$ la diffusion est isotrope si $\int_{4\pi}\int_{2\pi} g(\Omega_f).|\Omega_f.\Omega'|.|\Omega_f.\Omega|.L(z,\Omega').d\Omega_f.d\Omega'$ ne dépend pas de Ω.

i.) Flux incident $L(z,\Omega')$ isotrope :

Il faut alors avoir : $\int_{4\pi}\int_{2\pi} g(\Omega_f).|\Omega_f.\Omega'|.|\Omega_f.\Omega|.d\Omega_f.d\Omega'=2\pi.\int_{2\pi} g(\Omega_f).|\Omega_f.\Omega|.d\Omega_f$

Une condition pour une diffusion volumique isotrope est donc que $g_f(\Omega_f)$ soit isotrope.

ii.) Flux incident $L(z,\Omega')$ anisotrope. Il n'existe pas de solution évidente. Ainsi, l'anisotropie de $L(z,\Omega')$ tend à faire jouer un rôle prépondérant aux feuilles (Ω_f) tells que $L(z,\Omega').|\Omega_f.\Omega'|$ est maximal, ce qui implique une diffusion volumique anisotrope, même si $g(\Omega_f)=1$.

- **Fonction de phase foliaire isotrope et orientation foliaire aléatoire**

L'isotropie de $f(\Omega'\rightarrow\Omega,\Omega_f)\ \forall(\Omega',\Omega_f)$ implique l'isotropie des intensités diffusées. En effet :

$$f(\Omega'\rightarrow\Omega,\Omega_f)=\frac{\omega}{4\pi}\quad \text{où } \omega(\Omega')=\text{cste } \forall\Omega',\Omega_f \quad\Rightarrow\quad \Gamma(\Omega'\rightarrow\Omega)=G(\Omega').\frac{\omega}{4}\quad \text{et}\quad P(\Omega'\rightarrow\Omega)=1$$

Si de plus la distribution angulaire foliaire est isotrope ($g_f(\Omega_f)=1 \Rightarrow G(\Omega)=0.5$) la même fraction de faces supérieures et inférieures est vue selon toute direction. Les transmittance et réflectance foliaires interviennent donc dans des proportions identiques. L'équation du transfert radiatif est :

$$\boxed{\mu.\frac{dL(\mathscr{L},\Omega)}{d\mathscr{L}}=\frac{L(\mathscr{L},\Omega)}{2}-\frac{\omega}{8\pi}.\int_{4\pi}L(\mathscr{L},\Omega').d\Omega'}$$

Avec des intensités incidentes de symétrie en azimut : $\int_{4\pi}L(\mathscr{L},\mu',\phi').d\mu'.d\phi'=2\pi.\int_{-1}^{+1}L(\mathscr{L},\mu',\phi').d\mu'$

L'intégration sur ϕ' et ϕ de l'équation du transfert radiatif donne alors une équation selon μ :

$$\boxed{\mu.\frac{dL(\mathscr{L},\mu)}{d\mathscr{L}}=\frac{L(\mathscr{L},\mu)}{2}-\frac{\omega}{4}.\int_{-1}^{+1}L(\mathscr{L},\mu').d\mu'}\qquad \text{avec } L(\mathscr{L},\mu)=\frac{1}{2\pi}.\int_{0}^{2\pi}L(\mathscr{L},\mu,\phi).d\phi$$

- **Hypothèses simplificatrices**

- Effet "penumbra". Le soleil n'étant pas une source ponctuelle ($\Delta\theta_s \approx 0.009468\text{-}0.009478$) l'ombre portée par une feuille est plus ou moins totale selon la distance r par rapport à cette feuille (Ross, 1981). Ainsi, avec un disque de 2cm de diamètre l'ombre n'est pas totale si r>2.1m, et l'éclairement est supérieur à 80% si r>5m. Cet effet homogénéise le rayonnement dans le couvert. Sa non prise en compte peut induire des erreurs > 50% sur le calcul du taux de photosynthèse des couverts (Myneni *et al.*, 1989).
- Distribution non aléatoire des feuilles. Jusqu'ici, il a été considéré que les feuilles sont distribuées indépendamment les unes des autres à la fois à l'intérieur et entre les couches du couvert. Considérons le cas d'un couvert composé de N couches ΔL_k telles qu'au sein de chacune d'elles les feuilles ne peuvent se faire d'ombre (*i.e.*, une interception au plus par couche). La loi binomiale généralisée suivante représente alors la transmission des N couches ΔL_k selon la direction Ω_i, c'est à dire la fréquence de trous au sol :

$$T(\Omega_i) = \prod_{k=1}^{N}[1 - \frac{\Delta L_k}{\mu}.G_k(\mu)] = \exp[\sum_{k=1}^{N}\ln\{1 - \frac{\Delta L_k}{\mu}.G_k(\mu)\}] \approx \exp[\frac{-1}{\mu}.\sum_{k=1}^{N}\Delta L_k.G_k(\mu).\{1 + \frac{\Delta L_k}{2.\mu}.G_k(\mu)\}]$$

Si $\Delta L_k \to 0$: $T(\Omega_i) \to \exp[\frac{-1}{\mu}.\sum_{k=1}^{N}\Delta L_k.G_k(\mu)]$

La loi binomiale positive (Monsi et Saeki, 1953) donne la probabilité de n interceptions sur N couches ΔL : $p(n) = C_N^n.[\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)]^n.[1-\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)]^{N-n}$ où $p(0) = 1-\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)$, $p(1) = \frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)$

Le nombre moyen d'interceptions est $N.\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)$ et la variance est $[1-\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)].N.\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)$.

$\Delta L_k = \Delta L$ et $G_k(\mu) = G(\mu)$: $T(\Omega_i) = [1 - \frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)]^{L/\Delta L}$

La modélisation avec un nombre N de couches est contraignante car elle nécessite de connaître N.

Le regroupement de feuilles sous la forme d'amas foliaires, appelés "clumping" en anglais, explique que les feuilles d'une même couche peuvent se faire de l'ombre, c'est à dire se masquer les unes les autres selon n'importe quelle direction. Plusieurs interceptions peuvent donc survenir dans une même couche. Dans ce cas, Ross (1981) représente la transmission par une loi binomiale négative :

$$C_{N+n-1}^{n}.[\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)]^n.[1+\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)]^{-N-n} \quad \text{où } p(0) = [1+\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)\ ]^{-1},$$

où $p(n) = [\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)]^n.[1+\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)\ ]^{-n-1}$ et $\sum_{n=0}^{\infty} p(n) = 1$.

Le nombre moyen d'interceptions est $N.\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)$ et la variance est $[1+\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)].N.\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)$.

On a alors : $T(\Omega_i) = [1 + \frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)]^{-L/\Delta L}$

La transmission dépend du nombre N de couches. Si $N \to \infty$, soit si $\Delta L \to 0$, les 2 lois binomiales p(n) convergent vers la loi de Poisson : $[\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)]^n.\frac{1}{n!}.\exp[-N.\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)]$, avec

pour moyenne et variance $N.\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)$. Le milieu de propagation est alors dit turbide et $T(\Omega_i) = \exp[-N.\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)]$.

En fait, la distribution spatiale foliaire dans une couche ne suit pas une loi de Poisson. Elle dépend de la distribution foliaire dans les autres couches. Ainsi, Nilson (1971) modélise cette dépendance avec une loi de Markov : la probabilité qu'une feuille d'une couche ΔL soit à l'ombre est $\lambda_o.G.\Delta L/\mu$ en l'absence d'interception dans une couche précédente et est $\lambda.G.\Delta L/\mu$ si une interception est déjà survenue. λ_o est le facteur de "clumping". Ce modèle se ramène à la loi binomiale si $\lambda_o = \lambda = 1$.

Le milieu foliaire est dit régulier si $\lambda_o > 1$, aggrégatif si $\lambda_o < 1$ et turbide si $\lambda_o = \lambda = 1$.

Le modèle de Markov permet de prédire la probabilité d'obtention de "sunflecks":

- $L \in [0 \ \ \Delta L]$: $T(\Omega_i) = [1 - \frac{L}{\mu}.G(\mu)]$

- $L > \Delta L$: $T(\Omega_i) = [1 - \frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)].[1 - \lambda_o.\frac{\Delta L}{\mu}.G(\mu)]^{L/\Delta L} \approx \exp[-L.\ln(1+\frac{G(\mu)}{\mu}.\lambda_o)] \approx \exp[-\int_0^L \frac{\lambda_o}{\mu}.G(\mu).dl]$

Kuusk (1995) admet que l'interdépendance des couches décroît avec z. Pour cela, il utilise : $\lambda_o = 1-(1-\lambda_{o,sup}).\exp[-\frac{\Delta l}{\Delta s_f}]$ où Δs_f est la dimension foliaire et $\Delta l = (k-1).\Delta z.\tan\theta$ est la projection horizontale de la distance selon θ entre les couches i et i+k d'épaisseur Δz.

7) Le "Hot Spot"

La réflectance de tout milieu éclairé par un rayonnement de longueur d'onde beaucoup plus petite que les éléments diffusants du milieu présente un maximum local ("hot spot") pour une direction d'observation égale à la direction d'éclairement. Un observateur ne voit en effet pas d'ombre selon cette direction d'observation. Ce phénomène est expliqué par la non indépendance (corrélation) des diffusions successives qui surviennent dans le couvert : le facteur d'extinction $G(\Omega_v)$ selon la direction (Ω_v) n'est pas indépendant de la direction (Ω_s). Par suite, la transmission bidirectionnelle d'ordre 1 dans un couvert varie entre $\exp[-G(\Omega_s).\mathcal{L}/|\mu_s|]$, pour $\Omega_v = -\Omega_s$, et $\exp[-(G(\Omega_s)+G(\Omega_v)).\mathcal{L}/|\mu|]$, si $|\Omega_s|$ et $|\Omega_v|$ sont très différents. La méthode de calcul du "hot spot" développée par Kuusk (1991) pour le cas d'un milieu constitué par la superposition de couches horizontales est indiquée ci-dessous.

Chaque couche i est repérée par l'altitude z_i. L'indice i est croît depuis la valeur 1 au sommet du couvert. On considère tout d'abord une couche dz à la hauteur z_i, ainsi que les fonctions $\xi(x,y,z_i,\Omega)$ et $\eta(x,y,z_i,\Omega_s,\Omega_v)$ aux points (x,y) de cette couche.

- $\xi(x,y,z_i,\Omega)$ vaut 1 si le rayon (Ω) est intercepté au point (x,y,z_i) et 0 en l'absence de contact. La transmittance de la couche (z_i,dz) au point (x,y) pour un rayon (Ω) est $T(x,y,z_i,\Omega)=[1-\xi(x,y,z_i,\Omega)]$. Elle suit une loi binomiale comme $\xi(x,y,z_i,\Omega)$. La transmittance de la couche (z_i,dz) pour un rayon (Ω) est la valeur moyenne

$$T(z_i,\Omega) = [1-\xi_i(\Omega)] = \langle[1-\xi(x,y,z_i,\Omega)]\rangle_{x,y} = \exp[-u_f(z_i).G(z_i,\Omega).|\frac{dz}{\mu}|]$$

- $\eta(x,y,z_i,\Omega_s,\Omega_v)$ vaut 1 s'il ne survient aucune interception sur le trajet (Ω_s,Ω_v) dans les couches j=1,2,..,i-1. Cette fonction vaut 0 s'il survient au moins un contact. La valeur moyenne de ce terme est la transmittance bidirectionnelle au-dessus de la couche i :

$$p(z_i,\Omega_s,\Omega_v) = <\eta(x,y,z_i,\Omega_s,\Omega_v)>_{xy}$$

Les couches sont indépendantes si les positions les éléments foliaires ne dépendent pas de l'altitude z, ce qui est le cas si la distribution 3D des feuilles suit la loi de Poisson. On a alors :

$$\eta(x,y,z_i,\Omega_s,\Omega_v) = \prod_{j=1}^{i-1}[1-\xi_j(x,y,\Omega_s)].[1-\xi_j(x',y',\Omega_v)]$$

La distance entre les points (x,y) et (x',y') de la couche j (points associés aux rayons Ω_s et Ω_v issus d'un même point au bas de la couche i) est

$$s_{ij} = (i-j).\Delta(\Omega_s,\Omega_v).dz \quad \text{avec} \quad \Delta(\Omega_s,\Omega_v) = \sqrt{\frac{1}{\mu_v^2} + \frac{1}{\mu_s^2} - \frac{2.\cos\alpha}{|\mu_s.\mu_v|}} \quad \text{et} \quad \cos\alpha=\Omega_s.\Omega_v$$

La transmittance bidirectionnelle "haut du couvert - couche i - haut du couvert " est :

$$p(z_i,\Omega_s,\Omega_v) = \prod_{j=1}^{i-1}<[1-\xi_j(x,y,\Omega_s)].[1-\xi_j(x',y',\Omega_v)]>_{xy} = \prod_{j=1}^{i-1}<T(x,y,z_j,\Omega_s).T(x,y,z_j,\Omega_v)>_{xy}$$

$$= \prod_{j=1}^{i-1}\{T(z_j,\Omega_s).T(z_j,\Omega_v) + Cov[T(x,y,z_j,\Omega_s).T(x,y,z_j,\Omega_v)]\}$$

avec : $Cov[T(x,y,z_j,\Omega_s),T(x,y,z_j,\Omega_v)]$ = "Corrélation spatiale $Y_{\xi_j(\Omega_s),\xi_j(\Omega_v)}(s_{ij})$" x "Racine carrée des produits des variances de $T(x,y,z_j,\Omega_s)$ et $T(x,y,z_j,\Omega_v)$". Les termes $T(x,y,z_j,\Omega)$ suivant une loi binomiale de moyenne $T(z_j,\Omega)$, l'on a $Var[T(x,y,z_j,\Omega)] = \sqrt{T(z_j,\Omega).(1-T(z_j,\Omega))}$.

$$\Rightarrow p(z_i,\Omega_s,\Omega_v)=\prod_{j=1}^{i-1}\{T(z_j,\Omega_s).T(z_j,\Omega_v)+\sqrt{T(z_j,\Omega_s).T(z_j,\Omega_v).[1-T(z_j,\Omega_s)].[1-T(z_j,\Omega_v)]}.Y_{\xi_j(\Omega_s),\xi_j(\Omega_s)}(s_{ij})\}$$

Avec "$1-T(z_i,\Omega)\approx u_f(z_i).G(z_i,\Omega).\frac{dz}{\mu}$", $\prod_{j=1}^{i-1}[A_j+\sqrt{B_j}] \approx \prod_{j=1}^{i-1}A_j + \sum_{j=1}^{i-1}\sqrt{B_j}.\prod_{k=1,\neq j}^{i-1}A_k$ si $B_j<<A_j$, et $T(z_i,\Omega)\approx 1$:

$$p(z,\Omega_s,\Omega_v)\approx\exp[-\{\int_0^z u_f(z_i).[\frac{G(z_i,\Omega_s)}{|\mu_s|}+\frac{G(z_i,\Omega_v)}{|\mu_v|}].dz - \int_0^z\sqrt{\frac{G(\Omega_s).G(\Omega_v)}{|\mu_s.\mu_v|}}.u_f(z').Y_{\xi_j(\Omega_s),\xi_j(\Omega_s)}((z-z').\Delta(\Omega_s,\Omega_v)).dz'\}]$$

$$p(z,\Omega_s,\Omega_v)=T(z,\Omega_v).T(z,\Omega_s).\exp[\int_0^z\sqrt{\frac{G(\Omega_s).G(\Omega_v)}{|\mu_s.\mu_v|}}.u_f(z').Y_{\xi_j(\Omega_s),\xi_j(\Omega_s)}((z-z').\Delta(\Omega_s,\Omega_v)).dz']$$

Il est parfois utilisé l'expression simplifiée $Y_{\xi_j(\Omega_s),\xi_j(\Omega_s)}(s_{ij}) = \exp[-b.s_{ij}]$. Dans un milieu tel que $u_f(z')=u_f$ et où $G(z,\Omega)=G(\Omega)$, on a alors :

$$p(z,\Omega_s,\Omega_v) = T(z,\Omega_v).T(z,\Omega_s).\exp\{\sqrt{\frac{G(\Omega_s).G(\Omega_v)}{|\mu_s.\mu_v|}}.\frac{u_f}{b.\Delta(\Omega_s,\Omega_v)}.[1-e^{b.\Delta(\Omega s,\Omega v).z}]\}$$

Il est souvent considéré que $b=1/s_f$ où s_f est équivalent à une dimension moyenne de la feuille. Ainsi, dans le cas de feuilles circulaires de diamètre d_f :

$$s_f = \frac{\pi.d_f.G(\Omega)}{4.\mu_v \int_{2\pi} \frac{g_f(\Omega_f).d\Omega_f}{\sqrt{1+\tan 2\theta_f}.\sin 2\Phi_f}}$$

Distribution foliaire sphérique (horizontale) : $s_f = d_f.\frac{\pi^2}{16}$ $(s_f = d_f.\frac{\pi}{4})$

Le facteur d'interception du couvert selon la direction (Ω_v), en un point de LAI cumulé $\mathcal{L}$, pour un photon incident selon (Ω_s), puis diffusé au point $\mathcal{L}(z)$, n'est donc pas $G(\Omega_v)$ mais :

$$G_{eff}(\ell,\Omega_s,\Omega_v) = G(\Omega_v).\{1 - \sqrt{\frac{G(\Omega_s).|\mu_v|}{G(\Omega_v).|\mu_s|}}.\exp[-\Delta(\Omega_s,\Omega_v).\frac{\mathcal{L}(z) - \mathcal{L}}{s_f.u_f}]\} \qquad \mu_v > 0$$

Pour "$\Omega_s = \Omega_v$", l'on a bien : $\Delta(\Omega_s,\Omega_v) = 0$, et par suite $\sigma(\ell,\Omega_s,\Omega_v) = 0$.

En tout lieu du couvert, la probabilité qu'un photon incident qui a été diffusé une seule fois dans le couvert soit rétrodiffusé sans aucune interaction ultérieure dépend donc du rapport "dimension foliaire - profondeur de (M)", des directions Ω_s et Ω_v et de l'angle entre ces directions. Le "hot spot" est d'autant plus prononcé que la dimension foliaire est grande.

III.3 Résolution itérative du transfert radiatif dans des milieux turbides

Après une introduction des méthodes itératives, différentes méthodes de résolution sont présentées ici. Elles reposent toutes sur l'équation du transfert radiatif, c'est à dire sur :

$$\mu.\frac{dL(\ell,\Omega)}{d\ell} = G(\ell,\Omega).L(\ell,\Omega) - \frac{1}{\pi}.\int_{4\pi} \Gamma(L,\Omega' \rightarrow \Omega).L(\ell,\Omega').d\Omega'$$

1) Méthodes itératives

L'objectif des méthodes itératives de résolution de l'ETR est de converger le plus vite et le plus précisément possible vers la solution. La rapidité de convergence repose sur :

- choix des valeurs initiales de $L(z,\Omega)$. Il peut être utilisé la luminance d'ordre 1, *i.e.* $L_d(z,\Omega)$, du rayonnement solaire direct.
- pas du processus itératif (i.e., méthode qui fait passer d'un ordre d'itération n au suivant)
- test d'arrêt du processus. Pour cela, il peut être utilisé des conditions sur la luminance $L_n(z,\Omega)$ ou l'éclairement $E_n(z,\Omega)$ d'ordre n. Ainsi, le processus itératif peut être arrêté :

si $\exists\ \varepsilon \mid \forall z$ et $\forall \Omega$ $\quad \frac{|L_{n+1}(z,\Omega) - L_n(z,\Omega)|}{L_{n+1}(z,\Omega)} \leq \varepsilon$ ou bien

si $\exists\ \varepsilon \mid \forall z$ $\quad \frac{|E_{n+1}(z) - E_n(z)|}{E_{n+1}(z)} \leq \varepsilon$ avec $\quad E_n(z) = \int_{4\pi} L_n(z,\Omega).\mu.d\Omega \approx \Sigma_{ij}\, \gamma_{ij}.L_n(z,\Omega_{ij})$

où les termes γ_{ij} et (Ω_{ij}) représentent les poids et pivots de la quadrature.

La convergence du processus itératif "$L_n(z,\Omega) \rightarrow L(z,\Omega)$" peut être quantifiée avec le terme $\varepsilon_n = [\sup_{0 \leq z \leq H} \sup_{\Omega \in 4\pi} |L(z,\Omega) - L_n(z,\Omega)|]$. Ainsi, le système converge si $\varepsilon_n \rightarrow 0$ ou si $\exists\ b \in [0\ 1[\ \mid$

$\forall n \quad \varepsilon_n < b^n$; b est le taux de convergence. En fait, un faible taux de convergence (*i.e.* $b \approx 1$) peut impliquer l'arrêt du processus itératif alors que la valeur atteinte est "éloignée" de la valeur limite. L'efficacité de la méthode d'itération dépend du nombre d'itérations, et donc du taux de convergence b, ainsi que des calculs réalisés à chaque itération.

2) La Méthode intégrale

La luminance $L(\tau,\Omega)$ est souvent décomposée selon ses composantes déjà diffusées $L_d(\tau,\Omega)$ et non diffusées $L_{nd}(\tau,\Omega)$, pour simplifier la résolution de l'équation de transfert. On a donc :

$$L(\tau,\Omega) = L_{nd}(\tau,\Omega) + L_d(\tau,\Omega)$$

Soit un milieu où $L(0,\Omega) = L_{nd}(0,\Omega) = f_1(\Omega)$ où $\mu<0$ et $L(LAI,\Omega) = L_{nd}(LAI,\Omega) = f_2(\Omega)$ où $\mu>0$.

Luminance L_{nd} : $\mu.\dfrac{dL_{nd}(L,\Omega)}{d\ell} = G(\ell,\Omega).L_{nd}(\ell,\Omega)$

Sommet du couvert : $L_{nd}(0,\Omega) = f_1(\Omega)$ $\mu<0$

Interface "couvert - sol" : $L_{nd}(LAI,\Omega) = f_2(\Omega)$ $\mu>0$

$$L_{nd}(\ell,\Omega) = f_1(\Omega).\exp\left[\frac{-1}{|\mu|}.\int_0^{\ell} G(\ell',\Omega).d\ell'\right] \qquad \mu<0$$

$$L_{nd}(\ell,\Omega) = f_2(\Omega).\exp\left[\frac{-1}{\mu}.\int_{\ell}^{LAI} G(\ell',\Omega).d\ell'\right] \qquad \mu>0$$

Luminance L_d : $\mu.\dfrac{dL_d(\ell,\Omega)}{d\ell} = G(\ell,\Omega).L_d(\ell,\Omega) - \dfrac{1}{\pi}.\int_{4\pi}\Gamma(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega).L_d(\ell,\Omega').d\Omega' - Q(\ell,\Omega)$

Sommet du couvert : $L_d(0,\Omega) = 0$ $\mu<0$

Interface "couvert - sol" : $L_d(LAI,\Omega) = 0$ $\mu>0$

$$Q(\ell,\Omega) = \frac{1}{\pi}\int_{4\pi}\Gamma(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega).L_{nd}(\ell,\Omega').d\Omega'$$

En utilisant la notation $y(\ell,\Omega) = -\dfrac{1}{\pi}.\int_{4\pi}\Gamma(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega).L_d(\ell,\Omega').d\Omega' - Q(\ell,\Omega)$, on obtient :

$$L_d(\ell,\Omega) = \frac{1}{|\mu|}.\int_0^{\ell} y(\ell',\Omega).\exp\left[\frac{-1}{|\mu|}.\int_{\ell'}^{\ell} G(x,\Omega).dx\right].d\ell' \qquad \mu<0$$

$$\Rightarrow \qquad L_d(\ell,\Omega) = \frac{1}{\mu}.\int_{\ell}^{LAI} y(\ell',\Omega).\exp\left[\frac{-1}{\mu}.\int_{\ell}^{\ell'} G(x,\Omega).dx\right].d\ell' \qquad \mu>0$$

$$L_d(\ell,\Omega) = \frac{y(\ell,\Omega)}{G(\ell,\Omega)} \qquad \mu=0$$

La substitution de cette expression de $L_d(\ell,\mu)$ dans $y(\ell,\Omega)$ donne le système intégral :

$$y(\ell,\Omega) = \frac{-1}{\pi}.\int_{0}^{LAI}\int_{2\pi^-} y(\ell',\Omega').\frac{\Gamma(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega)}{\mu'}.\exp[\frac{1}{\mu'}.\int_{\ell'}^{\ell} G(x,\Omega').dx].d\Omega'.d\ell'$$
$$+ \frac{1}{\pi}.\int_{\ell}^{LAI}\int_{2\pi^+} y(\ell',\Omega').\frac{\Gamma(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega)}{\mu'}.\exp[\frac{-1}{\mu'}.\int_{\ell}^{\ell'} G(x,\Omega').dx].d\Omega'.d\ell' - Q(\ell,\Omega)$$

Si $y(\ell,\Omega)$ est une solution de ce système intégral, alors $L_d(\ell,\Omega)$ est obtenu à partir de son expression en fonction de $y(\ell,\Omega)$. Inversement, si $L_d(\ell,\Omega)$ est connu, alors $y(\ell,\Omega)$ est déterminé à partir de son expression en fonction de $L_d(\ell,\Omega)$. Une manière de résoudre l'équation générale du transfert radiatif est d'utiliser dans une première étape des valeurs à priori de $L_d(\ell,\Omega)$, pour tout ℓ et Ω. Ces valeurs doivent être si possible les plus proches des solutions finalement obtenues. Elles permettent de calculer une première approximation des $y(\ell,\Omega)$, pour tout ℓ et Ω. L'emploi de ces valeurs dans le système intégral donne de nouvelles valeurs des $y(\ell,\Omega)$, etc. Cette procédure itérative est poursuivie jusqu'à ce que $L_d(\ell,\Omega)$ n'évolue plus. L'obtention d'une solution requiert que le système soit convergent. En général, il converge d'autant moins que la profondeur optique du couvert est importante.

La méthode intégrale est souvent mise en œuvre en utilisant une décomposition de la luminance selon plusieurs composantes. Deux approches sont présentées ci-dessous.

• ***Séparation des luminances diffusées et non diffusées par le couvert***

$L(0,\Omega) = L_{atm}(0,\Omega) + \pi.F.e^{\tau_a/\mu_s}.\delta(\Omega-\Omega_s)$ $\quad \mu<0$ et $\mu_s<0$

$L(-H,\Omega) = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi^-} R_{sol}(\Omega',\Omega).L(-H,\Omega').\mu'.d\Omega'$ $\quad \mu>0$

où τ_a est l'épaisseur optique atmosphérique et μ_s la direction solaire.

La luminance totale comprend 3 composantes : $L = L_{nd}^{atm} + L_{nd}^{s} + L_d$

* <u>Luminance atmosphérique $L_{nd}^{atm}(\ell,\Omega)$ non diffusée par le couvert</u> :

$$\mu.\frac{dL_{nd}^{atm}.(\ell,\Omega)}{d\ell} = G(\Omega).L_{nd}^{atm}(\ell,\Omega)$$

$L_{nd}^{atm}(0,\Omega) = L_{atm}(0,\Omega)$ $\quad \mu<0$

$L_{nd}^{atm}(-H,\Omega) = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi^-} R_{sol}(\Omega',\Omega).L_{nd}^{atm}(-H,\Omega').\mu'.d\Omega'$ $\quad \mu>0$

$\Rightarrow$

$L_{nd}^{atm}(\ell,\Omega) = L_{atm}(0,\Omega).\exp[-G(\Omega).\ell/\mu]$ $\quad \mu<0$

$L_{nd}^{atm}(\ell,\Omega) = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi^-} R_{sol}(\Omega',\Omega).L_{nd}^{atm}(-H,\Omega').\mu'.d\Omega'.\exp[-\frac{G(\Omega)}{\mu}.(LAI-\ell)]$ $\quad \mu>0$

* Luminance solaire directe $L^{s}_{nd}(\ell,\Omega)$ non diffusée par le couvert :

$$\mu.\frac{dL^{s}_{nd}.(\ell,\Omega)}{d\ell} = G(\Omega).L^{s}_{nd}(\ell,\Omega)$$

$L^{s}_{nd}(0,\Omega) = \pi.F.\delta(\Omega-\Omega_s)$ $\mu<0$

$L^{s}_{nd}(-H,\Omega) = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi^-} R_{sol}(\Omega',\Omega).L^{s}_{nd}(-H,\Omega').\mu'.d\Omega'$ $\mu>0$

En fait on considère que : $L^{s}_{nd}(\ell,\Omega) = \begin{matrix} L^{s+}_{nd}(\ell,\Omega) & \mu>0 \\ L^{s-}_{nd}(\ell,\Omega) & \mu<0 \end{matrix}$

$L^{s-}_{nd}(\ell,\Omega) = \pi.F.\exp[G(\Omega).\ell/\mu].\delta(\Omega-\Omega_s)$ $\mu<0$

La composante $L^{s+}_{nd}(\ell,\Omega)$ vérifie :

$$\mu.\frac{dL^{s+}_{nd}.(\ell,\Omega)}{d\ell} = G(\Omega).L^{s+}_{nd}(\ell,\Omega) \qquad \mu>0$$

$$L^{s+}_{nd}(-H,\Omega) = R_{sol}(\Omega_s,\Omega).|\mu_o|.F.\exp[\frac{G(\Omega_s).LAI}{\mu_s}] \qquad \mu>0 \text{ et } \mu_s<0$$

* Luminance $L_d(\ell,\Omega)$ déjà diffusée par le couvert :

$$\mu.\frac{dL_d(\ell,\Omega)}{d\ell} = G(\Omega).L_d(\ell,\Omega) - \frac{1}{\pi}\int_{4\pi}\Gamma(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega).L_d(\ell,\Omega').d\Omega' - Q(\ell,\Omega)$$

$L_d(0,\Omega) = 0$ $\mu<0$

$L_d(-H,\Omega) = \frac{1}{\pi}.\int_{2\pi^-} R_{sol}(\Omega',\Omega).L_d(-H,\Omega').\mu'.d\Omega'$ $\mu>0$

avec $Q(\ell,\Omega) = Q_{atm}(\ell,\Omega) + Q_{s+}(\ell,\Omega) + Q_{s-}(\ell,\Omega)$

$$Q_{atm}(\ell,\Omega) = \frac{1}{\pi}\int_{4\pi}\Gamma(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega).L^{atm}_{nd}(\ell,\Omega').d\Omega'$$

$$Q_{s+}(\ell,\Omega) = \frac{1}{\pi}\int_{2\pi^+}\Gamma(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega).L^{s+}_{nd}(\ell,\Omega').d\Omega'$$

$$Q_{s-}(\ell,\Omega) = F.\Gamma(\ell,\Omega_s\rightarrow\Omega).\exp[-G(\Omega_s).\ell/|\mu_s|]$$

La luminance $L_d(\ell,\Omega)$ est alors calculée avec la méthode dite intégrale.

- ***Séparation des luminances d'ordre 1 et d'ordre multiple***

La luminance $L_d(\ell,\Omega)$ comprend une composante $L_{d1}(\ell,\Omega)$ associée aux diffusions d'ordre 1, et une composante $L_{dM}(\ell,\Omega)$ associée aux diffusions d'ordre multiple. La luminance $L_{d1}(\ell,\Omega)$ est souvent traitée à part de $L_{dM}(\ell,\Omega)$, car elle peut être calculée de manière exacte, et de plus son intensité est souvent supérieure à celle de $L_{dM}(\ell,\Omega)$.

Luminance $L_{d1}(\ell,\Omega)$: $\mu.\frac{dL_{d1}(\ell,\Omega)}{d\ell} = G(\Omega).L_{d1}(\ell,\Omega) - Q_{s-}(\ell,\Omega)$

avec $L_{d1}(0,\Omega) = 0 \quad \mu<0 \quad$ et $\quad L_{d1}(-H,\Omega) = 0 \quad \mu>0$

$$L_{d1}(\ell,\Omega) = \frac{F.|\mu_s|.\Gamma(\Omega_s\rightarrow\Omega)}{[G(\Omega).|\mu_s| + G(\Omega_s).|\mu|]}.[\exp(\frac{-G(\Omega_s).\ell}{|\mu_s|}) - \exp(\frac{-G(\Omega).\ell}{|\mu|})] \quad \mu<0 \quad \Omega \neq \Omega_s$$

$$L_{d1}(\ell,\Omega) = F.\Gamma(\Omega_s\rightarrow\Omega).\ell.\exp(\frac{-G(\Omega_s.\ell)}{|\mu_s|}) \qquad \Omega = \Omega_s$$

$$L_{d1}(\ell,\Omega) = \frac{F.|\mu_s|.\Gamma(\Omega_s\rightarrow\Omega)}{[G(\Omega).|\mu_s| + G(\Omega_s).|\mu|]}.[\exp(\frac{-G(\Omega_s).\ell}{|\mu_s|}) - \exp\{(\frac{-G(\Omega_s)}{|\mu_s|} - \frac{G(\Omega)}{|\mu|}).\ell_{max}\}.\exp(\frac{-G(\Omega).\ell}{|\mu|})] \quad \mu>0$$

$$\boxed{\ell_{max} \rightarrow 0 : L_{d1}(0,\Omega) = \frac{\Gamma(\Omega_s\rightarrow\Omega)}{|\mu_s|.|\mu|}.\frac{E_s.|\mu_s|}{\pi}} \quad \text{et} \quad \boxed{\ell_{max} \rightarrow \infty : L_{d1}(0,\Omega) = \frac{\Gamma(\Omega_s\rightarrow\Omega)}{[G(\Omega).|\mu_s| + G(\Omega_s).|\mu|]}.\frac{E_s.|\mu_s|}{\pi}}$$

Luminance $L_{dM}(\ell,\Omega)$: $\mu.\frac{dL_{dM}(\ell,\Omega)}{d\ell} = G(\Omega).L_{dM}(\ell,\Omega) - \frac{1}{\pi}\int_{4\pi}\Gamma(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega).L_{dM}(\ell,\Omega').d\Omega' - Q_M(\ell,\Omega)$

où $L_{dM}(0,\Omega) = 0 \quad \mu<0$ et $L_{dM}(-H,\Omega) = \frac{1}{\pi}\int_{2\pi^-}R_{sol}(\Omega',\Omega).|\mu'|.L_{dM}(\ell,\Omega').d\Omega' + L_{sol,d1}(\ell,\Omega) \quad \mu>0$

$$Q_M(\ell,\Omega) = Q_{atm}(\ell,\Omega) + Q_{s+}(\ell,\Omega) + Q_{d1}(\ell,\Omega)$$

où $Q_{d1}(\ell,\Omega) = \frac{1}{\pi}\int_{4\pi}\Gamma(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega).L_{d1}(\ell,\Omega').d\Omega'$ et $L_{sol,d1}(\ell,\Omega) = \frac{1}{\pi}\int_{2\pi^-}R_{sol}(\Omega',\Omega).|\mu'|.L_{d1}(\ell,\Omega').d\Omega'$

La luminance $L_{dM}(\ell,\Omega)$ est calculée avec la méthode intégrale. La solution complète est :

$$L(\ell,\Omega) = L_{nd}^{atm}(\ell,\Omega) + L_{nd}^{s}(\ell,\Omega) + L_{d1}(\ell,\Omega) + L_{dM}(\ell,\Omega)$$

Le hot spot est pris en compte en remplaçant $G(\Omega_v)$ par $G_{eff}(\ell,\Omega_s,\Omega_v)$ lors du calcul de $L_{nd}^{s+}(\ell,\Omega_v)$ et de $L_{d1}(\ell,\Omega_v)$. On a alors :

* Composante $L_{nd}^{s+}(\ell,\Omega_v)$: $\mu.\frac{dL_{nd}^{s+}(\ell,\Omega_v)}{d\ell} = G_{eff}(\ell,\Omega_s,\Omega_v).L_{nd}^{s+}(\ell,\Omega_v) \quad \mu_v>0$

$$L_{nd}^{s+}(-H,\Omega_v) = R_{sol}(\Omega_s,\Omega_v).|\mu_s|.L_s(0,\Omega_s).\exp[-\frac{G(\Omega_s).LAI}{|\mu_s|}] \qquad \mu_v>0$$

$$L_{nd}^{s+}(\ell,\Omega_v) = L_{nd}^{s+}(-H,\Omega_v).\exp[-\frac{1}{\mu_v}.\int_{\ell}^{LAI}G_{eff}(x,\Omega_s,\Omega_v).dx] \qquad \mu_v>0$$

* Ordre 1 $L_{d1}(\ell,\Omega)$: $\mu.\frac{dL_{d1}(\ell,\Omega_v)}{d\ell} = G_{eff}(\ell,\Omega_s,\Omega_v).L_{d1}(\ell,\Omega_v) - Q_{s-}(\ell,\Omega_v)$

$$L_{d1}(0,\Omega_v) = 0 \quad \mu_v<0 \quad \text{et} \quad L_{d1}(-H,\Omega_v) = 0 \qquad \mu_v>0$$

$$L_{d1}(\ell,\Omega_v) = \frac{1}{\mu_v}.\int_{\ell}^{LAI}Q_{s-}(\ell',\Omega_v).\exp[-\frac{1}{\mu_v}.\int_{\ell}^{\ell'}G_{eff}(x,\Omega_s,\Omega_v).dx].d\ell' \qquad \mu_v>0$$

où $\frac{1}{\mu_v}.\int_{\ell}^{\ell'} G_{eff}(x,\Omega_s,\Omega_v).dx = \frac{G(\Omega_v).(\ell'-\ell)}{\mu_v} - \sqrt{\frac{G(\Omega_s).G(\Omega_v)}{|\mu_s.\mu_v|}}.\frac{s_f.u_f}{\Delta(\Omega_s,\Omega_v)}.[\exp(\frac{-\Delta(\Omega_s,\Omega_v).\ell}{s_f.u_f} - \exp(\frac{-\Delta(\Omega_s,\Omega_v).\ell'}{s_f.u_f}]$

3) Méthode SOSA

La méthode SOSA (Successive Orders of Scattering Approximations) est une des plus simples et premières méthodes de résolution de l'équation du transfert radiatif qui prend en compte des diffusions multiples. Ainsi, la $n^{ème}$ approximation de la luminance est :

$$L_n(z,\Omega) = J_1(z,\Omega) + J_2(z,\Omega) + J_3(z,\Omega) + ... + J_n(z,\Omega)$$

La procédure itérative est donc : $L_{n+1}(z,\Omega) = L_n(z,\Omega) + J_{n+1}(z,\Omega)$

Les fonctions $J_k(z,\Omega)$, avec k=1,2,..,n, représentent les photons qui ont été k fois diffusés. Elles sont les solutions des équations différentielles :

$$\mu.\frac{dJ_k(z,\Omega)}{dz} = \alpha(z,\Omega).J_k(z,\Omega) - Q_{k-1}(z,\Omega)$$

$$J_k(0,\Omega) = 0 \quad \mu<0, \qquad J_k(-H,\Omega) = 0 \quad \mu>0 \quad (i.e.\ R_{sol} = 0)$$

avec $Q_o(z,\Omega) = Q(z,\Omega)$ et $Q_k(z,\Omega) = \int_{4\pi} \alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega).J_k(z,\Omega').d\Omega' \quad k=1,2,...$

Si $Q_{k-1}(z,\Omega)$ est connu alors l'équation du transfert radiatif de $J_k(z,\Omega)$ donne :

$$J_k(z,\Omega) = -\frac{1}{\mu}.\int_0^z \exp[\frac{1}{\mu}.\tau(z',z,\Omega)].Q_{k-1}(z',\Omega).dz' \qquad \mu<0$$

$$J_k(z,\Omega) = \frac{1}{\mu}.\int_z^{-H} \exp[-\frac{1}{\mu}.\tau(z',z,\Omega)].Q_{k-1}(z',\Omega).dz' \qquad \mu>0$$

$$\text{où } \tau(z',z,\Omega) = \int_z^{z'} \alpha(\tau,\Omega).dt = \int_z^{z'} u_f(\tau).G(\Omega).dt$$

Le taux de convergence est parfois défini par : $b = [(1 - \exp(-\eta)].[\sup_{0\le z\le H} \sup_{\Omega\in 4\pi} \frac{\alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega)}{\alpha(z,\Omega)}]$

avec $\frac{\alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega)}{\alpha(z,\Omega)} \le 1$ et η = coefficient qui dépend de l'épaisseur optique du couvert.

Cette expression analytique de b montre que l'approche itérative est intéressante (*i.e.* b faible) si l'épaisseur optique du couvert est faible ou si le milieu est surtout absorbant et non diffusant. Si l'épaisseur optique est forte et le milieu principalement diffusant, l'approche SOSA n'est pas efficace. Diverses méthodes permettent d'accélérer la convergence de processus itératifs.

4) Accélération de la méthode SOSA

Une méthode de construction de processus itératifs est indiquée ci-dessous. Elle permet en général de converger beaucoup plus rapidement que la méthode SOSA. Elle est utilisée par de nombreux processus itératifs où l'approximation d'ordre n de $L(z,\Omega)$ est : $L_n(z,\Omega) = J_1(z,\Omega) + J_2(z,\Omega) + ... + J_n(z,\Omega)$. Elle repose sur l'emploi d'une valeur approchée du coefficient d'extinction $\alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega)$. Le processus itératif repose alors sur l'équation :

$$\mu.\frac{dJ_k(z,\Omega)}{dz} = \alpha(z,\Omega).J_k(z,\Omega) - \int_{4\pi} a_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega).J_k(z,\Omega').d\Omega' - \Delta_k(z,\Omega)$$

$$\text{où } \Delta_k(z,\Omega) = \int_{4\pi} \alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega).J_{k-1}(z,\Omega').d\Omega' - \int_{4\pi} a_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega).J_{k-1}(z,\Omega').d\Omega' \quad \text{avec } k=2,3,..$$

$$\text{et } \Delta_1(z,\Omega) = Q(z,\Omega), \ldots, J_k(0,\Omega) = 0 \quad \mu<0, \qquad J_k(-H,\Omega) = 0 \quad \mu>0$$

L'interprétation physique de cette méthode est simple. La luminance diffuse $J_1(z,\Omega)$ est d'abord calculée avec la fonction de phase $a_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega)$, puis la luminance $\Delta_2(z,\Omega)$ "perdue" ou "gagnée" du fait de la substitution de $\alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega)$ par $a_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega)$ est calculée pour tout lieu z et pour toute direction (Ω). L'emploi de la luminance $\Delta_2(z,\Omega)$ par l'équation de propagation de $J_2(z,\Omega)$ permet de calculer la luminance $J_2(z,\Omega)$. Cependant, le calcul de cette dernière est approché, car il est effectué avec $a_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega)$ et non $\alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega)$. Le terme "perte / gain" $\Delta_2(z,\Omega)$ associé à cette substitution est donc calculé pour tout z et (Ω). Il est utilisé lors du calcul de $J_3(z,\Omega)$, et ainsi de suite. Le choix de la fonction de phase $a_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega)$ est primordial à la fois pour l'existence et la rapidité de la convergence du processus. Deux cas d'application de cette méthode sont indiqués ci-dessous.

- ***Approximation de α_d avec la méthode de Seidel***

Il est considéré la substitution :

$$\mu.\mu'>0 \Rightarrow a_d(z,\Omega\rightarrow\Omega') = \alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega) \quad \text{et} \quad \mu.\mu'\leq 0 \Rightarrow a_d(z,\Omega\rightarrow\Omega') = 0$$

La fonction $a_d(z,\Omega\rightarrow\Omega')$ n'est pas forcément symétrique. Sa substitution dans l'équation différentielle du paragraphe précédent donne un système différentiel à 2 équations :

$$\mu.\frac{dJ_k(z,\Omega)}{dz} = \alpha(z,\Omega).J_k(z,\Omega) - \int_{2\pi^-} \alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega).J_k(z,\Omega').d\Omega' - \Delta_k(z,\Omega) \quad \mu<0$$

$$\mu.\frac{dJ_k(z,\Omega)}{dz} = \alpha(z,\Omega).J_k(z,\Omega) - \int_{2\pi^+} \alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega).J_k(z,\Omega').d\Omega' - \Delta_k(z,\Omega) \quad \mu>0$$

$$J_k(0,\Omega) = 0 \quad \mu<0, \qquad J_k(-H,\Omega) = 0 \quad \mu>0$$

$$\Delta_1(z,\Omega) = Q(z,\Omega),$$

$$\Delta_k(z,\Omega) = \int_{2\pi^+} \alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega).J_{k-1}(z,\Omega').d\Omega' \qquad \mu<0$$

$$\Delta_k(z,\Omega) = \int_{2\pi^-} \alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega).J_k(z,\Omega').d\Omega' \qquad \mu>0 \qquad k=2,3,.$$

La méthode de Seidel calcule $\Delta_k(z,\Omega)$, pour $\mu>0$, avec la solution $J_k(z,\Omega)$ de la première des 2 équations différentielles, et non $J_{k-1}(z,\Omega)$. La convergence est ainsi plus rapide. En général, les intégrales sont remplacées par des sommes discrètes (*e.g.* méthode de Gauss).

- ***Approximation analytique de α_d***

La fonction de phase est approchée par $\alpha_d(z,\Omega\rightarrow\Omega') = \beta(z).\delta(1-\mu.\mu') + \gamma(z)$ où δ est la fonction de Dirac. L'équation différentielle devient alors :

$$\mu.\frac{dJ_k(z,\Omega)}{dz} = [\alpha(z,\Omega) - 2\pi.\beta(z)].J_k(z,\Omega) - \gamma(z).\int_{4\pi} J_k(z,\Omega').d\Omega' - \Delta_k(z,\Omega)$$

$$\text{où } \Delta_k(z,\Omega) = \int_{4\pi} \alpha_d(z,\Omega' \rightarrow \Omega).J_{k-1}(z,\Omega').d\Omega' - 2\pi.\beta(z).J_{k-1}(z,\Omega) - \gamma(z).\int_{4\pi} J_{k-1}(z,\Omega').d\Omega' \quad k>1$$

$$\Delta_1(z,\Omega) = Q(z,\Omega) \text{ et } J_k(0,\Omega) = 0 \quad \mu<0, \qquad J_k(-H,\Omega) = 0 \quad \mu>0$$

Le taux de convergence de cette méthode dépend des fonctions β et γ. Cette méthode a un meilleur taux de convergence que la méthode SOSA, pour toute valeur positive de β et γ. Elle est très utilisée pour simuler le transfert radiatif dans l'atmosphère.

III.4 Modèles turbides à plusieurs flux

Ce chapitre présente des exemples de modèles qui reposent sur des principes différents, mais parfois utilisés de manière complémentaire :

* modèles basés sur la l'approximation du transfert radiatif de Kubelka-Munk.

* modèles discrets : le couvert est divisé en un nombre fini de couches turbides, et l'espace des directions incidente et d'observation est discrétisé. Des moyennes selon l'azimut peuvent être utilisées.

1) Modèles basés sur la théorie de Kubelka-Munk

L'approximation K-M (Kubelka et Munk, 1931) modélise la propagation du rayonnement à l'intérieur du couvert par la variation verticale de 4 éclairements d'une surface horizontale :

- 2 éclairements hémisphériques montant E^+ et descendant E^- selon la verticale. Les coefficients d'absorption α et de diffusion σ, supposés identiques pour E^- et E^+, caractérisent leurs variations.
- 2 éclairements directs selon la direction solaire F^- et une direction montante F^+. Trois paramètres décrivent leurs variations : le coefficient d'absorption κ, le coefficient de diffusion hémisphérique "verticale" vers l'avant S_1, et le coefficient de diffusion hémisphérique "verticale" vers l'arrière S_2.

Le système différentiel qui représente la propagation de ces 4 flux est :

$$\frac{dE^-}{d(-z)} = -(\alpha+\sigma).E^- + \sigma.E^+ + S_1.F^- + S_2.F^+$$
$$\frac{dE^+}{d(z)} = -(\alpha+\sigma).E^+ + \sigma.E^- + S_1.F^+ + S_2.F^-$$
$$\frac{dF^-}{d(-z)} = -(\kappa+S_1+S_2).F^-$$
$$\frac{dF^+}{d(z)} = -(\kappa+S_1+S_2).F^+$$

où : $-(\alpha+\sigma).E^-$: diminution de E^- due à l'absorption et à la diffusion arrière de E^-;
$\sigma.E^+$: augmentation de E^- due à la diffusion arrière de E^+;
$S_1.F^-$: augmentation de E^- due à la diffusion avant de F^-;
$S_2.F^+$: augmentation de E^- due à la diffusion arrière de F^+;

Le terme "$S_1 + S_2$" est la fraction diffusée des flux directs (F^+ ou F^-) interceptés, alors que κ est la fraction la proportion absorbée de ces flux (F^+ ou F^-) interceptés. Il est employé des coefficients identiques pour F^+ et F^- si le milieu est symétrique par rapport à F^+ et F^-, par exemple si la distribution angulaire foliaire est isotrope. La distribution angulaire du FRD est directement liée à la variabilité directionnelle des coefficients d'absorption et de diffusion définis pour la couche.

Ce système différentiel est souvent exprimé en fonction de l'épaisseur optique τ du couvert ou de paramètres proportionnels à celui-ci, comme la biomasse par unité de surface (Park et Deering, 1982) ou l'indice foliaire cumulé depuis le haut du couvert (Allen *et al.*, 1970).

Les flux E^- et E^+ sont reliés à la luminance L par

$$E^+ = \int_0^{2\pi} [\int_0^{\pi/2} L(\tau,\mu,\phi).\mu.\sin\theta.d\theta].d\phi \quad \text{et} \quad E^- = \int_0^{2\pi} [\int_0^{\pi/2} L(\tau,-\mu,\phi).\mu.\sin\theta.d\theta].d\phi$$

La réflectance hémisphérique du couvert est $\frac{E^+(0) + F^+(0)}{E^-(0) + F^-(0)}$.

En l'absence de flux "direct" montant ($F^+=0$), on a l'approximation à 3 flux de Duntley (1942). Celle-ci utilise 5 paramètres. En l'absence de flux directs ($F^+=F^-=0$), on a l'approximation K-M à 2 flux.

Les 4 équations du système K-M sont des équations différentielles linéaires qui peuvent donc être résolues en tout point du couvert. Ceci rend la théorie KM très intéressante. Un inconvénient majeur est lié à la nécessité de déterminer les coefficients α, σ, κ, S_1, et S_2. Ceux-ci peuvent être déterminés de manière empirique ou à partir des propriétés optiques des éléments présents dans la couche.

Il convient de noter que la diffusion des flux $F^+(z)$ et $F^-(z)$ augmente localement les flux $E^+(z)$ et $E^{+-}(z)$. Par contre, la diffusion des flux $E^+(z)$ et $E^{+-}(z)$ ne contribue en rien aux flux $F^+(z)$ et $F^-(z)$. L'approche K-M est donc très différente de l'approche (méthode des ordonnées discrètes) où l'équation du transfert radiatif est projetée selon N directions pré-définies. Dans ce cas, la diffusion d'un flux incident selon une direction quelconque contribue aux flux qui se propagent selon les (N-1) autres directions.

- ***Modèle d'Allen-Richardson (1968)***

  Ce modèle a été testé avec succès avec des empilements de feuilles de coton déshydratées, avec des longueurs d'onde de 500 nm à 2500 nm. C'est un modèle à 2 flux E^+ et E^- basé sur l'emploi de 2 coefficients β et γ.

$$\frac{dE^-}{d(-\tau)} = -(\beta+\gamma).E^- + \gamma.E^+$$
$$\frac{dE^+}{d\tau} = -(\beta+\gamma).E^+ + \gamma.E^-$$
$$\Rightarrow E^+(\tau) = \frac{A}{2}.[1+\sqrt{\frac{\beta}{\beta+2\gamma}}].e^{\sqrt{\beta.(\beta+2\gamma)}.\tau} + \frac{B}{2}.[1-\sqrt{\frac{\beta}{\beta+2\gamma}}].e^{-\sqrt{\beta.(\beta+2\gamma)}.\tau} = A.e^{\sqrt{\beta.(\beta+2\gamma)}.\tau} + B.e^{-\sqrt{\beta.(\beta+2\gamma)}.\tau}$$

$$\text{et } E^-(\tau) = \frac{A}{2}.[1-\sqrt{\frac{\beta}{\beta+2\gamma}}].e^{\sqrt{\beta.(\beta+2\gamma)}.\tau} + \frac{B}{2}.[1+\sqrt{\frac{\beta}{\beta+2\gamma}}].e^{-\sqrt{\beta.(\beta+2\gamma)}.\tau}$$

$$= \frac{1}{\gamma}.[A.(\sqrt{\beta.(\beta+2\gamma)}+\beta+\gamma).e^{\sqrt{\beta.(\beta+2\gamma)}.\tau} + B.(-\sqrt{\beta.(\beta+2\gamma)}+\beta+\gamma).e^{-\sqrt{\beta.(\beta+2\gamma)}.\tau}$$

avec :- τ(sol)=0 et τ(sommet du couvert)=τ_o, avec τ_o=LAI.

- $E^+(\tau_o) = R_s.E^-(\tau_o)$ et $E^+(\tau) = R.E^-(\tau)$.

Ces 2 conditions limites fixent A et B.

- ***Modèle d'Allen-Gayle-Richardson (1970)***

Il repose sur l'approximation à 3 flux (E^+, E^-, F^-) de Duntley. Le coefficient d'extinction de F^-, *i.e.* $\kappa+S_1+S_2$, est supposé proportionnel à $(\cos\theta_s)^{-1}$, où θ_s est l'angle zénithal de F^-.

- ***Modèle de Park-Deering (1982)***

Ce modèle est une adaptation du modèle d'Allen-Richardson. Il utilise des coefficients de diffusion et d'absorption hémisphériques différents pour E^+ (γ^+ et β^+) et E^- (γ^- et β^-). L'emploi de ce modèle avec des mesures sur de l'herbe et de l'alfalfa a conduit à l'obtention de différents coefficients pour les 2 couverts. Ceci signifie que des modèles basés sur la théorie K.M. peuvent permettre la discrimination de différents couverts.

- ***Modèle de Suits (1972)***

Suits (1972) a développé un des premiers modèles turbides réellement adapté à des couverts végétaux. Le transfert radiatif est simulé à l'aide de 3 flux (E^+, E^-, F^-) et 6 paramètres descriptifs du couvert, du sol et de la proportion de rayonnement atmosphérique par rapport à l'éclairement total (SKYL=$\frac{E^-(0)}{E^-(0) + F^-(0)}$). Le flux solaire direct est représenté par l'éclairement E_s d'une surface normale à la direction solaire (θ_s,ϕ_s). Le couvert est supposé être une superposition de couches horizontales "turbides" d'éléments, de directions verticale et horizontale, caractérisés par :

- σ_h (σ_v) : valeur moyenne de la projection d'une feuille sur un plan horizontal (2 plans verticaux $\perp$),
- n_h (n_v) : nombre de projections sur un plan horizontal (2 plans verticaux $\perp$), par unité de longueur,
- ρ (τ) : diffusion (transmission) hémisphérique d'une feuille,

L'angle foliaire moyen est $ALA = Arctg(\frac{n_v.\sigma_v}{n_h.\sigma_h})$ et l'indice foliaire est $LAI=\frac{H}{s}.\sqrt{n_h^2.\sigma_h^2 + n_v^2.\sigma_v^2}$ (Bunnik, 1978), où le paramètre empirique s (0.84 - 0.95) prend en compte la non planitude des feuilles.

En plus des flux E^+, E^- et $F^-=E_s.\mu_s$, il est considéré un flux $E_v(z) = \pi L_v(z)$ selon (Ω_v). Ce flux résulte de la diffusion des flux E^+, E^- et F^-, mais ne contribue pas à ceux-ci. Le terme $E_v(0)$ représente l'éclairement d''un capteur qui observe le couvert selon (Ω_v).

Le facteur de réflectance du couvert est : $R = \frac{E_v}{F^-(z=0)+E^-(z=0)}$

$$\frac{dE^-}{dz} = a.E^- - b.E^+ - c'.E_s$$
$$\frac{dE^+}{dz} = -a.E^+ + b.E^- + c.E_s$$
$$\frac{dE_s}{dz} = k.E_s$$
$$\frac{dE_v}{dz} = u.E^+ + v.E^- + w.E_s - K.E_v$$

Suits	Paramètres du couvert	K-M
E^+		E^+
E^-		E^-
E_s		F^-
a	Coefficient d'extinction (interception - diffusion avant) des flux diffus	$\alpha+\sigma$
b	Coefficient de diffusion vers l'arrière des flux diffus.	σ
c'	Coefficient de diffusion vers l'avant du flux direct incident (E_s).	S_1
c	Coefficient de diffusion vers l'arrière du flux direct incident .	S_2
k	Coefficient d'extinction du flux direct incident .	$\kappa+S_1+S_2$
K	Coefficient d'extinction du rayonnement direct selon la direction E_v.	$\kappa+S_1+S_2$
u	Coefficient de diffusion vers l'avant de E^+ selon E_v.	
v	Coefficient de diffusion vers l'arrière de E^- selon E_v.	
w	Coefficient de diffusion vers l'arrière de E_s selon E_v.	

Correspondance entre les paramètres des modèles de Suits et KM.

- ***Modèle SAIL (Verhoef, 1985)***

Le modèle SAIL est une extension du modèle de Suits. Ce modèle est un des plus utilisés en raison de sa facilité d'emploi (vitesse de calcul, faible nombre de paramètres d'entrée) combinée à une précision souvent jugée acceptable dans le cas de couverts homogènes. Avec un sol de réflectance hémisphérique ρ_s les 6 paramètres d'entrée du modèle sont {ρ, τ, LAI, ρ_s, SKYL, LAD}.

- ***Modèle de Kuusk (1994)***

Ce modèle simule des spectres de couverts homogènes turbides à partir de la combinaison de plusieurs modèles :

(1) les propriétés spectrales (*i.e.*, réflectance et transmittance hémisphériques) foliaires sont simulées avec le modèle PROSPECT (1991). Les paramètres d'entrée sont la concentration foliaire en chlorophylle C_{ab}, protéine C_p et cellulose C_c, l'indice de structure foliaire N, et l'épaisseur équivalente en eau C_w. Un autre paramètre, facteur multiplicatif de l'indice d réfraction n(λ) tabulé dans le modèle PROSPECT, est utilisé pour simuler la réflectance spéculaire foliaire.

(2) les propriétés optiques foliaires sont simulées avec la combinaison de :

- 2 fonctions $\Phi_1(\lambda)$ et $\Phi_2(\lambda)$ de Price (1990) pour simuler les propriétés spectrales, et
- paramétrisation (Walthall *et al.*, 1985) pour simuler la réflectance directionnelle du sol :

$$\rho_{sol}(\lambda,\theta_s,\theta_v,\Psi_{sv}) = [a_1.\Phi_1(\lambda) + a_2.\Phi_1(\lambda)].[1 + w_a.\theta_s.\theta_v.\cos\Psi_{sv} + w_b.\theta_s^2.\theta_v^2]$$

a_1 et a_2 sont 2 paramètres spectraux, alors que w_a et w_b sont 2 paramètres directionnels.

(3) la réflectance du couvert est simulée en combinant :

- le modèle de Nilson et Kuusk (1989) pour décrire la simple diffusion, hot spot inclus. Le hot spot est modélisé à partir du rapport "dimension foliaire / hauteur du couvert".
- le modèle SAIL pour décrire les diffusions multiples.

(4) l'intensité du rayonnement atmosphérique (SKYL) est simulée à partir du coefficient d'Angstroöm. En effet, on a $SKYL \approx A(\lambda) + B(\lambda).b.\lambda^{-x\chi}$ où $A(\lambda)$ et $B(\lambda)$ sont des fonctions (McCartney, 1978) qui peuvent être tabulées. Dans le visible : $\chi \approx 1.3 \pm 0.6$.

Un intérêt majeur du modèle de Kuusk est d'être inversible. Bicheron (1997) a inversé ce modèle dans le cas de données aéroportées POLDER de forêts boréales de conifères. Afin de ne réaliser l'inversion que sur les paramètres réellement significatifs, il a tout d'abord déterminé les paramètres qui influencent le plus la réflectance du couvert : LAI, C_{ab}, C_c, N, a_1, w_a et w_b. Le terme n'est significatif qu'au voisinage du hot spot. L'inversion a permis d'obtenir des cartes de LAI avec une erreur absolue, *i.e.* rmse, égale à 0.7. Cette erreur est nettement plus faible que l'erreur (rmse ≈ 1.85) obtenue à partir des formules empiriques utilisées par le modèle d'échanges de surface SiB2 pour fournir le LAI des biomes terrestres. Ainsi, ce modèle considère que pour un biome j caractérisé par $fAPAR_{j,max}$:

$$LAI = LAI_{j,max} \cdot \frac{\log(1 - fAPAR_j)}{\log(1 - fAPAR_{j,max})} \quad \text{ou} \quad LAI = LAI_{j,max} \cdot \frac{fAPAR_j}{fAPAR_{j,max}}$$

2) Modèles à N directions discrètes

Les équations qui gèrent la propagation du transfert radiatif résultent de la projection de l'équation du transfert radiatif selon N directions choisies pour discrétiser l'espace des directions de propagation. A l'inverse de l'approche K-M, tous les flux sont donc traités de manière similaire. Ainsi, la diffusion de tout flux contribue aux (N-1) autres flux.

- ***Modèle d'Idso-de Wit (1970)***

Ce modèle représente le rayonnement avec 3 flux (E^+, E^-, F^-). Le couvert est divisé en un nombre n de couches parallèles. Pour toute couche j, il est considéré l'éclairement descendant $E^-(j)$, provenant de l'ensemble des couches supérieures à la couche j, et de même l'éclairement ascendant $E^+(j)$ provenant des couches inférieures à la couche j.

Le facteur géométrique $G(z,\Omega) = \int_{2\pi} \frac{g(z,\Omega_f)}{2\pi} . |\cos\Psi_{fs}| . d\Omega_f$ est calculé de manière discrète :

La probabilité angulaire d'interception par le couvert est calculée en 2 étapes :

(1) calcul des probabilités d'interception d'une onde se propageant selon Ω_s, l'interception étant réalisée par une feuille dont l'inclinaison θ_f est telle que $\Psi(\Omega_s,\Omega_f)$ appartient à une des 10 classes d'angle δ_J définies par $\cos\delta$ = 0.1,..., 1.0. Il est effectué pour 9 angles zénithaux incidents θ_s (5°, 15°,..., 85°) et 9 inclinaisons foliaires θ_f (5°, 15°,... 85°). La distribution foliaire est supposée symétrique en azimut.

(2) calcul des probabilités d'interception associées aux 9 directions incidentes. Chaque probabilité est une combinaison linéaire des probabilités calculées à l'étape (1) et pondérées par la densité angulaire de feuilles $\frac{g(z,\Omega_f)}{2\pi}$ multipliée par les $\Delta\Omega_f$ associés aux 9 inclinaisons foliaires.

Soit $F_r(\theta,J)$ la fraction des feuilles qui intercepte la radiation (θ), avec δ dans la classe J.
On a alors $G(\Omega)=\sum_{J=1}^{10} F_J(\theta,J)$.

Selon la théorie de la transmittance moyenne, la transmittance selon une direction d'angle zénithal θ, d'un couvert composé de n couches d'indice foliaire égal à LAI/n, est :

$$T(\theta,n) = [1-\frac{G(\theta).LAI}{n.\cos\theta}]^n$$

La fraction foliaire de la couche j qui reçoit le rayonnement direct F^- est donc $T(\theta,j-1)$. Par suite, la fraction foliaire de la couche j éclairée seulement de manière diffuse est $[1-T(\theta,j-1)]$. La fraction foliaire de la couche j qui reçoit un rayonnement direct et telle que $\cos\delta$ soit dans la classe J est :

$$DS(\theta,j,J) = Fr(\theta,J).T(\theta,j-1)$$

Comme le rayonnement direct, le rayonnement atmosphérique intercepté par les feuilles est à la fois réfléchi et transmis. Il faut donc connaître la fraction de rayonnement atmosphérique intercepté par toute couche. Son calcul est réalisé comme celui de l'interception du rayonnement solaire direct. Pour cela, le ciel est divisé en 9 secteurs angulaires contigus de 10° de largeur et centrés sur 5°, 15°,... et 85°. Dans chaque secteur, la transmittance du rayonnement est supposée être la transmittance selon la direction centrale. Les transmittances de chaque secteur sont intégrées pour obtenir la transmittance T(j) du haut du couvert jusqu'à la couche j, pour un rayonnement diffus. La soustraction "T(j) - T(j-1)" donne la fraction de rayonnement intercepté par la couche j. La multiplication par l'albédo foliaire, pour des flux incidents diffus, donne l'émittance de la couche j, associée à la diffusion du rayonnement atmosphérique.

La somme de la diffusion par la couche j du rayonnement solaire direct et atmosphérique donne alors la valeur de la diffusion totale d'ordre 1 par la couche j.

Soit ST(l) l'émittance due à la diffusion d'ordre 1 de la couche l. En supposant l'émittance répartie à 50% vers le haut et 50% vers le bas, l'éclairement "diffus" de la couche j du à :

- couche l, avec $1\leq l\leq(j-1)$ est : $0.5.ST(l).T(j-l)$.
- couche (j+1) est : $0.5 \times ST(j+1).T(1)$.
- couche (n+1), *i.e.* le sol, est : $0.5 \times ST(n+1).T(n+1-j)$. Le terme $0.5.ST(n+1)$ est la réflectance hémisphérique du sol ; $ST(n+1)$ est donc le double de la réflectance du sol.

La somme des contributions (diffusions d'ordre 1) de toutes les couches sur la couche j est :

- intensité ascendante : $E_1^+(j) = 0.5 \sum_{l=1}^{j-1} ST(l).T(j-l)$
- intensité descendante : $E_1^-(j) = 0.5 \sum_{l=j+1}^{n+1} ST(l).T(l-j)$

La fraction de rayonnement déjà diffusé une fois (*i.e.*, $E_1^+(j)$ et $E_1^-(j)$) qui est interceptée par chaque couche j est alors calculée. Cette prise en compte des diffusions secondaires peut être étendue jusqu'à des ordres plus ou moins élevés selon la précision nécessaire. On a alors $E^+(j) = E_1^+(j) + E_2^+(j) + ...$ et $E^-(j) = E_1^-(j) + E_2^-(j) + ...$ Le facteur de réflectance du couvert est "$E^+(1) / (E^-(1) + F^-(1))$" et sa transmittance est "$E^-(n)/(E^-(1) + F^-(1))$".

Les paramètres du couvert utilisés par ce modèle sont :

- réflectance et transmittance foliaires pour un éclairement direct et un éclairement diffus.
- LAD, LAI et LAI/n. Plus LAI/n est petit, plus grands sont les temps de calcul et meilleure est la précision obtenue. Des valeurs de LAI/n entre 0.1 et 0.2, *i.e.* soit 15 à 30 couches pour des LAI de 1.5 à 6, sont habituellement satisfaisantes.
- rayonnement solaire direct et diffus.

• ***Modèle de Goudriaan (1977)***

Ce modèle dérive de celui d'Idso-de Wit. Tout rayonnement incident ou diffusé se propage dans une direction appartenant à une des 9 classes zénithales qui subdivisent l'hémisphère. Pour toute direction zénithale k, le transfert radiatif de toute couche j est régi par les 2 équations :

$$L\downarrow(k,j+1) = M_t(k).L\downarrow(k,j) + 0.5.\omega.B(k).\sum_{i=1}^{9} M_i(i).[L\downarrow(i,j)+L\uparrow(i,j+1)] \qquad k = 1, ..., 9$$

$$L\uparrow(k,j) = M_t(k).L\uparrow(k,j+1) + 0.5.\omega.B(k).\sum_{i=1}^{9} M_i(i).[L\downarrow(i,j)+L\uparrow(i,j+1)] \qquad k = 1, ..., 9$$

$L\downarrow(k,j), L\uparrow(k,j)$: luminances descendantes et montantes selon la direction k dans la couche j. Le rayonnement et le milieu sont supposés de symétrie azimutale.

$\omega = \rho + \tau$: albédo de diffusion simple (réflexion + transmittance) foliaire.

$M_t(k), M_i(k)$: probabilités de transmission et d'interception selon la direction zénithale k par une sous couche. Mi(k) = LAI.G(k)/(n.cosk) ; Mt(k) = 1-Mi(k)

B(k) : distribution angulaire du rayonnement diffusé selon k par une couche.

La résolution de ces 18 x n équations est effectuée de manière itérative en assurant la continuité aux frontières (haut du couvert et sol). Le rayonnement incident est représenté par 9 termes égaux à l'éclairement d'une surface horizontale selon les 9 directions retenues. Une seule de ces 9 valeurs est non nulle si le rayonnement incident est direct. Le sol est supposé lambertien. Ce modèle a été très modifié par Chen (1983, 1985).

• ***Modèle de Cooper-Smith-Pitts (1982)***

Ce modèle ressemble au modèle de Goudriaan : le couvert est la superposition de couches horizontales, il est considéré 2 flux montant E^+ et descendant E^-, et l'espace des directions est décomposé en un nombre fini de secteurs contigus. La différence majeure est l'emploi de la méthode additive de Van der Hulst (1980) plutôt que la résolution des équations aux différences finies. Cette méthode est décrite ci-dessous.

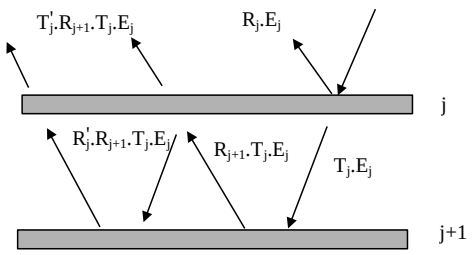
Considérons 2 couches j et j+1 telles que : (1) toute onde incidente descendante sur la couche j+1 est soit absorbée, soit diffusée vers le haut ; (2) toute onde incidente sur la couche j est réfléchie, transmise ou absorbée. L'éclairement descendant incident sur la couche j est E_j. Soit R_j et T_j, et R'_j et T'_j les opérateurs représentant la rétrodiffusion et transmission de la couche j pour des ondes descendantes et montantes. L'émittance diffuse ascendante au-dessus de la couche j est :

$$E'_j = [R_j + T'_j.R_{j+1}.T_j + T'_j.R_{j+1}.R'_j.R_{j+1}.T_j + ...].E_j = [R_j + T'_j.R_{j+1}.\{\sum_{m=0}^{\infty}(R'_j.R_{j+1})^m\}.T_j].E_j$$

En présence d'absorption (*i.e.*, $R'_j.R_{j+1}<1$), on a donc :

$$E'_j = [R_j + T'_j.R_{j+1}.\{I\text{-}R'_j.R_{j+1}\}^{-1}.T_j].E_j \quad \text{où } I \text{ est l'opérateur identité.}$$

La réflexion de ces 2 couches E'_j/E_j est donc une fonction des propriétés optiques de ces 2 couches. Par suite, la connaissance des fonctions de transmission et de réflexion de chaque couche permet le calcul de la réflexion et transmission de la double couche. C'est le principe de la méthode additive. Lors de l'implantation de cette méthode les termes R_j et T_j, et R'_j et T'_j deviennent des matrices dont les dimensions dépendent des nombres de classes utilisées pour discrétiser l'espace des directions de visée et d'éclairement. Ces opérateurs sont calculés en considérant tout d'abord l'interception, et la diffusion qui en découle, par une couche de végétation unique.



Le modèle suppose que le LAD est symétrique en azimut et que les éléments foliaires sont lambertiens. Cooper et Smith (1985) l'ont modifié pour un sol non lambertien.

- ***Modèle de Normal-Cupid (1975, 1979)***

Le couvert est divisé en n couches d'indice foliaire LAI/n. L'interception de toute onde est calculée avec la théorie de la transmittance moyenne. Son principe est résumé ici.

Soit T_s le coefficient de transmission d'une couche, pour un rayonnement monodirectionnel. L'indice foliaire cumulé d'une seule couche est LAI/n. On a :

$$T_s = \exp[-k.LAI/(n.\cos\theta_s)]$$

k : coefficient d'extinction selon la direction θ_s ; il dépend du LAD.

La transmittance depuis le haut du couvert jusqu'à la couche j (sol : j=0 et sommet : j=n) est :

$$T_s(j) = \exp[-k.(n\text{-}j).LAI/(n.\cos\theta_s)]$$

Soit T_D le coefficient de transmission diffuse d'une couche j. Il est calculé en considérant un éclairement incident isotrope :

$$T_D = \frac{2\pi.\Sigma_i\, \bar{L_j}(\theta_i).\sin\theta_i.\cos\theta_i.\Delta\theta_i}{\pi.\bar{L_j}(\theta_i)} = 2\,\Sigma_i \exp[-k.LAI/(n.\cos\theta_i)].\sin\theta_i.\cos\theta_i.\Delta\theta_i$$

i est un indice pour l'ensemble des angles zénithaux possibles ; *e.g.* $i\in[1\ 9]$ avec $\Delta\theta_i=10°$.

Soient $E^-(j)$ et $E^+(j)$ les flux descendants et montants au dessus de la couche j. La simple conservation des flux au niveau des couches j et j+1 donne :

$$E^+(j+1) = \bar{\rho}.E^-(j+1) + \bar{\tau}.E^+(j) + E_s.\mu_s.T_s(j+1).\bar{\rho}_s$$

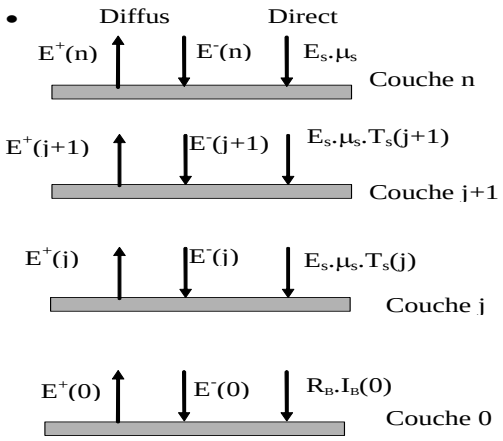
$$E^-(j) = \bar{\rho}.E^+(j) + \bar{\tau}.E^-(j+1) + E_s.\mu_s.T_s(j+1).\bar{\tau}_s$$

$E_s.\mu_s$: éclairement direct incident selon la direction (Ω_s), avec $\mu_s = \cos\theta_s$.

$\bar{\rho}$, $\bar{\rho}_s$, $\bar{\tau}$, $\bar{\tau}_s$: réflectances et transmittances hémisphériques des couches pour des éclairements incidents diffus et directs selon (Ω_s). Ces grandeurs sont liées aux réflectances ρ_f et transmittances τ_f hémisphériques des éléments du couvert par :

$$\bar{\rho} = (1-T_D).\rho_f \qquad \bar{\tau} = T_D + (1-T_D).\tau_f$$

$$\bar{\rho}_s = (1-T_s).\rho_f \qquad \bar{\tau}_s = T_s + (1-T_s).\tau_f$$



Le système à 2 équations peut être résolu en 2 étapes.

(1) $E_s.\mu_s$ est d'abord supposé nul (pas d'éclairement incident direct), ce qui permet de résoudre les équations pour obtenir les éclairements diffus montants et descendants sur la couche j. A l'aide du terme $A(j)=E^+(j)/E^-(j)$, le système à 2 équations donne :

$$A(j+1) - \bar{\rho} = \bar{\tau}.[E^+(j)/E^-(j+1)] \quad \text{et} \quad 1 - \bar{\rho}.A(j) = \bar{\tau}.[E^-(j+1)/E^-(j)]$$

La multiplication de ces 2 équations donne : $A(j+1) = \dfrac{[(\bar{\tau}^2-\bar{\rho}^2).A(j) + \bar{\rho}]}{[1 - \bar{\rho}.A(j)]}$

La 2ème équation du système donne alors : $E^-(j)/E^-(j+1) = \dfrac{\bar{\tau}}{[1 - \bar{\rho}.A(j)]}$

Les A(j) sont successivement calculés en débutant depuis le sol, de réflectance hémisphérique $A(0)=\rho_s$. La connaissance de l'éclairement diffus incident $E^-(n)$ permet alors de calculer l'ensemble des éclairements descendants.

(2) L'étape (1) donne une 1ère approximation des éclairements diffus descendants et montants. L'emploi de ces valeurs dans la partie droite du système à 2 équations initial permet d'affiner les termes de gauche. Ces résultats peuvent alors être utilisés dans la partie droite du système, et ainsi de suite jusqu'à ce que ce processus itératif converge. 2 ou 3 itérations au plus (même dans le domaine diffusant du PIR) suffisent en général.

Le terme A(n) correspond au facteur de réflectance du couvert.

Ce modèle utilise les mêmes paramètres que le modèle SAIL (ρ, τ, LAI, LAD pour chaque couche et ρ_s, SKYL). Ces 2 modèles donnent des résultats très voisins. Le modèle Cupid nécessite des temps calcul plus importants.

Walter-Shea (1987) ont modifié ce modèle pour prendre en compte le caractère non lambertien des propriétés optiques des feuilles.

Walthall *et al.* (1985) ont utilisé le modèle Cupid pour simuler le FRD dans le domaine du visible et du proche infrarouge, pour différents LAI et différents zéniths solaires (θ_s). En première approximation, ils ont obtenu le facteur de réflectance :

$$R = a.\theta_v^2 + b.\theta_v.\cos(\Phi_v-\Phi_s) + c$$

où a, b et c sont des coefficients qui dépendent de l'angle solaire.

III.5 Modèles géométriques

Les principes de quelques modèles géométriques sont résumés ici. Ils reposent surtout sur :

(1) calcul des surfaces éclairées et à l'ombre, avec l'emploi de paramètres empiriques ou de mesures pour déterminer le comportement du rayonnement dans la canopée, et/ou sur

(2) théorie de la transmittance moyenne ou simplification de la théorie du transfert radiatif. avec une hypothèse sur le LAD pour déterminer le transfert radiatif dans le couvert.

- ***Modèle de Jahnke et Laurence (1965)***

Ce modèle calcule l'éclairement d'une scène composée de cônes et de disques plats. Cet éclairement est une fonction des dimensions des objets. Ainsi, l'éclairement de cônes dépend du rapport $\eta = \frac{\text{Hauteur des cônes}}{\text{Rayon de la section des cônes}}$. Ainsi, pour $\eta \approx 3$, la section efficace d'interception d'un cône, pour la direction solaire, varie peu avec l'angle zénithal solaire θ_s, alors que pour $\eta < 3$, la section efficace d'un cône augmente quand θ_s décroît.

- ***Modèle de Terjung et Louie (1972)***

Ce modèle incorpore des sphères, cylindres, cônes et cônes retournés dans le modèle de Jahnke et Laurence en. La proportion de radiation interceptée est une fonction f(η).

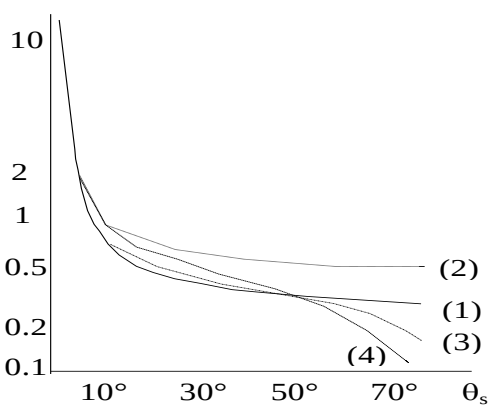


Figure 145 *: Rapport du rayonnement intercepté par une scène et par une surface horizontale, selon le zénith solaire θ_s.*

La scène comprend des sphères (1), des cônes (2) et des cylindres verticaux (3 et 4). Le rayon des sphères est 2.5m. Le rapport "hauteur/rayon" des autres structures est 1.7, 3.5 et 7.5. Pour θ_s<20°, l'effet "forme géométrique" est peu important et le cône est la forme géométrique qui présente la plus efficace surface d'interception.

- ***Modèle de Charles Fedwards et Thornley (1973)***

Toute plante isolée occupe un volume limité par le plan z = g et par un ellipsoïde :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{(z-f)^2}{c^2} = 1$$

Le comportement radiatif est alors décrit avec la théorie de la transmittance moyenne combiné à l'hypothèse d'une orientation aléatoire des feuilles.

• ***Modèle de Brown et Pandolfo (1969)***

Ils ont développé un modèle de culture dans lequel le couvert est supposé être constitué d'un réseau de cylindres localisés au sommet de triangles équilatéraux. Cette hypothèse conduit au calcul des luminances directe et diffuse à toute hauteur z en fonction de la hauteur et du rayon des cylindres, ainsi que de l'écartement de ces cylindres.

• ***Modèle de Jackson et Palmer (1972) et Smart (1973)***

Le rayonnement est intercepté par des rangées de forme rectangulaire, trapézoïdale ou triangulaire. Il est utilisé le calcul des proportions "parties éclairées - parties non éclairées".

• ***Modèle de Charles-Edwards et Thrope (1976)***

Appliqué à des vergers, leur modèle suppose que ces unités de paysage sont constituées de rangées d'arbres de forme ellipsoïdale.

• ***Modèle de Egbert (1976-1977)***

Ce modèle repose sur l'hypothèse selon laquelle la variation angulaire de la réflectance du couvert dépend surtout de la présence et perception des ombres. Le couvert est supposé être une surface lambertienne sur laquelle sont superposées des "protusions" sphériques et/ou cylindriques. Le modèle utilise seulement deux paramètres d'entrée : le nombre moyen de protusions par unité de surface, et la dimension moyenne des protusions, plutôt que la forme exacte des protusions. La réflectance du couvert est la somme de :

- réflectance lambertienne des surfaces éclairées et vues du sol,
- réflectance lambertienne de la surface vue du sol à l'ombre,
- réflectance lambertienne des "protusions",
- réflectance spéculaire du sol,
- réflectance spéculaire des protusions.

Pour un couvert constitué uniquement de protusions sphériques, le FRD dépend :

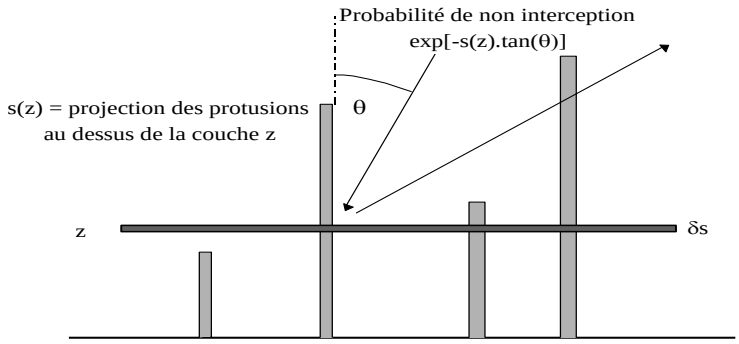
- directions d'observation et d'éclairement,
- nombre de protusions comprises dans la surface au sol dA associée à l'IFOV,
- rayon moyen des protusions,
- réflectance lambertienne équivalente. Pour une surface non lambertienne, cette quantité est la moyenne de toutes les valeurs, nécessairement discrètes, de FRD sur un hémisphère, pour un zénith solaire nul. Elle ne peut être obtenue qu'expérimentalement.

Ce modèle semble représenter assez bien la réalité, surtout si le nombre de protusions est important; *e.g.*, pour un nombre de protusions supérieur à 200 par scène.. Il est plus précis dans le cas de protusions sphériques que de protusions cylindriques. Il est donc difficilement applicable au cas de capteurs pour lesquels la taille des pixels est plus petite ou du même ordre de grandeur que l'hétérogénéité locale des hauteurs. Son utilisation a permis de remarquer que :

- dans le cas d'un éclairement direct, 85 à 90% de la variabilité de la réflectance est expliqué par le cosinus de l'angle d'incidence.
- les effets d'ombre expliquent 80-90% des 10-15% restants de la variabilité du FRD.

• ***Modèle d'Otterman (1981, 1984)***

Le couvert est assimilé à un sol recouvert de protusions verticales cylindriques distribués aléatoirement sur une surface plane. La densité des cylindres est faible et leur hauteur est très supérieure à leur section, qui est donc considérée négligée.



La réflectance du couvert est calculée à l'aide des réflectances du sol (r_s) et des cylindres (r_c). Il est supposé que ces 2 types de surfaces sont lambertiennes, et que les cylindres sont opaques (transmittance nulle). La projection verticale des surfaces des protusions au dessus du niveau z est s(z). Ce terme s(z) caractérise la structure de la canopée. De grandes (petites) valeurs de s(z) signifient que le couvert est dense. Seule la réflexion d'ordre 1 est calculée exactement. Elle est supposée constituée de 2 composantes :

- composante réfléchie par le sol, sans interaction avec les protusions.
- composante ayant interagi une seule fois avec les protusions.

Les réflexions d'ordre supérieur à 1 sont traitées de manière approximative.

Ce modèle est surtout intéressant pour étudier le FRD avec θ_s important.

• ***Modèle de Jackson (1979)***

Le couvert est constitué de rangées de plantes et de sols éclairés et à l'ombre. La réflectance du couvert est la somme : $R = f_p.R_p + f_s.R_s + f'_p.R'_p + (1 - f_p. - f_s - f'_p).R_g$, où :

- R_p est la réflectance des plantes éclairées,
- R_g est la réflectance du sol éclairé,
- R_s est la réflectance du sol à l'ombre,
- R'_p est la réflectance des plantes à l'ombre.

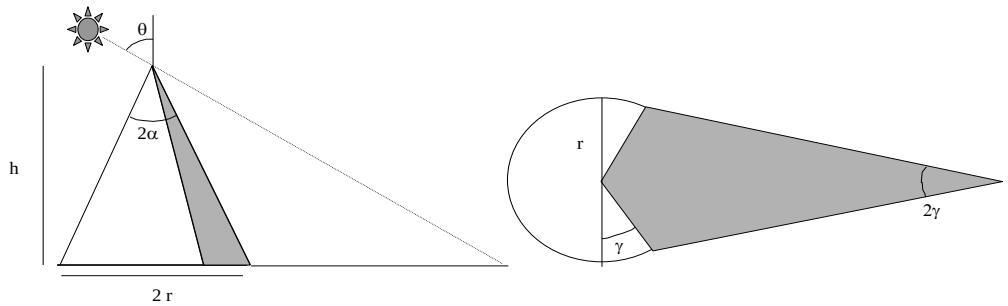
Les termes f_p, f_s et f'_p sont les taux de couverture des paysages présents. Ils peuvent être calculés à partir d'un modèle géométrique du couvert, à partir des directions d'observation et d'éclairement, de l'angle de vue du détecteur, du rapport "hauteur/épaisseur" des plantes, de l'écartement des rangées, et de l'orientation des rangées.

• ***Modèle de Li-Srahler (1985-1986)***

Ce modèle est adapté aux milieux discontinus, tels que les forêts, où le nombre de protusions par pixel est soit faible soit élevé. Les arbres sont modélisés comme des cônes distribués aléatoirement. Chaque cône est un réflecteur lambertien caractérisé par le rapport "base/hauteur". Les distributions des hauteurs et des rayons des bases suivent une loi normale logarithmique. Le nombre d'arbres par pixel (unité de surface) suit une loi de distribution donnée (Uniforme, Poisson, Neyman), avec par exemple une moyenne et un

écart type donnés. Le principe de base est le calcul analytique, pour toute direction solaire et pour tout cône, de la valeur des surfaces éclairées et non éclairées.

Exemple : cône d'ouverture 2α, avec une base de rayon r, pour un zénith solaire θ_s :



La portion du cône à l'ombre est définie par $\Omega_s.\Omega'<0$, où $\Omega'(\cos\alpha.\cos\phi',\cos\alpha.\sin\phi',-\sin\alpha)$ est la normale d'une pente du cône, avec un angle limite tel que $\cos\phi'=tg\alpha.cotg\theta_s$. L'angle γ donne la portion du cône éclairée au-delà du demi cône face au soleil : $\sin\gamma=\tan\alpha.\cot\theta_s$

- surface de la végétation (cône) éclairée : $(\frac{\pi}{2}+\gamma).r^2$
- surface de la végétation (cône) à l'ombre : $(\frac{\pi}{2}-\gamma).r^2$
- surface de sol à l'ombre de la végétation (cône) : $(\cot\gamma-\frac{\pi}{2}+\gamma).r^2$

La somme de ces 3 termes est : $(\cot\gamma+\frac{\pi}{2}+\gamma).r^2 = \Gamma.r^2$, où Γ est un paramètre géométrique sans dimension dépendant du zénith solaire et de l'angle d'ouverture du cône.

Soit A_s, A_z, A_c, A_t les surfaces de sol éclairé, de sol à l'ombre, de couvert éclairé, et de couvert à l'ombre dans un pixel de surface A. Soit r_s, r_z, r_c, r_t les réflectances associées, par unité de surface, pour une longueur d'onde donnée. La réflectance d'un pixel est :

$$R = \frac{A_s.r_s + A_z.r_z + A_c.r_c + A_t.r_t}{A} \qquad \text{où } A = A_s + A_z + A_c + A_t$$

En fait, tous les termes A_i peuvent être exprimés en fonction de 2 paramètres : γ et $m=\frac{r^2}{A}$.

Les résultats obtenus à partir de ce modèle montrent clairement que l'anisotropie de la réflectance de la canopée est principalement due à la géométrie du couvert.

La comparaison "simulations – mesures" montre (1) une surestimation de l'effet "hot spot", et (2) une sous-estimation de la réflectance pour des angles zénithaux d'observation (θ_v) élevés. Ces différences sont en partie expliquées par le fait que les diffusions multiples de la végétation sont négligées. Ainsi, la diffusion diminue le contraste des ombres, ce qui décroît le phénomène du "hot spot". D'autre part, la contribution des diffusions multiples à la réflexion est d'autant plus importante que l'angle θ_v est grand. De manière à obtenir des résultats plus proches des mesures expérimentales, Li et Strahler ont modifié leur modèle pour prendre en compte la "semi-transparence" des cônes.

Transmission $T(\Omega_s)$ d'un couvert discontinu de houppiers ellipsoïdaux (Li et Stralher, 1988)

Tout rayon peut traverser n houppiers avant d'atteindre le sol. En supposant que :

- $G(\theta)$ est la section efficace foliaire selon θ par unité de surface foliaire,
- u_f est la densité foliaire volumique,
- la probabilité P(n) de traverser n houppiers, *i.e.* n ombres superposées, suit une loi de Poisson de moyenne $\lambda.Z$, où λ est la densité de houppiers par m^2 et Z est la valeur moyenne de l'aire de la projection au sol d'un houppier,
- $p(s|n).ds$ est la probabilité d'avoir un trajet total entre [s s+ds[dans les houppiers, sachant que n houppiers sont traversés. On a $s \approx \frac{n.V}{Z.\cos\theta}$, où V est le volume apparent selon la direction θ d'un houppier. Pour un houppier sphérique de rayon R : $V = \frac{4}{3}.\pi.R^3$.

la transmission selon la direction θ est : $T(\theta) = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} P(n).p(s|n).e^{-G(\theta).u_f.s}.ds$.

La probabilité d'avoir un chemin dans [s s+ds[est en effet : $\sum_{n=0}^{\infty} P(n).p(s|n).ds$.

La probabilité d'avoir un chemin dans [s s+ds[dans un houppier sphérique de rayon R est :

$$p(s|1).ds = \frac{s}{2.R^2}.ds$$

Avec des ellipses (hauteur w.R, base de rayon R) : $p(s|1) = \frac{\Gamma.s}{2.R^2}$ où $\Gamma = [\frac{1+w^2.tg^2\theta}{1+tg^2\theta}]$

Plusieurs cas surviennent : (1) absence d'intersection entre houppiers ou intersection avec cumul des u_f, et (2) intersection sans cumul des u_f. En première approximation l'on a :

$$T(\theta) = \exp[-G(\theta).\frac{LAI}{\cos\theta}.\{1 - \frac{3}{4}.\frac{\tau.R}{\Gamma} + \frac{2}{5}.(\frac{\tau.R}{\Gamma})^2 - ...\}]$$

avec $\tau.R = \frac{3}{4}.\frac{G(\theta).LAI}{\lambda.\pi.R^2} = \frac{3}{4}.\frac{G(\theta).LAI}{C}$ $\quad C = \lambda.\pi.R^2$ est le taux de couverture végétale

Il apparaît que plus Γ est grand, *i.e.* $\theta \to \frac{\pi}{2}$ et w>1, plus le couvert a un comportement semblable à un couvert continu. Inversement, l'augmentation de u_f, et la diminution de λ et C entraînent un comportement de plus en plus discontinu.

- ***Modèle de Li et al. (1995)***

Les arbres sont supposés avoir une forme ellipsoïdale et être distribués selon une loi de distribution spatiale donnée (*e.g.*, loi de Poisson). Comme pour le modèle de Li et Strahler (1988) les probabilités d'interception de n couronnes sont calculées ainsi que les trajets moyens "incidents" et de "sortie" dans les houppiers. Ceci permet de calculer la diffusion d'ordre 1 à partir des propriétés optiques des éléments foliaires des couronnes. Les diffusions multiples sont simulées à l'aide de flux hémisphériques ascendants E^+ et descendants E^- qui proviennent en premier lieu des diffusions d'ordre 1. Les équations différentielles qui régissent E^+ et E^- tiennent compte de la nature discrète de la scène.

Ce modèle est un bon exemple de modèle hybride. La modélisation des diffusions multiples est cependant relativement approximative.

• ***Modèle de Jupp et al. (1986)***

La canopée est approximée par des sphéroïdes/ellipsoïdes de diamètre D, épaisseur T, situés à une hauteur H au dessus du sol. Les centres des arbres sont distribués selon une loi de Poisson, avec le paramètre de densité L (nombre d'arbres/m^2).

9 unités sont utilisées : couronne supérieure éclairée, couronne intermédiaire éclairée et à l'ombre, herbe éclairée et à l'ombre, litière éclairée et à l'ombre, sol éclairé et à l'ombre.

Ce modèle a été appliqué avec une image Landsat (méthode des moindres carrés) de manière à obtenir la réflectance des 9 unités mentionnées ci-dessus.

• ***Modèle de Chen et Leblanc (1997)***

Ce modèle simule des paysages comprenant une distribution discrète d'arbres avec des composantes structurales (branches, pousses, aiguilles ou feuilles). Il est souvent qualifié de modèle à 4 niveaux, car les arbres sont définis suivant 4 niveaux :

- forme définie des arbres (*e.g.*, cylindre surmonté d'un cône pour des conifères),
- localisation non aléatoire des arbres,
- milieu turbide des arbres,
- architecture des branches.

La réflectance de la scène est la somme des réflectances des couronnes d'arbre et de sol vus, à l'ombre et au soleil, pondérées par leurs sections efficaces selon la direction d'observation. Le modèle comprend 3 types de paramètres :

- paramètres du site (indice foliaire, densité d'arbres, indice de groupement des arbres),
- paramètres architecturaux (rayon et hauteur de la couronne, rapport aiguille (ou feuille) sur "clump", indice d'agrégation foliaire, dimension foliaire).
- réflectances du feuillage et du sol, à l'ombre et au soleil.

Dans le cas d'un couvert forestier comportant un sous bois plus bas que l'étage arboré supérieur, le modèle est appliqué séparément au sous bois et à l'étage arboré supérieur, puis les résultats sont combinés pour obtenir la réflectance de l'ensemble du couvert.

Ce modèle a été appliqué avec succès pour la simulation des FRD de forêts boréales. La vérification a été réalisée avec des mesures POLDER aéroportées.

III.6 Méthode des ordonnées discrètes

1) Principe

La méthode des ordonnées discrètes repose sur la discrétisation de l'espace des directions "incidentes" et "diffuses". Les photons ne peuvent donc se propager que selon un nombre fini de directions, au contraire d'un système de représentation analytique du transport. Le nombre de directions retenues doit être suffisamment important pour obtenir des résultats précis et cependant assez faible pour ne pas impliquer des temps de calcul informatique trop importants. Cette méthode des ordonnées discrètes peut être utilisée avec les modèles turbides, géométriques, discrets et de suivi de rayons.

Dans un milieu 3-D (Myneni *et al.*, 1990), de coordonnées angulaires (θ,ϕ) et/ou cartésiennes (x,y,z), la représentation de l'intensité spécifique $L(z,\Omega)$ implique de considérer les 8 octants de l'espace 4π des directions. ξ, η et $-\mu$ sont les cosinus directeurs de Ω par rapport aux axes Ox, Oy et Oz (orientation selon les z négatifs). En fait, dans la mesure où le milieu de propagation vérifie des conditions de symétrie par rapport aux plans y-z, x-z et x-y, il est possible d'utiliser dans tous les octants l'ensemble de cosinus directeurs du premier octant. Il est souvent utilisé de tels ensembles symétriques de directions où il est choisi un même nombre N/2 de cosinus directeurs pour chaque demi axe. Un tel ensemble est appelé S_N. Il comprend N éléments dans le cas 1-D et N.(N+2) éléments dans le cas 3-D. Les directions discrètes correspondent aux pivots (μ_i,η_j,ξ_k). Ce choix simplifie beaucoup les calculs des intégrales sur les directions.

Le choix des pivots, *i.e.* directions discrètes, est primordial pour la précision des résultats. Ainsi, le fait d'avoir un ensemble S_N symétrique peut parfois être trop restrictif ; on ne dispose alors que d'un degré de liberté pour vérifier certaines conditions de symétrie. Plusieurs approches permettent d'augmenter ce degré de liberté. Ainsi, il peut être choisi un ensemble, appelé EQ_N, où les pivots (cosinus directeurs) ne sont pas identiques selon les différents axes, mais ont des poids identiques ; c'est la quadrature de Tchebycheff.

Dans un espace à 1 dimension, les pivots de Gauss* permettent de satisfaire les conditions d'invariance rotationnelle, précision et positivité. Ces pivots ne sont pas forcément équidistants ; ils sont symétriques selon l'axe $\mu=0$ et les poids sont positifs. Si $L(z,\Omega)$ est discontinue à $\mu=0$, seuls des ensembles S_N pairs sont choisis. L'intervalle d'intégration de μ est souvent divisé en 2 parties : $]-1\ \ 0[\cup]0\ \ 1[$. La quadrature de Gauss est alors conduite séparément sur chaque intervalle. C'est la méthode DP_N ; l'erreur de quadrature varie en N^{-2}.

Dans le cas de milieux fortement anisotropes il peut être intéressant de définir une quadrature asymétrique avec plusieurs directions associées à l'anisotropie.

L'équation du transport dans un milieu 3-D, avec EQ_N de directions discrètes, est :

$$[-\mu_{ij}.\frac{d}{dz}+\eta_{ij}.\frac{d}{dy}+\xi_{ij}.\frac{d}{dx}].L(r,\Omega_{ij}) = -\alpha(r,\Omega_{ij}).L(r,\Omega_{ij}) + C.\sum_{n=1}^{8}\sum_{m=1}^{M/8}\alpha_d(r,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij}).L(r,\Omega_{nm}) + Q(r,\Omega_{ij}) \quad (A)$$

avec nombre total de directions M = N.(N+2), poids $C = \frac{8}{M}$ et directions discrètes Ω_{ij}.

Dans un milieu 1-D, avec un ensemble DP_N de 4M.N directions l'équation est :

$$-\mu_{ij}.\frac{d}{dz}L(z,\Omega_{ij}) + \alpha(z,\Omega_{ij}).L(z,\Omega_{ij}) = \sum_{n=1}^{2N} C_n.\sum_{m=1}^{2M} C_m.\alpha_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij}).L(z,\Omega_{nm}) + Q(z,\Omega_{ij}) \qquad (B)$$

où $i \in [1\ \ 2N]$, $j \in [1\ \ 2M]$; N et M sont les ordres de discrétisation des directions μ et ϕ

La méthode consistant à évaluer de manière numérique les termes "source" et "diffusion d'ordre 1" des systèmes (A) et (B) est appelée "exact kernel method" car les termes $\alpha_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij})$ représentent les sections efficaces exactes de diffusion de Ω_n à Ω_{ij}.

---

* Tout polynôme de degré (N-1) peut être décomposé en une somme de polynômes de Legendre $S_k(x)$; polynômes orthogonaux sur $[-1\ \ +1]$ avec $k \in [0\ \ N-1]$. Soit $P_{N-1}(x)=\Sigma_i a_i.S_i(x)$ le polynôme de degré (N-1) qui approche f(x). L'orthogonalité de $S_N(x)$ avec $P_{N-1}(x)$ implique que les N pivots sont les racines de $S_N(x)$. Alors : $\int_{-1}^{+1} f(u).du = \Sigma_i\ W_i.f(u_i)$ avec $W_i=\frac{1}{S'_N(x_i)}.\int_{-1}^{+1}\frac{S_N(x)}{x-x_i}.dx$; relation vraie si f(x) = polynôme $Q_m(x)$ avec $m\leq(2N-1)$. L'erreur de quadrature varie en N^{-1}.

• ***Système idéal d'ordonnées discrètes***

Selon la complexité du milieu il faut utiliser un plus ou moins grand nombre de directions discrètes. Il est d'autre part essentiel de vérifier que toute approximation angulaire satisfait les conditions de symétrie, positivité et conservation de l'énergie. Les propriétés d'une approximation idéale sont examinées ci-dessous dans le cas d'un milieu 1-D.

$$-\underline{\mu}_{ij}.\frac{d}{dz}L(z,\Omega_{ij}) = -\underline{\alpha}(z,\Omega_{ij}).L(z,\Omega_{ij}) + \sum_{n=1}^{2N}\sum_{m=1}^{2M}\underline{\alpha}_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij}).L(z,\Omega_{nm}) + \underline{Q}(z,\Omega_{ij}) \qquad (C)$$

où $i \in [1\ \ 2N]$, $j \in [1\ \ 2M]$; N et M sont les ordres de discrétisation des directions μ et ϕ

Le système (C) est un système idéal si les coefficients $\underline{\mu}_{ij}$, $\underline{\alpha}(z,\Omega_{ij})$ et $\underline{\alpha}_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij})$ satisfont les conditions de positivité, symétrie et d'équilibre :

- condition de positivité :

  $\underline{\alpha}_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij}) > 0$ où $i \in [1\ \ 2N]$ et $j \in [1\ \ 2M]$

- condition de symétrie :

  $\underline{\alpha}(z,\Omega_{ij}) = \underline{\alpha}(z,\Omega_{q-i,j})$ où $q=2N+1$, $i \in [1\ N]$ et $j \in [1\ 2M]$ avec $\underline{\mu}_{ij} < 0$; $-\underline{\mu}_{ij} = \underline{\mu}_{q-i,j}$

  $\underline{\alpha}_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij}) = \underline{\alpha}_d(z,\Omega_{ij}\rightarrow\Omega_{nm}) = \underline{\alpha}_d(z,\Omega_{q-n,m}\rightarrow\Omega_{q-i,j}) > 0$ où $q=2N+1$, i et $n \in [1\ N]$, $j \in [1\ 2M]$

- condition de conservation de l'énergie : $\sum_{n=1}^{2N} C_n . \sum_{m=1}^{2M} C_m.\underline{\alpha}_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij}) = \underline{\alpha}_d(z,\Omega_{ij})$

Considérons l'équation 1-D (B) avec les ensembles DP_N et DP_M de pivots selon μ et ϕ. Les pivots de Gauss sont symétriques par rapport à $\mu=0$; leurs poids sont positifs. Ce système n'est pas idéal car il ne vérifie pas les conditions de symétrie et de conservation de l'énergie. Ainsi, $\alpha_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij})=\alpha_d(z,\Omega_{ij}\rightarrow\Omega_{nm})$, mais $\alpha_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij}).C_{nm} \neq \alpha_d(z,\Omega_{ij}\rightarrow\Omega_{nm}).C_{ij}$ où $C_{nm}=C_n.C_m$ et $C_{ij}=C_i.C_i$ sont les poids. De même la condition d'équilibre n'est réalisée que si la quadrature donne l'intégrale du terme "diffusion" avec une bonne précision.

De manière à rendre le système (B) idéal il est introduit les coefficients de renormalisation :

$$\wp(\Omega_{ij}) = \frac{\sum_{n=1}^{2N} W_n . \sum_{m=1}^{2M} W_m.\alpha_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij})}{\alpha_d(\Omega_{ij})}$$

où $\alpha_d(z,\Omega_{ij})$ est calculé à partir de l'expression $\int_{4\pi}\alpha_d(z,\Omega\rightarrow\Omega_{ij}).d\Omega$

La condition d'équilibre est d'autant mieux vérifiée que $\wp(\Omega_{ij})$ est ≈ 1. L'équation (B) vérifie la condition d'équilibre si les coefficients de diffusion différentiels de la somme discrète du terme de droite de (B) sont divisés par $\wp(\Omega_{ij})$. La condition de symétrie est vérifiée si les termes de gauche et droite de (B) sont multipliés par $C_{ij}.\wp(\Omega_{ij})$. On a alors le système (C), où :

$\underline{\mu}_{ij} = \mu_{ij}.C_{ij}.\wp(\Omega_{ij})$ $\qquad$ $\underline{\alpha}(z,\Omega_{ij}) = \alpha(z,\Omega_{ij}).C_{ij}.\wp(\Omega_{ij})$

$\underline{\alpha}_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij}) = \alpha_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij}).C_{nm}.C_{ij}$ $\qquad$ $\underline{Q}(z,\Omega_{ij}) = Q(z,\Omega_{ij}).C_{ij}.\wp(\Omega_{ij})$

La résolution de (C) donne $L(z,\Omega_{ij})$ au point (z,Ω_{ij}).

Sachant que les égalités $\alpha_d(z,\Omega_{ij})=\alpha_d(z,\Omega_{q-i,j})$ et $\alpha(z,\Omega_{ij})=\alpha(z,\Omega_{q-i,j})$ découlent de leur définition, du moins dans le cas des modèles de réflectance spéculaire et diffuse bi-lambertiens déjà introduits, et que par définition $C_{nm} = C_{q-n,m}$, le système (C) est donc idéal. En effet, compte tenu du fait que $\rho(\Omega_{ij}) = \rho(\Omega_{q-i,j})$ la condition de positivité est vérifiée. D'autre part, les égalités $C_{nm} = C_{q-n,m}$ et $\alpha_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{q-i,j}) = \alpha_d(z,\Omega_{q-n,m}\rightarrow\Omega_{ij})$ impliquent la validité de la condition de symétrie :

$$\sum_{n=1}^{2N}\sum_{m=1}^{2M} C_{nm}.C_{ij}.\alpha_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij}) = \sum_{n=1}^{2N}\sum_{m=1}^{2M} C_{nm}.C_{ij}.\alpha_d(z,\Omega_{q-n,m}\rightarrow\Omega_{ij}) = \sum_{n=1}^{2N}\sum_{m=1}^{2M} C_{nm}.C_{ij}.\alpha_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{q-i,j})$$

$$= \sum_{n=1}^{2N}\sum_{m=1}^{2M} C_{nm}.C_{ij}.\alpha_d(z,\Omega_{ij}\rightarrow\Omega_{mn})$$

Les solutions du système idéal d'ordonnées discrètes (*e.g.* (C)) sont uniques et positives si $\underline{Q}(z,\Omega_{ij})>0$. Cette propriété est une différence fondamentale entre (C) et (B), car ce dernier ne donne une solution positive que s'il est utilisé un nombre suffisant de directions (Ω_{ij}).

La précision de la méthode des ordonnées discrètes dépend de la précision du calcul des termes sources et de diffusion d'ordre 1. Toute technique numérique ayant un tel objectif repose sur des développements dont l'ordre dépend de l'anisotropie du rayonnement diffusé. Le cas d'un rayonnement très anisotrope peut être traité en considérant les termes sources de diffusion en tant que développements de polynômes de Legendre. De fortes anisotropies nécessitent un nombre important de termes dans le développement, ce qui rend inutilisable la méthode des ordonnées discrètes. De même, la représentation d'un flux par ses moments nécessite le calcul d'un nombre de moments égal à l'ordre du développement.

Le fait que les fonctions de diffusion de la végétation ne sont pas rotationnellement invariantes ; *i.e.* elles ne dépendent pas que de l'angle de phase, diminue beaucoup l'intérêt des décompositions de ces fonctions sous forme de polynômes de Legendre, et harmoniques sphériques. Par suite, la plupart des codes informatiques utilisés pour résoudre les équations de transport ne sont pas applicables au cas de la végétation. Ces codes doivent être modifiés pour prendre directement en compte les facteurs de diffusion et d'extinction. La méthode appelée "exact kernel method" se situe dans ce contexte. Elle utilise la matrice de transfert composée des valeurs exactes des facteurs de diffusion $\alpha_d(z,\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij})$ pour chaque ($\Omega_{nm}\rightarrow\Omega_{ij}$). L'emploi de cette méthode implique des solutions positives, sous réserve de certaines conditions. Deux contraintes majeures liées à cette méthode doivent être notées : (1) en présence de N pivots pour μ et ϕ, il convient de stocker une matrice d'ordre 4 de dimension N, alors que la méthode de décomposition de Legendre d'ordre M ne requiert que (M+1) termes. (2) En présence de facteurs de diffusion très anisotropes, *e.g.* nuls presque partout, le choix de trop larges intervalles entre pivots peut interdire toute redistribution angulaire de l'énergie incidente. Une solution consiste à augmenter le nombre de pivots.

2) Solutions des équations aux ordonnées discrètes

L'approche générale établit des relations de récurrence qui permettent d'itérer sur les termes sources de diffusion. Tout d'abord, il est choisi des ordonnées discrètes compatibles avec les conditions de positivité, symétrie et équilibre. On considère un référentiel (x,y,z). L'espace est constitué de cellules régulièrement réparties (x_i,y_j,z_k), $i\in[0\ \ I]$, $j\in[0\ \ J]$ et $k\in[0\ \ K]$, de dimension ($\Delta x,\Delta y,\Delta z$). Les quantités α et α_d sont des fonctions discrètes dont les valeurs ne peuvent changer que sur la face d'une cellule. Pour une cellule (x_i,y_j,z_k) ces fonctions sont

notées α_{ijk} et α_{dijk}. La maille d'échantillonnage doit en fait être adaptée à la variabilité spatiale prévisible de ces quantités.

Plusieurs méthodes résolvant les équations aux ordonnées discrètes sont indiquées ici.

3) Méthode des différences finies dans un milieu 3-D

L'approximation, avec des différences finies du 1er ordre, des dérivées spatiales de l'équation

$$[-\mu_n.\frac{d}{dz} + \eta_n.\frac{d}{dy} + \xi_n.\frac{d}{dx}].L(r,\Omega_n) = -\alpha(r,\Omega_n).L(r,\Omega_n) + C.\sum_{n=1}^{8}\sum_{m=1}^{M/8} \alpha_d(r,\Omega_m \rightarrow \Omega_n).L(r,\Omega_m) + Q(r,\Omega_n)$$

combinée à l'intégration sur l'ensemble de la cellule donne :

$$-\mu_n.\int_{j-0.5}^{j+0.5} dy.\int_{i-0.5}^{i+0.5} dx.[L_n(x,y,z_{k+0.5}) - L_n(x,y,z_{k-0.5})] + \eta_n.\int_{k-0.5}^{k+0.5} dz.\int_{i-0.5}^{i+0.5} dx.[L_n(x,y_{j-0.5},z) - L_n(x,y_{j+0.5},z)]$$

$$+\xi_n.\int_{k-0.5}^{k+0.5} dz.\int_{j-0.5}^{j+0.5} dy.[L_n(x_{i-0.5},y,z) - L_n(x_{i+0.5},y,z)] + \alpha_{nijk}.\int_{i-0.5}^{i+0.5} dx.\int_{j-0.5}^{j+0.5} dy.\int_{k-0.5}^{k+0.5} dz\, L_n(x,y,z) = \int_{i-0.5}^{i+0.5} dx.\int_{j-0.5}^{j+0.5} dy.\int_{k-0.5}^{k+0.5} dz\, J_n(x,y,z)$$

Les directions sont repérées par l'indice n. Le terme source est représenté par J_n.

La division de cette équation par le volume $\Delta x.\Delta y.\Delta z$ de la cellule donne :

$$-\frac{\mu_n}{\Delta z}.[L_{nij}(z_{k+0.5}) - L_{nij}(z_{k-0.5})] + \frac{\eta_n}{\Delta y}.[L_{nik}(y_{j-0.5}) - L_{nik}(y_{j+0.5})] + \frac{\xi_n}{\Delta x}.[L_{njk}(x_{i-0.5}) - L_{njk}(x_{i+0.5})] = -\alpha_{nijk}.L_{nijk} + J_{nijk} \quad (D)$$

Les intensités spécifiques moyennes sur les faces de la cellule (i,j,k) sont :

$$L_{nij}(z_{k\pm0.5}) = \frac{1}{\Delta x.\Delta y}.\int_{j-0.5}^{j+0.5} dy.\int_{i-0.5}^{i+0.5} dx.L_n(x,y,z_{k\pm0.5})$$

$$L_{nik}(y_{j\pm0.5}) = \frac{1}{\Delta x.\Delta z}.\int_{k-0.5}^{k+0.5} dz.\int_{i-0.5}^{i+0.5} dx.L_n(x,y_{j\pm0.5},z)$$

$$L_{njk}(x_{i\pm0.5}) = \frac{1}{\Delta z.\Delta y}.\int_{j-0.5}^{j+0.5} dy.\int_{k-0.5}^{k+0.5} dz.L_n(x_{i\pm0.5},y,z)$$

De même, les moyennes volumiques de l'intensité spécifique et du terme source sont :

$$L_{nijk} = \frac{1}{\Delta x.\Delta y.\Delta z}.\int_{i-0.5}^{i+0.5} dx.\int_{j-0.5}^{j+0.5} dy.\int_{k-0.5}^{k+0.5} dz.L_n(x,y,z) \quad \text{et} \quad J_{nijk} = \frac{1}{\Delta x.\Delta y.\Delta z}.\int_{i-0.5}^{i+0.5} dx.\int_{j-0.5}^{j+0.5} dy.\int_{k-0.5}^{k+0.5} dz.J_n(x,y,z)$$

L'équation (D) est exacte mais non fermée. De manière à pouvoir trouver l'intensité spécifique moyenne L_{nijk} ainsi que les flux qui sortent par les faces (3 faces) de la cellule il convient de définir 3 équations supplémentaires. Les flux des photons qui rentrent par les 3 autres faces de la cellule sont connus soit en tant que conditions aux limites soit à partir de calculs précédents. Les relations suivantes relient les intensités spécifiques des bords des cellules à leur valeur au centre de la cellule. Ces relations simples (précision du second ordre) peuvent induire des intensités négatives.

$$L_{nijk} \approx 0.5.[L_{nij}(z_{k+0.5}) + L_{nij}(z_{k-0.5})]$$

$$L_{nijk} \approx 0.5.[L_{nik}(y_{j-0.5}) + L_{nik}(y_{j+0.5})]$$

$$L_{nijk} \approx 0.5.[L_{njk}(x_{i-0.5}) + L_{njk}(x_{i+0.5})]$$

Les flux entrant et sortant dans chaque octant sont identifiés par les signes des cosinus directeurs. Les 3 dernières relations expriment les flux sortant en fonction des flux entrant dans l'expression de l'intensité moyenne au centre de la cellule, dérivée de l'équation (D) :

$$L_{nijk} = \frac{J_{nijk} + \frac{2.|\mu_n|}{\Delta z}.L_{nij}(z_{k\pm0.5}) + \frac{2.|\eta_n|}{\Delta y}.L_{nik}(y_{j\pm0.5}) + \frac{2.|\xi_n|}{\Delta x}.L_{njk}(x_{i\pm0.5})}{\alpha_{nijk} + \frac{2.|\mu_n|}{\Delta z} + \frac{2.|\eta_n|}{\Delta y} + \frac{2.|\xi_n|}{\Delta x}}$$

Les 3 termes du numérateur sont les intensités spécifiques entrant sur la cellule (i,j,k). Elles sont relatives à un octant. La valeur de L_{nijk} permet alors de calculer les 3 intensités spécifiques sortant. Dans le 1er octant (*i.e.* $\mu_n>0$, $\eta_n>0$, $\xi_n>0$) les flux entrant sont "$L_{nij}(z_{k+0.5})$, $L_{nik}(y_{j-0.5})$, $L_{njk}(x_{i-0.5})$" et les 3 flux sortant sont "$L_{nij}(z_{k-0.5})$, $L_{nik}(y_{j+0.5})$, $L_{njk}(x_{i+0.5})$". Ce calcul est réalisé par itération sur toutes les cellules et toutes les directions. Cette approche est illustrée ci-dessous dans le cas d'un milieu 1-D.

Méthode des différences finies dans un milieu 1-D

Dans le cas d'un milieu plan homogène horizontal l'équation discrète (D) devient :

$$-\frac{\mu_n}{\Delta z}.[L_n(z_{k+0.5}) - L_n(z_{k-0.5})] = -\alpha_{nk}.L_{nk} + J_{nk}$$

L'intensité spécifique au centre de la cellule k est donnée par la relation :

$$L_{nk} \approx 0.5.[L_n(z_{k+0.5}) + L_n(z_{k-0.5})]$$

La combinaison de ces 2 équations permet de définir 2 fonctions de propagation :

$$\mu_n<0 : L_n(z_{k+0.5}) = \frac{a_n}{b_n}.L_n(z_{k-0.5}) - \frac{c_n}{\alpha_{nk}.b_n}.J_{nk} \quad \text{et} \quad \mu_n>0 : L_n(z_{k-0.5}) = \frac{b_n}{a_n}.L_n(z_{k+0.5}) + \frac{c_n}{\alpha_{nk}.a_n}.J_{nk}$$

avec $a_n = (1 + 0.5.c_n)$, $b_n = (1 - 0.5.c_n)$, $c_n = \frac{\alpha_{nk}.\Delta z}{\mu_n}$

En on a : $\frac{b_n}{a_n} = \frac{1 - 0.5.c_n}{1 + 0.5.c_n} \approx 1 - c_n + \frac{c_n^2}{2} - ...$, *i.e.* approximation au 1er ordre de $\exp[-c_n]$.

L'approche classique débute avec la 1ère équation progressive, à partir du haut du couvert avec les conditions limites associées, pour évaluer L_{nk} ($\mu_n<0$), avec k croissant. Une fois arrivé à l'interface inférieure, les conditions limites sont utilisées, puis L_{nk} ($\mu_n>0$) est calculé pour les k décroissant avec la 2ème équation de progression. Une fois cette 1ère itération terminée les termes J_{nk} sont réévalués, et l'itération suivante débute.

4) Méthode des éléments finis dans un milieu 1-D

Cette méthode combine la méthode des ordonnées discrètes sur l'espace des directions et la méthode des éléments finis pour chaque cellule individuelle. Elle emploie une base de fonctions $\{\Psi z_{k-0.5}(z),\Psi z_{k+0.5}(z)\}$ qui permet de calculer l'intensité en tout point de la cellule à partir des intensités sur les faces de celle-ci. Pour le cas 1-D, la base de fonctions peut être :

$$z\in[z_{k-0.5}\ \ z_{k+0.5}] : \Psi z_{k-0.5}(z) = \frac{z_{k+0.5} - z}{\Delta z} \quad \text{et} \quad z\in[z_{k-0.5}\ \ z_{k+0.5}] : \Psi z_{k+0.5}(z) = \frac{z - z_{k-0.5}}{\Delta z}$$

$$\Rightarrow \quad L(z,\Omega_n) = L(z_{k-0.5},\Omega_n).\Psi z_{k-0.5}(z) + L(z_{k+0.5},\Omega_n).\Psi z_{k+0.5}(z)$$

$$J(z,\Omega_n) = J(z_{k-0.5},\Omega_n).\Psi z_{k-0.5}(z) + J(z_{k+0.5},\Omega_n).\Psi z_{k+0.5}(z)$$

$$\Rightarrow \quad L(z,\Omega_n) = \frac{1}{\Delta z}.[(z_{k+0.5} - z).L(z_{k-0.5},\Omega_n) + (z - z_{k-0.5}).L(z_{k+0.5},\Omega_n)]$$

$$J(z,\Omega_n) = \frac{1}{\Delta z}.[(z_{k+0.5} - z).J(z_{k-0.5},\Omega_n) + (z - z_{k-0.5}).J(z_{k+0.5},\Omega_n)]$$

L'équation discrète du transport (B) devient alors :

$$-\mu_{ij}.\frac{d}{dz}L(z,\Omega_n) = -\frac{\alpha(z,\Omega_n)}{\Delta z}.[(z_{k+0.5} - z).L(z_{k-0.5},\Omega_n) + (z - z_{k-0.5}).L(z_{k+0.5},\Omega_n)]$$
$$+ \frac{1}{\Delta z}.[(z_{k+0.5} - z).J(z_{k-0.5},\Omega_n) + (z - z_{k-0.5}).J(z_{k+0.5},\Omega_n)]$$

Il convient alors d'intégrer sur $z \in [k\text{-}0.5\ k\text{+}0.5]$ cette équation différentielle pour chaque cellule. Le processus itératif est d'autant plus complexe à mettre en oeuvre que la base de fonctions utilisée $\{\Psi z_{k-0.5}(z), \Psi z_{k+0.5}(z)\}$ est complexe.

Les solutions du transfert radiatif sont en général obtenues après un nombre d'itérations qui dépend du milieu et de la méthode de résolution utilisée. Différentes méthodes permettent d'accélérer la convergence des méthodes itératives. Deux exemples sont donnés ici :

- Emploi de relations supplémentaires liant les quantités à calculer. Ainsi, beaucoup de méthodes utilisent une grille à maille plus large que les cellules (i,j,k). Le fait d'imposer l'égalité des intensités spécifiques entrant et sortant aux limites de ces grilles permet d'accélérer la convergence du calcul de l'intensité en tout point et selon toute direction.
- L'équation du transfert radiatif peut être représentée de manière matricielle. Le principe est de modifier la matrice de passage [H], par exemple en lui ajoutant un terme additionnel.

  $[J]^{l+1} = [H([J]^l)]$ où l=ordre d'itération $\Rightarrow [J]^{l+1} = [M].[H([J]^l)] + [I - M].[J]^l$

  pour se ramener à une approche du type "itération diagonale", "itération de Gauss Seidel",...

5) Modèles discrets / suivi de rayons

- ***Modèle K-K***

Le modèle K-K utilise une maquette informatique qui représente le paysage sous la forme de cellules juxtaposées. Celes-ci sont caractérisées par leur dimension géométrique et par des paramètres biophysiques (LAI, LAD) et optiques (réflectance ρ_f et transmittance τ_f) foliaires. La structure du couvert est donc représentée par l'arrangement spatial des cellules. Ces dernières peuvent être uniquement de type "feuille" ou de type "sol". De manière à simuler une scène de dimension infinie, tout rayon qui sort selon une direction (Ω) par une face verticale de la scène re-rentre dans celle-ci selon la direction (Ω) par une cellule symétrique à la cellule de sortie. Cette possibilité de simuler un paysage infini périodique diminue donc les problèmes de conditions aux limites ainsi que les contraintes informatiques en termes de temps de calcul et de volumes de données à stocker.

*** Propagation de l'énergie dans la maquette**

Chaque rayon transporte une certaine puissance. Ainsi, un rayon au point r qui se déplace selon la direction (Ω) est caractérisé par un "vecteur source" $W(r,\Omega)$ exprimé en watts. Si E_s est la constante solaire au-dessus de la scène et si $\Delta x.\Delta y$ est la surface horizontale d'une

cellule du haut de la scène, l'on a : $W(r,\Omega) = E_s.\mu_s.\Delta x.\Delta y$. Tout rayon peut en fait être considéré comme un flux (W) de luminance $L(r,\Omega)$, qui se propage selon la direction (Ω, $\Delta\Omega$) dans un cylindre de section géométrique ΔS ($\Delta S=\Delta x.\Delta y.\mu$, où $\mu=\cos\theta$). La relation entre la puissance transportée et cette luminance est :

$$W(r,\Omega) = L(r,\Omega).\Delta\Omega.\Delta S \qquad \text{où } \Delta\Omega \text{ est l'angle solide associé à la direction } \Omega.$$

Le modèle K-K simule l'éclairement de la scène comme la combinaison d'un éclairement solaire direct et d'un éclairement atmosphérique supposé isotrope. Les directions de propagation sont distribuées de manière régulière dans l'espace des directions. Le cas du rayonnement solaire direct est brièvement présenté ci-dessous.

Le rayonnement solaire direct est simulé par un ensemble de N sources primaires $W(0,\Omega_s)$ situées au-dessus du paysage. Le nombre N correspond au nombre de cellules de la face supérieure de la maquette informatique. Toute source primaire induit une intensité spécifique $L(\Omega)$ qui se propage selon une direction donnée. La puissance reçue par une cellule du haut de la maquette, due au rayonnement $L(\Omega,\Delta\Omega)$, est $\Delta x.\Delta y.\int_{\Delta\phi} d\phi.\int_{\Delta\mu} |\mu|.L.d\mu$.

La propagation du rayonnement dans le milieu correspond à la traversée de cellules. Dans chaque cellule, une part du rayonnement incident est transmise et une part est interceptée. L'énergie interceptée est stockée au centre de la cellule, en vue d'un destockage ultérieur. Il y a donc création de sources secondaires. Les diffusions multiples à l'intérieur de chaque cellule sont négligées. La diffusion d'une source d'ordre quelconque ne donne donc aucune interaction au sein de la cellule "émettrice". Une fois que toutes les sources primaires ont "déchargé" leur énergie, les sources secondaires déchargent leur énergie, ce qui donne lieu à l'apparition de sources tertiaires. La procédure s'arrête quand les sources n'ont plus ou quasiment plus d'énergie à décharger. L'ensemble du rayonnement a alors été absorbé et/ou réfléchi par le couvert. Cette approche permet le calcul de l'intensité et de la direction des flux qui sortent de chaque cellule du haut du couvert (*i.e.*, réflectance).

*** Interactions au sein des cellules "feuille"**

Les mécanismes d'interaction dans les cellules sont définis par une fonction de phase volumique $\frac{P(\Omega_s,\Omega_v)}{4\pi}$ qui dépend des réflectances ρ_f et transmittance τ_f foliaires et du LAD.

Ainsi, pour un rayonnement incident $W_{in}(0,\Omega_n)$ qui traverse selon la direction (Ω_n) une cellule (i) caractérisée par une densité volumique foliaire $u_f(i)$ et une distribution angulaire foliaire normalisée $\frac{g(i,\Omega_f)}{2\pi}$, *i.e.* LAD, on a:

- puissance transmise : $W_{trans}(\Delta l_i,\Omega_n) = T(\Delta l_i,\Omega_n).W_{in}(0,\Omega_n)$

  où $T(\Delta l_i,\Omega_n) = \exp[-G(i,\Omega_n).u_f(i).\Delta l_i]$ est la transmittance. Δl_i est le trajet dans la cellule (i). Le facteur géométrique $G(i,\Omega_n)$ indique la proportion de surface foliaire efficace selon la direction (Ω_n). $G(i,\Omega_n) = \frac{1}{2\pi}.\int_0^{2\pi} d\phi_f \int_0^1 g_f(i,\Omega_f).|\Omega_n.\Omega_f|.d\mu_f$.

- puissance interceptée : $W_{int}(\Delta l_i,\Omega_n) = [1 - T(\Delta l_i,\Omega_n)].W_{in}(0,\Omega_n)$

- puissance totale diffusée : $W_{diff}(\Delta l_i,\Omega_n) = \omega_f(\Omega_n).W_{int}(\Delta l_i,\Omega_n)$

où $\omega_f(\Omega_n)$ est l'albédo moyen des feuilles comprises dans la cellule (i) éclairée selon (Ω_n). Cet albédo dépend des propriétés optiques des éléments foliaires ; *i.e.* transmittance et réflectance foliaire. Avec un modèle de réflectance / transmittance foliaire bi-lambertien (τ, ρ) : $\omega_f(\Omega_n) = \tau_f + \rho_f$. L'énergie totale diffusée/réfléchie selon la direction (Ω_v) est : $W_{int}(\Delta l_i,\Omega_n).\frac{P(\Omega_n,\Omega_v)}{4\pi}$. La fonction de phase est calculée avec :

$$\frac{P(\Omega_n,\Omega_v)}{4\pi} = \frac{\int_{2\pi} \frac{g_f(i,\Omega_f)}{2\pi}.|\Omega_n.\Omega_f|.f(\Omega_f,\Omega_n\rightarrow\Omega_v).d\Omega_f}{G(i,\Omega_n)} \quad \text{où} \int_{4\pi} \frac{P(\Omega_n,\Omega_v)}{4\pi}.d\Omega_v = \omega_f(\Omega_n)$$

où la composante de diffusion foliaire $f(\Omega_f,\Omega_n\rightarrow\Omega_v)$ est par exemple bi-lambertienne.

*** Principales limitations du modèle K-K**

Les principales limitations du modèle K-K sont dues aux hypothèses simplificatrices utilisées par ce modèle ainsi qu'à l'absence d'outils complémentaires (*e.g.,* création et visualisation de paysages simulés) indispensables pour une utilisation efficace et aisée du modèle. Les principales hypothèses simplificatrices du modèle K-K sont :

- non prise en compte de l'atténuation du rayonnement diffusé à l'intérieur des cellules,
- non prise en compte des diffusions d'ordre multiple dans les cellules,
- non prise en compte des phénomènes de rétrodiffusion ("hot spot"), de réflexion spéculaire et de polarisation,
- les propriétés optiques des feuilles d'un même arbre ne peuvent être différentes,
- le paysage est obligatoirement plat, sans relief,
- les directions de propagations du rayonnement sont équidistantes,
- le modèle ne fournit pas d'information 2-D, *i.e.* images,
- le rayonnement atmosphérique est isotrope.

• ***Modèle DART***

Le modèle DART (Discrete Anisotropic Radiative Transfer) simule le T-R 3-D dans le système "Terre -Atmosphère" simultanément dans plusieurs longueurs d'onde sur tout le domaine optique, visible et infrarouge thermique inclus. Les paysages étudiés sont naturels (forêt, zone agricole, lac, etc.) et/ou urbains (immeubles, etc.), avec ou sans relief et atmosphère. Ils peuvent contenir plusieurs types (*i.e.*, propriétés optiques et géométriques) de végétation et de matériaux urbains. Les deux principaux produits simulés sont :

- **Images (réflectance, température) de télédétection géoréférencées** : pour toute configuration : altitude, du bas (avion, avec orthorectification) au haut (satellite) de l'atmosphère, résolution spatiale, directions solaire et de visée, etc. Elles sont utiles pour l'inversion d'images de télédétection et la conception des futurs capteurs satellitaires.
- **Bilan radiatif de paysages 3-D** : le modèle DARTEB utilise ce bilan (interception, absorption, diffusion) pour modéliser le fonctionnement 3D de la végétation et des flux d'énergie et de masse (CO_2, H_2O,…) des couverts naturels et urbains.

Le modèle DART (brevet PCT/FR 02/01181) combine le suivi le rayons, la méthode des ordonnées discrètes, une modélisation itérative des diffusions multiples et l'emploi de bases de données (propriétés optiques, physiques) de l'atmosphère et des milieux terrestres. Il

comprend 4 modules majeurs. (1) Le module "direction" calcule les directions discrètes de propagation du rayonnement. 2) Le module "phase" calcule des propriétés optiques des éléments de paysage et de l'atmosphère). 3) Le module "maket" gère la géométrie de la scène et l'affectation des propriétés optiques des éléments de celle-ci. 4) Le module "dart" simule le transfert radiatif dans la scène. Une interface graphique permet d'entrer les paramètres (angles d'observation et d'éclairement, caractéristiques du paysage, etc.) et de visualiser la scène simulée (vue 3D, coupes) et les simulations (images, bilan radiatif, etc.). DART a été validé avec des mesures terrain et le projet RAMI de comparaison de modèles (Pinty *et al.*, 2001; Pinty *et al.*, 2004; Widlowski *et al.*, 2007).

**** Discrétisation spatiale du paysage***

Le système "paysage terrestre - atmosphère" est le milieu de propagation du rayonnement. Sa représentation informatique, appelée ici maquette ou scène, est une matrice 3-D de cellules parallélépipédiques (Figure 146), superposée à un maillage de triangles et de parallélogrammes translucides. Les cellules peuvent contenir de la matière turbide (*e.g.*, air ou végétation foliaire). Les triangles permettent de simuler le relief (MNT: Modèle Numérique de Terrain), les éléments urbains ainsi que les troncs et les branches des arbres. La "scène terrestre" a des dimensions DX, DY et DZ selon les axes Ox, Oy et Oz. La dimension ΔZ de ses cellules peut différer de ses dimensions ΔX et ΔY pour optimiser l'échantillonnage spatial (vertical *vs.* horizontal) du paysage. Le module "maket" génère directement les éléments du paysage (*e.g.*, arbres, maisons, etc.) ou les importe entant que documents cartographiques (*i.e.*, cartes d'occupation du sol) ou d'objets constitués par la juxtaposition de triangles translucides.

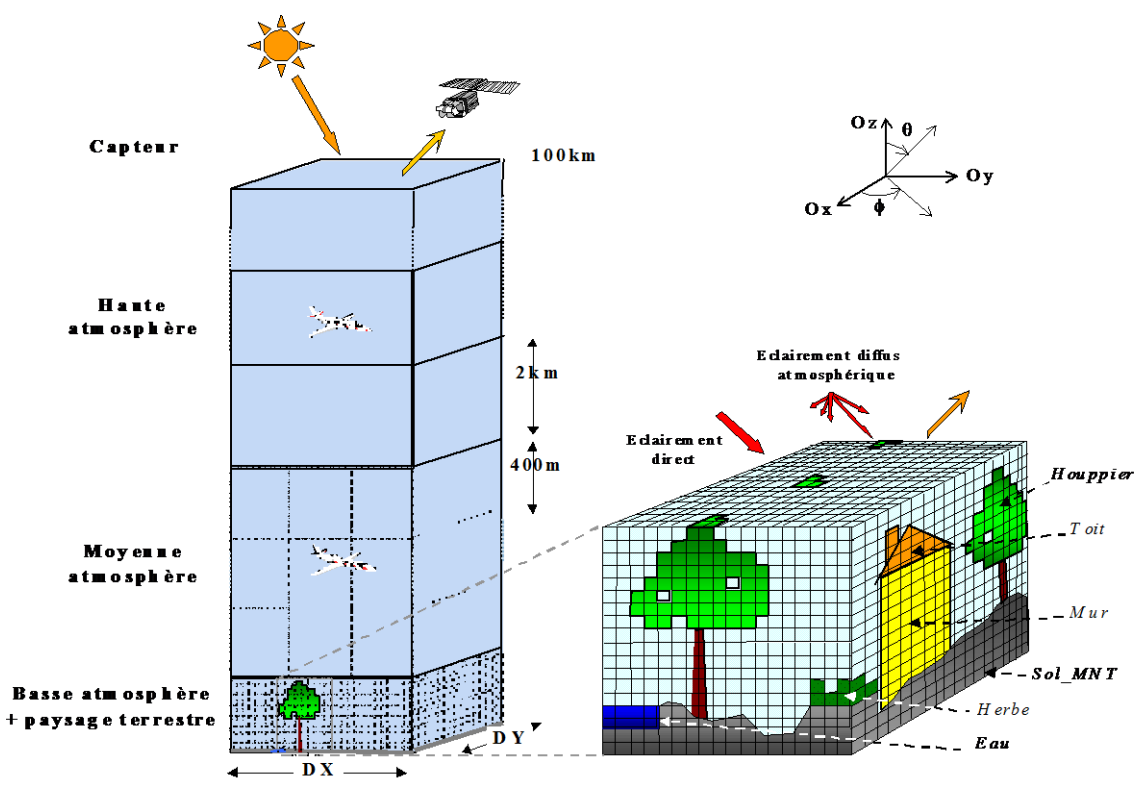


Figure 146: Représentation schématique du système "Paysage terrestre - Atmosphère".

La simulation de paysages naturels implique en général de simuler de grandes scènes, avec de fortes contraintes pour les conditions aux limites du paysage simulé. L'approche de Kimes et Kirchner (1982) permet de réduire le problème "informatique" associé : le T-R

est simulé dans une scène qui est la juxtaposition infinie du paysage réellement simulé (Figure 147) : les rayons ne sont suivis que dans la maquette, mais tout rayon qui sort par un côté de celle-ci rentre par le côté opposé, avec la même direction.

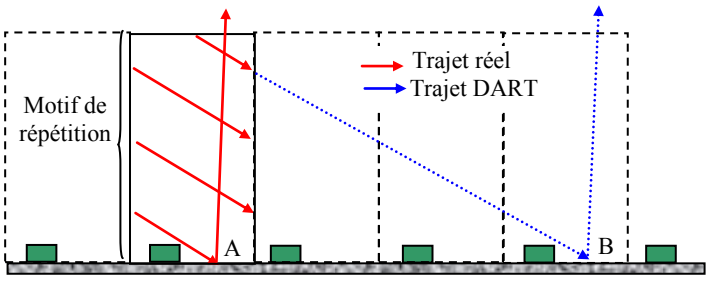


Figure 147: Suivi de rayons dans un paysage infini répétitif (Gascon, 2001). Trajet réel et trajet simulé dans la maquette DART. Les points A et B sont équivalents.

* ***Types de paysages***

DART opère sur des paysages naturels et urbains avec ou sans atmosphère et relief. La végétation (*e.g.*, houppiers d'arbres et parcelles agricoles) peut être simulée en tant que juxtaposition de cellules remplies de matière turbide : gaz d'éléments foliaires plans de petite dimension ($d_f << \Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) avec une distribution spatiale qui suit la loi de Poisson, avec une densité volumique u_f, une distribution angulaire des normales (LAD) et des propriétés optiques. La matière turbide donne lieu à des diffusions de volume. La végétation, comme les éléments urbains (*i.e.* murs et toits de maisons) et les troncs d'arbres, peut aussi être simulée par la juxtaposition d'éléments plans (*i.e.* triangles, parallélogrammes) translucides caractérisés par des propriétés optiques (réflectance ρ, transmittances directe et diffuse τ), une orientation et des dimensions spécifiques. Les éléments plans engendrent des diffusions de surface.

L'atmosphère (Figure 146) est modélisée par la superposition de 3 matrices de cellules "air" :

a) Haute atmosphère HA : couches $\{\Delta X_{HA}=DX, \Delta Y_{HA}=DY, \Delta Z_{HA}\}$ superposées.

b) Moyenne atmosphère MA: matrice de cellules $\{\Delta X_{MA}, \Delta Y_{MA}, \Delta Z_{MA}\}$ entre BA et HA.

c) Basse atmosphère BA : cellules "air" au niveau du paysage terrestre, *i.e.* comprises entre le sol et l'altitude maximale du paysage. $\Delta X_{BA} = \Delta X$, $\Delta Y_{BA} = \Delta Y$ et $\Delta Z_{BA} = \Delta Z$.

Des profils verticaux de coefficients d'extinction, d'absorption et de diffusion des aérosols et gaz définissent les propriétés optiques atmosphériques (Gascon, 2001). Ils sont calculés à partir des profils des gaz et aérosols atmosphériques prédéfinis ou fournis par l'opérateur.

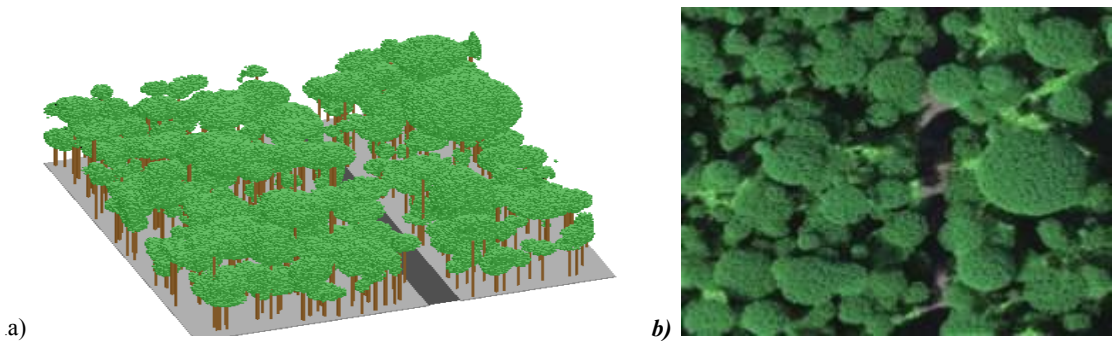
La création des scènes (*i.e.*, parcelles agricoles, villes,…) est décrite dans le manuel de DART (http://www.cesbio.ups-tlse.fr/dart/license/). Seul, le mode de création des arbres est décrit ici.

* ***Modélisation des arbres***

- *Distribution spatiale des arbres*

  - *Option 1 : Lieu et dimensions exacts stockés dans un fichier texte.* Les caractéristiques de chaque arbre sont fixées : espèce (*j*), position (x,y), hauteurs du tronc et diamètres sous et à l'intérieur du houppier, dimensions et forme du houppier.
  - *Option 2 : Lieu exact et dimensions aléatoires*. Des variables gaussiennes définissent les paramètres structuraux. Un fichier stocke la position (x,y) de chaque arbre.

- *Option 3 : Lieu et dimensions aléatoires*. Pour toute espèce (*j*), les dimensions du tronc et de la couronne ainsi que la probabilité d'occurrence aux nœuds d'une grille sont des variables gaussiennes {moyenne, σ}.

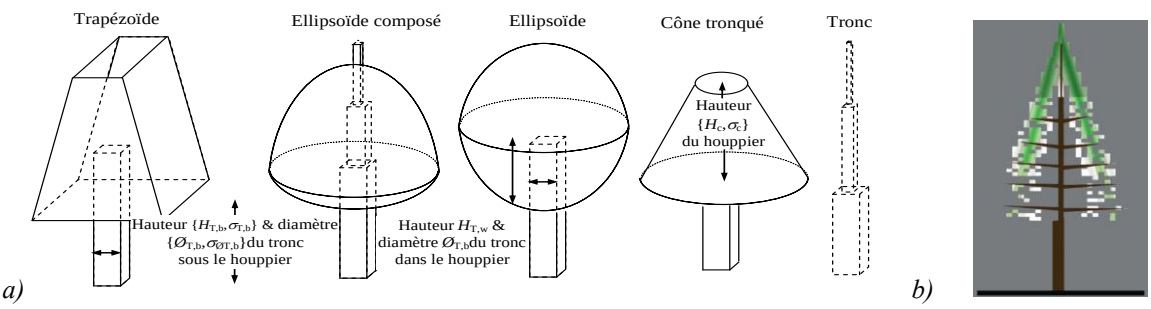


a) b)

Figure 148: a) Simulation de forêt. b) Image DART. θ_v=0°, θ_s=30°. 100x100 cellules.

- *Architecture des arbres*

Tout arbre comprend un tronc et une couronne constituée d'un ou plusieurs niveaux de hauteur variable pour représenter la distribution verticale de l'indice foliaire (LAI). Le tronc sous et dans le houppier a un diamètre $Ø$(z) et des propriétés optiques spécifiques. 5 formes (ellipsoïde, cône, trapézoïde,…) de houppiers sont pré définies (Figure 149). Les éléments (brindilles, feuilles, trous, *etc*.) des houppiers peuvent être distribués horizontalement pour simuler l'agrégation et différentes zones de défoliation. Les branches issues du tronc sont simulées comme des objets 3-D de forme pyramidale.



a) b)

Figure 149 : a) Formes schématiques 3-D de troncs et de houppiers. b) Maquette d'arbre.

DART peut simuler tout type de paysage urbain / naturel (Figure 150, Figure 151, Figure 152).

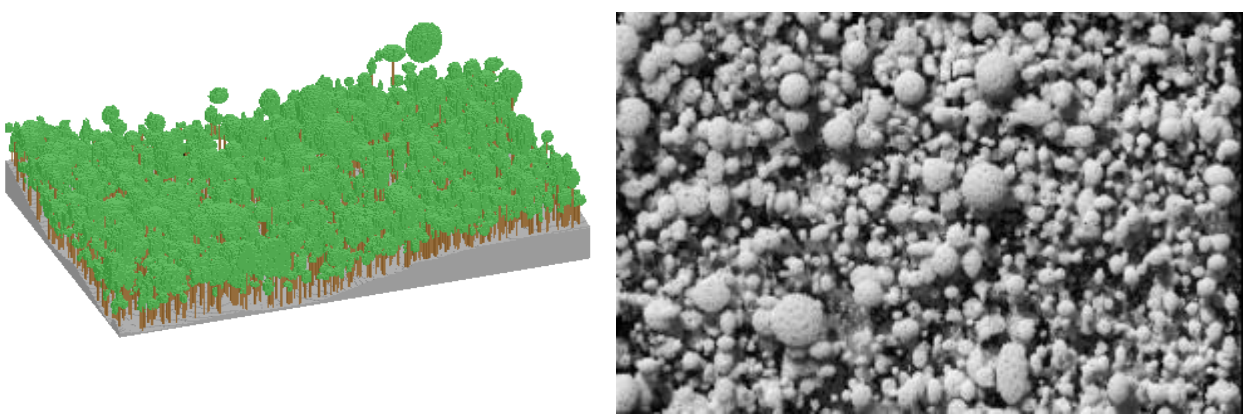


Figure 150 : a) Maquette de forêt tropicale. b) Simulation DART d'image de télédétection.

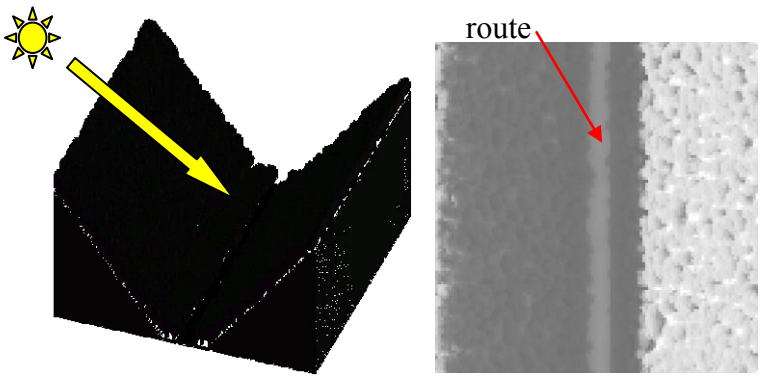


Figure 151 : a) Maquette de vallée. b) Simulation DART d'image de télédétection.

Simulation réalisée dans le cadre de la préparation du système Pléiades du CNES.



Figure 152 : Image DART du quartier St Sernin de Toulouse (France). Composition colorée de 3 simulations DART dans le bleu, le vert et le rouge.

* *Modélisation du transfert radiatif*

DART a 3 modes de fonctionnement, pour toute longueur d'onde $\lambda \in [0.3\mu m\ 50\mu m]$.

- *Mode (R):* réflectances. La seule source de rayonnement est le soleil.
- *Mode (T):* températures de brillance. Les sources sont {paysage terrestre + atmosphère}.
- *Mode (T+R):* températures de brillance. Les sources d'énergie sont {paysage terrestre + atmosphère + soleil}. Ce mode est bien adapté au domaine spectral [3µm - 5µm].

Chaque mode peut être réalisé avec transfert radiatif atmosphérique, ou avec un éclairement atmosphérique qui peut être isotrope ($SKYL_\lambda$) ou anisotrope ($L_{BOA,\lambda}(\Omega)$).

Quelques informations générales sont données ci-dessous pour le mode (R).

a) Illumination

Deux sources d'illumination sont simulées : l'illumination solaire directe et l'illumination atmosphérique. Cette dernière peut être anisotrope, ce qui est le cas dans la réalité. La forte valeur du rayonnement atmosphérique pour des conditions atmosphériques normales, *i.e.* en général 5 à 40% du rayonnement total (Dave, 1978), souligne l'intérêt de bien simuler l'éclairement atmosphérique.

- *Eclairement solaire direct* : toute cellule "vide" de la couche horizontale située juste au-dessus de la plus haute couche de la scène émet un vecteur puissance $W(\Omega_n)$, exprimé en watts, qui représente le rayonnement solaire direct selon la direction (Ω_s) :

$$W(\Omega_s) = E_s(\Omega_s).|\mu_s|.\Delta x.\Delta y$$

où $E_s(\Omega_s)$ est la constante solaire au sommet de la scène.

- *Eclairement atmosphérique* : vecteurs puissance $W_a(\Omega_n) = L_a(\Omega_n).|\mu_n|.\Delta x.\Delta y.\Delta\Omega_n$

où $L_a(\Omega_n)$ est la luminance atmosphérique selon les directions descendantes (Ω_n), avec $n \in [1\ N']$. L'éclairement atmosphérique anisotrope est simulé à l'aide d'une distribution anisotrope de luminances $L_a(\Omega_n)$. Il peut être très anisotrope, selon les conditions atmosphériques. Il est important de prendre en compte cette anisotropie, car selon Goudrian (1988), elle peut davantage affecter la photosynthèse de couverts qu'un paramètre tel que le LAD. Grant *et al.* (1997) donne des expressions de la luminance atmosphérique normalisée de en fonction du type de ciel :

- ciel clair : $L_a(\Omega_n) = 0.0361.[6.3 + \frac{1+\cos^2\Psi_{sn}}{1-\cos\Psi_{sn}}].[1 - e^{-0.31\sec\theta_n}]$
- ciel voilé et nuages hauts (>300m) : $L_a(\Omega_n) = 0.149 + 0.084\theta_n + 1.305.e^{-2.5\Psi_{sn}}$
- ciel voilé et nuages bas (<300m) : $L_a(\Omega_n) = 0.080 + 0.058\theta_n + 0.652.e^{-2.1\Psi_{sn}}$
- ciel voilé avec soleil complètement masqué : $L_a(\Omega_n) = 0.441.\frac{1+4.6.\cos\Psi_{sn}}{1+4.6}$

L'éclairement de toute cellule située au sommet de la maquette est donc :

$$\frac{1}{\Delta x.\Delta y}.[W(\Omega_s) + \sum_{n=1}^{N'} W_a(\Omega_n)]$$

Tout vecteur source incident, selon une direction (Ω_n) avec $n \in [1\ \ N]$, sur une cellule i, avec $i \in [1\ I]$, est noté $W(0,\Omega_n)$. Le vecteur source transmis, après un trajet Δl_i dans la cellule i est noté $W(\Delta l_i,\Omega_n)$.

b) Propagation des rayons dans la maquette

Chaque rayon est suivi, au cours de son trajet dans la maquette, jusqu'à ce que son intensité devienne inférieure à un seuil pré-sélectionné ou qu'il sorte par le haut de la maquette. Dans ce dernier cas, le vecteur source est stocké en vue du calcul du FRD et des images directionnelles. Au cours de leur propagation dans la scène, les rayons interagissent avec les cellules. Les mécanismes d'interactions dépendent bien évidemment du type de cellule rencontrée : les rayons sont totalement transmis par les cellules vides, totalement interceptés par les cellules opaques comme le sol ou l'eau et partiellement transmis par les cellules comme le tronc ou les éléments foliaires. Le rayonnement intercepté par une cellule donne naissance à des mécanismes de diffusion et d'absorption. Ainsi, une cellule devient une source secondaire lorsqu'elle diffuse tout ou partie de l'énergie interceptée à une étape antérieure.

Toute simulation DART comprend une étape préliminaire "illumination du rayonnement solaire direct", suivie par plusieurs étapes itératives :

* *Illumination directe* : cette étape préliminaire correspond à l'illumination de la scène par le rayonnement solaire direct. Ce rayonnement est représenté par une couche de cellules émettrices au dessus de la maquette. Un rayon est émis selon la direction (Ω_s) par chaque cellule de cette couche. Les rayons solaires sont suivis dans la scène jusqu'à ce que leur énergie soit inférieure à un seuil T_1, choisi par l'opérateur. Les énergies interceptées par les cellules non vides sont systématiquement stockées en vue d'une phase ultérieure au cours de laquelle les cellules qui ont intercepté de l'énergie deviennent des sources de rayonnement. Cette phase initiale d'illumination directe, appelée itération d'ordre 0, s'arrête quand tous les rayons solaires se sont propagés.

* *Etapes itératives* : au cours de l'itération k, les seules sources de rayonnement sont les cellules ayant intercepté de l'énergie au cours de l'itération (k-1) précédente. Le processus de destockage de l'énergie accumulée dans les cellules démarre à partir des cellules du bas de la maquette. Le rayonnement issu de ces sources est suivi dans l'ensemble de la maquette, pour toutes les N directions de diffusion possibles, jusqu'à ce qu'il sorte par le haut de celle-ci ou qu'il devienne inférieur à un seuil T_2 pré-défini. Le rayonnement intercepté au cours de ces trajets est stocké en vue d'une diffusion ultérieure. L'opérateur a la possibilité de choisir une procédure accélératrice telle que cette "diffusion ultérieure" puisse se produire au cours de la même itération (k) si la cellule interceptrice est localisée dans la maquette après la cellule émettrice. Autrement, la diffusion se produit à l'itération (k+1) suivante. Le rayonnement qui sort de la maquette par les cellules du haut est enregistré à chaque itération.

L'itération d'ordre 1 est particulière : elle simule la diffusion du rayonnement solaire direct, puis l'éclairement atmosphérique, représenté par une couche de cellules émettrices selon des directions descendantes, situées au sommet de la maquette. La diffusion d'ordre 1 du rayonnement solaire intercepté lors de la phase préliminaire d'illumination solaire est traitée avec le maximum de précision, car elle est en général la composante principale du bilan radiatif. Pour cela, il est tenu compte du fait que tous les rayons solaires directs sont parallèles.

c) Rayonnements "diffus foliaire" et "non diffus foliaire"

Le modèle DART possède une particularité intéressante pour les études concernant la biochimie foliaire des couverts observés par télédétection. En effet, ce modèle distingue (1) le rayonnement qui n'a jamais interagi avec le mésophylle (rayonnement non diffus foliaire : W_{nf}) des feuilles du couvert arboré et (2) le rayonnement qui a interagi au moins une fois (rayonnement diffus foliaire : W_{df}) avec le mésophylle foliaire. Le rayonnement total est donc : $W_t = W_{nf} + W_{df}$. Le rayonnement non diffus foliaire provient uniquement d'interactions avec le sol, les troncs, l'eau, l'herbe ou avec la surface externe des feuilles (*i.e.,* réflexion spéculaire). De plus, le rayonnement polarisé $W_p(\Omega)$ qui a été diffusé une seule fois, *i.e.* diffusion d'ordre 1, est calculé. La séparation des flux W_{nf} et W_{df} est réalisée simplement en considérant que la fonction de phase de tout type j de cellules "feuille" est égale à la somme de deux termes : $T_{df}(j,\Omega_s,\Omega_v)$ et $T_{nf}(j,\Omega_s,\Omega_v)$, respectivement associés à la diffusion volumique et surfacique foliaire. La diffusion de surface est souvent simulée comme une simple réflectance de Fresnel, pondérée par un facteur correcteur K qui représente la rugosité de la surface foliaire. D'autre part, la polarisation d'ordre 1 est aussi simulée.

Tout rayonnement "DART" est donc représenté par un vecteur à trois composantes :

$$[W(\Omega), W_{nf}(\Omega), W_p(\Omega)] \qquad \text{où} \quad W(\Omega) = W_{df}(\Omega)+W_{nf}(\Omega)$$

Les trois composantes du vecteur $[W(\Omega), W_{nf}(\Omega), W_p(\Omega)]$ subissent des modifications qui dépendent du type des cellules qui interceptent ce vecteur.

La possibilité de distinguer les rayonnements ayant interagi ou non avec le mésophylle des feuilles du couvert arboré est très intéressante pour déterminer les conditions optimales d'acquisition des données spatiales spectrométriques en vue de l'étude de la composition biochimique des couverts.

d) Diffusions au sein des cellules feuilles

En raison de son importance, la modélisation des interactions survenant au sein des cellules "feuille" est résumée ci-dessous. L'accent est mis sur les diffusions d'ordre 1 et multiple. Il est considéré une cellule "feuille" (i) de type (j).

Dans le cas d'un vecteur source $W_{in}(\Omega_s)$ incident sur une cellule (i) selon une direction Ω_s, le rayonnement diffusé à l'intérieur de la cellule ($\mathbb{W}_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$) selon une direction de diffusion Ω_v compte tenu de la direction incidente Ω_s est :

$$\mathbb{W}_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = W_{int}(\Delta l_i,\Omega_s).T(j,\Omega_s, \Omega_v)$$

où $W_{int}(\Delta l_i,\Omega_s) = W_{in}(0,\Omega_s).[1 - T(\Delta l_i,\Omega_s)]$.

$T(j,\Omega_s,\Omega_v)$ est la fonction de transfert diffuse et $T(\Delta l_i,\Omega_s)$ est la fonction de transmittance.

Contrairement au modèle K-K, le flux qui sort de la cellule n'est pas $\mathbb{W}_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$, car $\mathbb{W}_1$ est en partie atténué et diffusé par les éléments foliaires avant de sortir de la cellule.

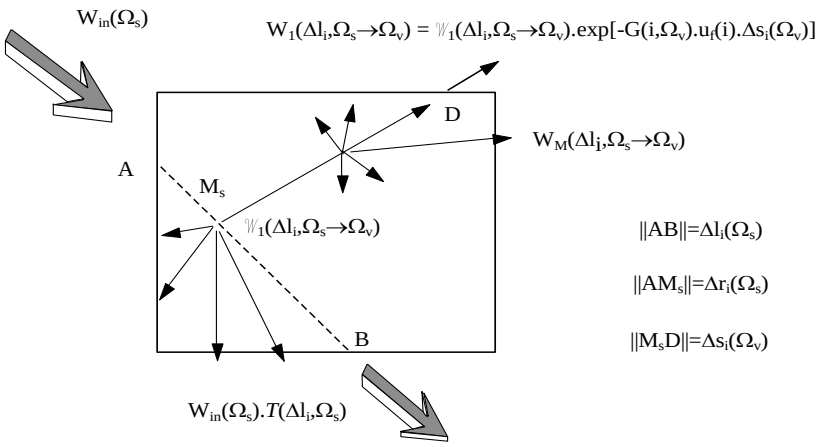


Figure 153 : Simulation des diffusions à l'intérieur d'une cellule "feuille".

* Diffusions d'ordre 1

De manière à simplifier le calcul des diffusions qui surviennent le long du trajet Δl_i (Figure 153) tout en conservant une bonne représentation de la diffusion totale, l'ensemble des diffusions d'ordre 1 dues à la propagation du flux incident le long du trajet Δl_i à l'intérieur de la cellule est modélisé comme une diffusion provenant de 2 points situés sur le trajet Δl_i : un point pour les directions montantes et un point pour les directions descendantes. La position de ces points, appelés (M_s), est telle qu'ils assurent une modélisation DART parfaite pour les milieux turbides horizontalement homogènes.

En appelant $\Delta s_i(\Omega_v)$ la longueur de propagation depuis (M_s) de l'onde diffusée selon la direction (Ω_v), la puissance diffusée d'ordre 1 selon (Ω_v) par la cellule i est :

$$W_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = \mathbb{W}_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) \,.\, \exp[-G(j,\Omega_v).u_f(i).\Delta s_i(\Omega_v)]$$

La puissance totale d'ordre 1 diffusée par la cellule est donc :

$$W_1(\Delta l_i,\Omega_s) = \int_{4\pi} \mathbb{W}_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v).\exp[-G(j,\Omega_v).u_f(i).\Delta s_i(\Omega_v)].d\Omega_v$$

Le fait que plusieurs rayons sont incidents sur les cellules implique l'existence de nombreux points (M_s). Ce problème est résolu en considérant les barycentres de ces points. En fait, il est considéré 2 barycentres par face de cellule, et par secteur angulaire incident (Gastellu-Etchegorry *et al.*, 2004). A l'itération 0, en mode (R), il n'y a qu'un seul secteur angulaire.

* Diffusions multiples

La somme des énergies interceptées $\mathbb{W}_{1,int}(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ sur les N chemins $\Delta s_i(\Omega_v)$, où $v\in[1\ N]$, au cours de la diffusion simple donne lieu à des diffusions multiples à l'intérieur de la cellule.

$$\mathbb{W}_{1,int}(\Delta l_i,\Omega_s)= \sum_{v=1}^{N} [\mathbb{W}_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)-W_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)]$$

L'interception $\mathbb{W}_{1,int}(\Delta l_i,\Omega_s)$ induit des diffusions multiples $W_{dM}(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ dont la somme $W_M(\Delta l_i,\Omega_s)$ selon les directions de diffusion est calculée par la série géométrique :

$$W_M(\Delta l_i,\Omega_s) = \mathbb{W}_{1,int}(\Delta l_i,\Omega_s).\{\omega_j.<T_i> + \omega_j.<T_i>.[\omega_j - \omega_j.<T_i>] + \omega_j.<T_i>.[\omega_j - \omega_j.<T_i>]^2 + ...\}$$

$$\Rightarrow\ W_M(\Delta l_i,\Omega_s) \approx [\frac{\omega_j.<T_i>}{1 - \omega_j.[1 - <T_i>]}].\mathbb{W}_{1,int}(\Delta l_i,\Omega_s)$$

ω_j est le coefficient moyen de diffusion pour du rayonnement diffus, dans la cellule (i) de type (j). Si le coefficient de diffusion des éléments de la cellule i est bi-lambertien, avec pour réflectance et transmittance hémisphérique ρ_j et τ_j alors : $\omega_j = \rho_{dj} + \tau_{dj}$.

$<T_i>$ est la moyenne des transmittances $T(\Delta s_i,\Omega_v)$, où $v\in[1\ N]$, entre le centre et les faces de la cellule (i).

De plus la puissance diffusée selon (Ω_v) est supposée proportionnelle à la transmittance de la cellule selon le trajet $(\Delta s_i(\Omega_v))$ depuis le point M_s, à la section efficace foliaire selon (Ω_v) et à la diffusion totale $W_M(\Delta l_i,\Omega_s)$ et à l'angle solide $\Delta\Omega_v$. Ainsi,

$$W_M(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = W_M(\Delta l_i,\Omega_s).\frac{e^{-G(j,\Omega_v).u_f(i).\Delta s_i(\Omega_v)}.\sum_{s=1}^{N}\int_{2\pi}|\Omega_s.\Omega_f|.\frac{g_f(j,\Omega_f)}{2\pi}.f_j(\Omega_s\rightarrow\Omega_v,\Omega_f).d\Omega_f.\Delta\Omega_s.\Delta\Omega_v}{\sum_{v=1}^{N} e^{-G(j,\Omega_v).u_f(i).\Delta s_i(\Omega_v)}.\sum_{s=1}^{N}\int_{2\pi}|\Omega_s.\Omega_f|.\frac{g_f(j,\Omega_f)}{2\pi}.f_j(\Omega_s\rightarrow\Omega_v,\Omega_f).d\Omega_f.\Delta\Omega_s.\Delta\Omega_v}$$

En utilisant le terme $TG(j,\Omega_v) = \sum_{s=1}^{N} T(j,\Omega_s,\Omega_v).\ln[T(j,\Omega_s)].\Delta\Omega_s$, pré-calculé dans DART, on a :

$$W_{dM}(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = W_M(\Delta l_i,\Omega_s).\frac{T(\Delta s_i,\Omega_v).TG(j,\Omega_v)}{\sum_{v=1}^{N} T(\Delta s_i,\Omega_v).TG(j,\Omega_v)]}$$

La puissance totale diffusée selon la direction (Ω_v), due au flux incident $W_{in}(\Omega_s)$, est donc :

$$W(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = W_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) + W_M(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$$

Chaque cellule peut être éclairée par $\mathbb{n}$ différents rayons se propageant selon la même direction (Ω_s). La puissance diffusée totale $W(i,\Omega_v)$ issue d'une cellule (i) est donc :

$$W(i,\Omega_v) = \sum_{n=1}^{\mathbb{n}} W(\Delta l_i(n),\Omega_s(n)\rightarrow\Omega_v) \qquad \text{avec } n\in[1\ \mathbb{n}]$$

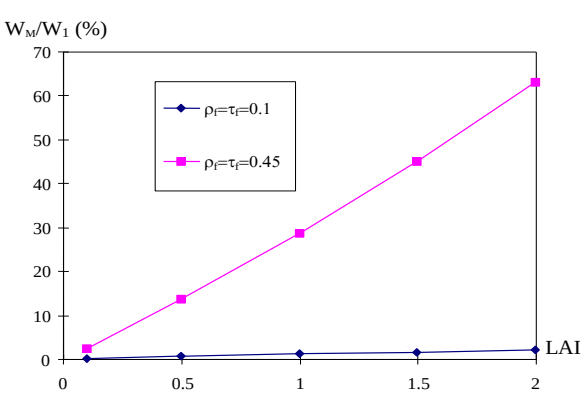


Figure 154 : Rapport "$W_M(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)/W_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$" d'une cellule "feuille" en fonction du LAI dans la cellule. Deux cas sont considérés : ω_d=0.9 and ω_d=0.2. Le LAD est sphérique et la réflexion spéculaire est négligée.

La Figure 154 montre l'importance relative des diffusions d'ordre 1, $W_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$, et multiple, $W_M(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ d'une cellule "feuille", en fonction du LAI de la cellule. La réflexion spéculaire est négligée. Le LAD est sphérique. Deux cas sont considérés : visible (ω_j=0.2, $\rho_d=\tau_d$=0.1) et proche infrarouge (ω_j=0.9, $\rho_d=\tau_d$=0.45). Il apparaît que $W_M(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ est d'autant plus important par rapport à $W_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ si le LAI et l'albédo foliaire ω_j sont forts. Ainsi, pour ω_j=0.9 et LAI=2, $W_M(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ vaut 63% de $W_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$. Cette forte valeur du rapport "$W_M(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ / $W_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$" souligne le fait que les diffusions multiples jouent un rôle très important et ne doivent donc pas être négligées, comme c'est le cas dans le modèle K-K (1982).

e) Rétrodiffusion (hot spot)

Les dimensions finies des éléments foliaires sont responsables d'un pic de diffusion dans la direction de rétrodiffusion, c'est-à-dire dans la direction opposée à la direction d'illumination de la scène. Ce phénomène est appelé "hot-spot" dans la terminologie américaine. Dans le modèle DART, ce phénomène est modélisé avec l'approche de Kuusk (1985). Une adaptation a été réalisée pour tenir compte du fait que les cellules ne sont pas des milieux plans infinis. Ainsi, le coefficient d'extinction du flux diffusé $W_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ dans la cellule i à partir du point milieu (M_s) et à la distance $\delta s_i(\Omega_v)$ de ce point, n'est plus $u_f(i).G(i,\Omega_v)$ mais :

$$\alpha(\Omega_s,\Omega_v,\delta s_i) = u_f(i).G(j,\Omega_v).\left[1 - \sqrt{\frac{G(j,\Omega_s).\mu_v}{G(j,\Omega_v).|\mu_s|}}.\exp\left[-\frac{\Delta(\Omega_s,\Omega_v)}{s_f}.\delta s_i(\Omega_v).\mu_v\right]\right]$$

où $\Delta(\Omega_s,\Omega_v) = \sqrt{\frac{1}{\mu_v^2}+\frac{1}{\mu_s^2}-\frac{2.\cos\alpha}{|\mu_s.\mu_v|}}$, $\cos\alpha=-\Omega_s.\Omega_v$ et s_f est la dimension foliaire.

L'atténuation de $W_1(\Delta l_i,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ le long du trajet $\Delta s_i(\Omega_v)$ est : $\exp\left[-\int_{\Delta s_i(\Omega_v)}\alpha(\Omega_s,\Omega_v,r).dr\right]$

Le hot spot n'est simulé que pour l'éclairement solaire direct. Un intérêt de sa mesure spatiale est de renseigner sur la structure (taille, forme, densité, orientation et distribution spatiale des éléments foliaires) du couvert (Wenhan et Yuequin, 1994).

f) Sorties du modèle DART

Pour chaque itération, DART calcule les facteurs de réflectance bidirectionnelle pour toute cellule de la couche supérieure, à partir du calcul du vecteur puissance $W_{out}(z=\Delta Z,\Omega_v)$ qui sort de chaque cellule de la couche supérieure dans la direction (Ω_v) :

$$R(\Omega_v) = \frac{\pi.\ W_{out}(z=H,\Omega_v)}{\mu_v.\Delta\Omega_v}.\frac{1}{W_s(z=H,\Omega_s) + \sum_{n=1}^{N} W_a(z=H,\Omega_n)}$$

où (Ω_v) : direction d'observation d'angles zénithaux θ_v et azimutaux ϕ_v; $\mu_v=\cos\theta_v$.

$\frac{1}{\Delta x.\Delta y}.[W_s(z=H,\Omega_s) + \sum_{n=1}^{N} W_a(z=H,\Omega_n)]$: éclairement total de la maquette,

$\frac{1}{\Delta x.\Delta y}.\frac{W_{out}(z=H,\Omega_v)}{\mu_v.\Delta\Omega_v}$: luminance d'une cellule selon la direction (Ω_v).

g) Devenir de DART

DART a été récemment professionnalisé par la société Magellium, avec le soutien du CNES. Ses plus récentes améliorations sont l'insertion de

- modèle foliaire PROSPECT (Jacquemoud et Baret, 1990),
- modèle de création / ré-échantillonnage des MNT
- module qui lance un jeu de simulations avec des paramètres d'entrée variables.
- module de création de LUT (table de réflectance / température spectrales simulées).
- module d'inversion d'images de télédétection (Gastellu-Etchegorry *et al.*, 2003).

Les développements majeurs en cours concernent la modélisation Lidar, l'inversion d'images de télédétection spatiale, le couplage avec des modèles 3D de représentation réaliste de cultures (*e.g.*, blé, maïs,...) et l'amélioration de l'IHM.

DART constitue désormais pour le domaine de la télédétection optique un modèle de référence efficace, robuste et facile à utiliser. Il est de plus en plus utilisé par les centres qui développent et utilisent la télédétection spatiale : NASA (Etats Unis), ESA (Europe), etc. L'Université Paul Sabatier le distribue gratuitement pour des applications scientifiques (CNES, NASA, ESA, Universités de Wageningen, etc.).

Références "Modélisation du transfert radiatif et Inversion de modèles"

Goel N.S. et Thompson R.L., 1984, Inversion of vegetation canopy reflectance models for estimating agronomic variables. V. Estimation of leaf area index and average leaf inclination angle using measured canopy reflectance, Remote Sensing of Environment, 15, 69–85.

Gong P., Wang D. X. et Liang S., 1999, Inverting a canopy reflectance model using a neural network, International Journal of Remote Sensing, 20(1), 111-122.

Haykin S., 1999, Neural networks: a comprehensive foundation, Prentice Hall, New Jersey.

Kimes D.S., Knyazikhin Y., Privette J. L., Abuelgasim A. and Gao F., 2000, Inversion methods for physically-based models", Remote Sensing Reviews, 18, 381-439.

Knyazikhin, Y., Martonchik J. V., Myneni R. B., Verstraete M. M., Pinty B., et Gorbron N., 1998, Estimation of vegetation of vegetation canopy leaf area index and fraction of absorbed photo synthetically active radiation from atmosphere-corrected MISR data, Journal of Geophysics Research, 103:32 239-32 256.

Kuusk A., 1991, Determination of vegetation canopy parameters from optical measurements, Remote Sensing of Environment, 37, 207–218.

Liang S. et Strahler A., 1993, Calculation of the angular radiance distribution for a coupled atmosphere and leaf canopy, IEEE transactions on Geosciences and Remote Sensing, 31, 491-502.

Pinty B., Gobron J.L., Widlowski J.L., Gerstl W., Verstrate M., Antunes M., Bacour C., Gascon F., Gastellu-Etchegorry et al., 2001, The radiation transfer model intercomparison (RAMI) exercice, Journal of Geophysical Research, Vol. 106, No. D11, June 16, 2001.

Pinty B., Widlowski J.L., Taberner M., Gobron J.L., Verstraete M.M., Disney F., Gascon F., Gastellu-Etchegorry et al., 2004, Radiation transfer model intercomparison (RAMI) exercice - Results from the second phase, Journal of Geophysical Research, Vol. 109, No D6, D06210.

Press W., S. Teukolsky, W. Vetterling, and B. Flannery, 1986, Numerical recipes, Cambridge University Press, New York.

Widlowski J.L., Robustelli M., Disney M., Gastellu-Etchegorry J.-P., Lavergne T., Lewis P., North P.R.J., Pinty B., Thompson R. et Verstraete M.M., 2008, The RAMI On-line Model Checker (ROMC): A web-based benchmarking facility for canopy reflectance models, Remote Sensing of Environment, 112:1144-1150.

Widlowski J.L., Taberner M., Pinty B., Gastellu-Etchegorry J.P., Martin E., et al., The third RAdiation transfer Model Intercomparison (RAMI) exercise, 2007, Journal of Geophysical Research, 112, D09111, doi: 10.1029/2006JD007821.

Annexe 1 : DISTRIBUTION ANGULAIRE FOLIAIRE

La Figure 155 résume les notations utilisées pour repérer les directions foliaires, incidentes et de diffusion. La fonction normalisée de distribution des normales foliaires $\frac{g_f(z,\Omega_f)}{2\pi}$ (sr^{-1}), souvent appelée LAD (Leaf Angle Distribution), est la probabilité que la normale à la surface foliaire supérieure soit dans l'angle solide unité autour de $\Omega_f(\theta_f,\phi_f)$. Vu que toute face foliaire supérieure est tournée vers l'hémisphère supérieur ($2\pi^+$), on a :

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\phi_f \int_0^1 g_f(z,\Omega_f).d\mu_f = 1$$

Il est parfois employé la fonction : $f_f(z,\Omega_f)=\frac{g_f(z,\Omega_f).\sin\theta_f}{2\pi}$ $(degré)^{-2}$ où $\int_0^{2\pi} d\phi_f \int_0^1 f_f(z,\Omega_f).d\theta_f = 1$

La valeur moyenne $g(\theta_f) = <g_f(z,\Omega_f)>_{\Phi_f} = \int_{2\pi} \frac{g(\theta_f,\Phi_f)}{2\pi}.d\Phi_f$ (rad^{-1}) est souvent utilisée, surtout si $\frac{g_f(z,\Omega_f)}{2\pi}$ est symétrique en azimut, ce qui est en général supposé. La fonction $g(\theta_f)$ est la fraction foliaire de direction selon $[\theta_f \quad \theta_f+d\theta_f]$. Elle est normalisée : $\int_{\pi/2} g(\theta_f).\sin\theta_f.d\theta_f=1$. Elle varie beaucoup avec le type de végétation. Il est souvent considéré 6 distributions types : planophile (plutôt horizontal), érectophile (plutôt vertical), plagiophile (surtout oblique), extrémophile (surtout non oblique), uniforme (densité constante par degré) et sphérique (densité constante / stéradian). Les principales fonctions analytiques qui représentent le LAD sont :

- $g(\theta_f) = A.\cos^m[\frac{\pi}{2}.\frac{\theta-\theta_o}{\theta_2-\theta_o}]$, où $\theta\in[\theta_1\ \theta_2]$ et $\theta_o\in[\theta_1\ \theta_2]$. θ_1 et θ_2 sont les bornes de la distribution foliaire, et θ_o est le centre de cette distribution.

- $g(\theta_f) = \frac{2}{\pi}.\frac{\Gamma(\mu+\nu)}{\Gamma(\mu).\Gamma(\nu)}.[1-\frac{2.\theta_f}{\pi}]^{\mu-1}.[\frac{2.\theta_f}{\pi}]^{\nu-1}.\frac{1}{\sin\theta_f}$, où μ et ν sont 2 paramètres et Γ est l'intégrale d'Euler du second ordre : $\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t}.t^{z-1}.dt \approx \sqrt{\frac{2\pi}{z}}.z^z.e^y$ et $y=\frac{1}{12z}-\frac{1}{360z^3}-z$. L'angle foliaire moyen (ALA : Average Leaf Angle. 1^{er} moment de θ_f) et le $2^{ème}$ moment ($<\theta_f^2>$) de θ_f sont :

$$ALA = \frac{\pi.\nu}{2.(\mu+\nu)} \quad \text{et} \quad <\theta_f^2> = \frac{\pi^2.\nu.(\nu+1)}{4.(\mu+\nu).(\mu+\nu+1)}$$

- $g(\theta_f) = \frac{a+b.\cos2\theta_f+c.\cos4\theta_f}{\sin\theta_f}$

- $g(\theta_f) = \frac{2.\delta^2.\sin\theta_f}{\Lambda.(\cos^2\theta_f+\delta^2.\sin\theta_f)}$ (Campbell, 1990) où δ est le rapport "axe horizontal / axe vertical" de l'ellipsoïde et la surface normalisée de l'ellipse est $\Lambda \approx \delta + 1.774.(\delta+1.182)^{-0.733}$. Cette distribution est dite ellipsoïdale. Pour un LAD sphérique, $\delta = 1$. Il est parfois utilisé les expressions semi empiriques suivantes :

  * $\delta = [\frac{ALA}{9.65}]^{-1/1.65} - 3$ (Campbell, 1990)

  * $ALA = \frac{1}{0.0066\,\delta + 0.0107}$ si $\delta < 1$ et $ALA = \frac{1}{0.0103\,\delta + 0.0053}$ si $\delta > 1$ (Wang et Jarvis, 1988)

  * $\delta = \exp[-1.6184.e^{-5}.ALA^3 + 2.1145.e^{-3}.ALA^2 - 1.239.e^{-1}.ALA + 3.2491]$

- $g(\theta_f) = \frac{B_g}{\sqrt{1-\varepsilon^2.\cos^2(\theta_f-\theta_m)}}$ (Kuusk, 1995) où B_g est un facteur de normalisation et ε est l'excentricité d'un ellipsoïde (petit axe a, grand axe b) : $\varepsilon = \sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}$ avec $\varepsilon = \sqrt{1-\delta^2}$ ou $\varepsilon = \sqrt{1+\delta^2}$ selon le cas. Cette distribution "elliptique" généralise la distribution ellipsoïdale avec l'angle modal d'inclinaison des axes de l'ellipse θ_m.

La proportion de surface foliaire efficace (*i.e.*, normale à Ω) par unité de longueur selon (Ω) est notée :

$$G(r,\Omega) = \frac{1}{2\pi}.\int_0^{2\pi} d\phi_f \int_0^1 g_f(r,\Omega_f).|\Omega.\Omega_f|.d\mu_f \qquad \text{(sans dimension)}$$

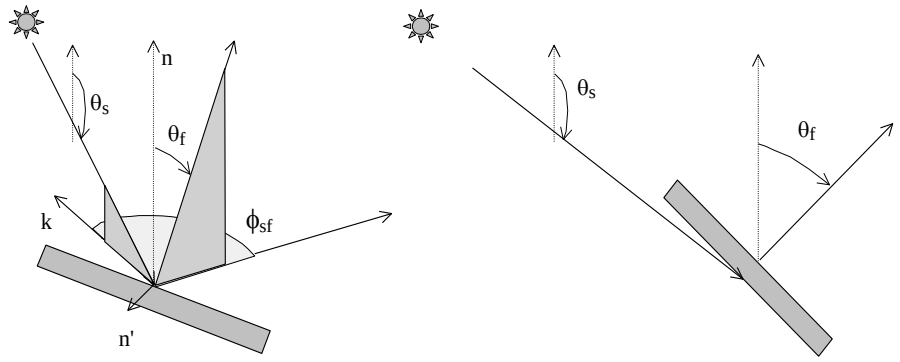


Figure 155 : *Notations concernant les directions foliaires, incidentes et de diffusion.*

$\bar{n}$ est la direction de la normale à la canopée, $\bar{k}$ est la direction de la perpendiculaire à n et selon l'azimut solaire et $\bar{n}'$ est la direction de la perpendiculaire à n et k.

θ_f, ϕ_f : zénith et azimut de la direction foliaire (Ω_f). $\theta_f \in [0\ \pi/2[$ et $\phi_f \in [0\ 2\pi[$,

θ_s, ϕ_s : zénith et azimut de la direction incidente (*e.g.* direction solaire $\bar{\Omega}_s$: $\theta_s \in [\pi/2\ \pi[$ et $\phi_s \in [0\ 2\pi[$),

θ_v, ϕ_v : zénith et azimut de la direction de diffusion (*e.g.* observation $\bar{\Omega}_v$: $\theta_v \in [0\ \pi/2[$ et $\phi_v \in [0\ 2\pi[$). $\phi_{sv} = |\phi_s - \phi_v|$. Si l'origine en azimut est prise selon la direction solaire alors : $\phi_{sv}=\phi_v$

Seule la surface foliaire supérieure est éclairée si $(\theta_s - \theta_f) > \pi/2$, alors que la surface foliaire inférieure peut être éclairée pour certaines valeurs de ϕ_{sf} si $(\theta_s - \theta_f) < \pi/2$.

Dans $(\bar{n}, \bar{k}, \bar{n}')$: $\bar{\Omega}_f = (\cos\theta_f\ \ \sin\theta_f.\cos\phi_f\ \ \sin\theta_f.\sin\phi_f)$, $\bar{\Omega}_s = (\cos\theta_s\ \ \sin\theta_s\ 0)$ et $\bar{\Omega}_v = (\cos\theta_v\ \ \sin\theta_v.\cos\phi_v\ \ \sin\theta_v.\sin\phi_v)$

Type de couvert	θ_o, θ_1, θ_2, m, A	μ	ν	$g(\theta_f)$	ALA	$\langle\theta_f^2\rangle$	$G(z,\Omega_s)$
Planophile (surtout horizontal)	$\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 0, 2, \frac{4}{\pi.\sin\theta_f}$	2.77	1.172	$\frac{2(1+\cos2\theta_f)}{\pi.\sin\theta_f}$	26.76	1058.60	$G(z,\Omega_s)$
Erectophile (surtout vertical)	$0, 0, \frac{\pi}{2}, 2, \frac{4}{\pi.\sin\theta_f}$	1.172	2.770	$\frac{2(1-\cos2\theta_f)}{\pi.\sin\theta_f}$	63.24	4341.40	$G(z,\Omega_s)$
Plagiophile (surtout oblique)	$\frac{\pi}{4}, 0, 0, 2, \frac{4}{\pi.\sin\theta_f}$	3.326	3.326	$\frac{2(1-\cos4\theta_f)}{\pi.\sin\theta_f}$	45.00	2289.65	$G(z,\Omega_s)$
Extrémophile (surtout vert. + horiz.)	$0, 0, \frac{\pi}{4}, 2, \frac{4}{\pi.\sin\theta_f}$	0.433	0.433	$\frac{2(1+\cos4\theta_f)}{\pi.\sin\theta_f}$	45.00	3110.35	$G(z,\Omega_s)$
Uniforme (densité cste /degré)	$0, 0, \frac{\pi}{2}, 0, \frac{1}{\sin\theta_f}$	1.000	1.000	$\frac{2}{\pi.\sin\theta_f}$	45.00	2700.00	$G(z,\Omega_s)$
Sphérique (densité cste /sr)	-, -, -, 0, 1	1.101	1.930	1	57.3	3747.63	0.5
Horizontal				$\delta(0)$	0	0	$\cos\theta_s$
Vertical				$\delta(\frac{\pi}{2})$	$\frac{\pi}{2}$	$(\frac{\pi}{2})^2$	$\frac{2}{\pi}.\sin\theta_s$

Tableau 2 : *Distributions angulaires foliaires $g(\theta_f)$.*

Les colonnes 2 à 5 décrivent les fonctions $g(\theta_f)$ associées à 6 distributions types (Col. 1) : paramètres de $g(\theta_f)=A.\cos^m[\frac{\pi}{2}.\frac{\theta-\theta_o}{\theta_2-\theta_o}]$ (Col. 2) et $g(\theta_f)=\frac{2}{\pi}.\frac{\Gamma(\mu+\nu)}{\Gamma(\mu).\Gamma(\nu)}.[1-\frac{2.\theta_f}{\pi}]^{\mu-1}.[\frac{2.\theta_f}{\pi}]^{\nu-1}.\frac{1}{\sin\theta_f}$ (Col. 3 et 4), et expressions $g(\theta_f)=\frac{a+b.\cos2\theta_f+c.\cos4\theta_f}{\sin\theta_f}$ (Col. 5). $G(z,\theta_s,\Phi_s)$ est le facteur géométrique du couvert. En fait, le LAD de certains végétaux varie durant la journée du fait de l'héliotropisme (les plantes orientent leurs feuilles selon la direction solaire), du vent, etc.

Annexe 2 : FONCTION DE PHASE SPECULAIRE

- **Luminance spéculaire d'un élément de volume**

Soit un élément de volume $dV=S(\Omega_v).dr(\Omega_v)$ du couvert orienté selon (Ω_v). Il reçoit la puissance $dW(dV,\Omega_s)$ incidente selon (Ω_s) et il diffuse selon $(\Omega_v,\Delta\Omega_v)$ la puissance spéculaire $dW(dV,\Omega_s\rightarrow\Omega_v,\Delta\Omega_v)$. La fonction de phase spéculaire de dV est :

$$\frac{P(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)}{4\pi}.\Delta\Omega_v = C.\frac{dW(dV,\Omega_s\rightarrow\Omega_v,\Delta\Omega_v)}{dW(dV,\Omega_s)} \quad \text{où C est une constante telle que } \int_{4\pi}\frac{P(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)}{4\pi}.d\Omega_v=1$$

La puissance reçue par dV, soumis à une luminance $L'(\Omega_s)$ est : $dW(dV,\Omega_s) = S_{eff}(dV,\Omega_s).L'(\Omega_s).\Delta\Omega_s$

où $S_{eff}(dV,\Omega_s)$ est la surface efficace du volume dV selon la direction (Ω_s).

La luminance "spéculaire" d'une feuille (Ω_f) dans dV est : $L_s(\Omega_v^*) = K(\kappa,\Psi_{fs}).R^2(n,\Psi_{fs}).L'(\Omega_s).\delta(\Omega_v,\Omega_v^*)$

La puissance spéculaire totale réfléchie selon $(\Omega_v,\Delta\Omega_v)$ par tous les éléments foliaires de dV est :

$$dW(dV,\Omega_s\rightarrow\Omega_v,\Delta\Omega_v) = [dW_s \;\; dW_p]^T = u_f.dV.\frac{g_f(\ell,\Omega_f^*)}{2\pi}.\Delta\Omega_f.K(\kappa,\Psi_{fs}^*).[R^2(n,\Psi_{fs}^*)].L'(\Omega_s).|\Omega_s.\Omega_f^*|.\Delta\Omega_s$$

où $[R^2(n,\Psi_{fs}^*)] = [R_s^2(n,\Psi_{fs}^*) \;\; R_p^2(n,\Psi_{fs}^*)]^T$

La fonction de phase spéculaire de dV est donc :

$$\frac{P(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)}{4\pi} = C.\frac{u_f.dV}{S_{eff}(dV,\Omega_s)}.\frac{g_f(\ell,\Omega_f^*)}{2\pi}.K(\kappa,\Psi_{fs}^*).[R^2(n,\Psi_s^*)].|\Omega_s.\Omega_f^*|.\frac{\Delta\Omega_f.\Delta\Omega_v}{\Delta\Omega_s.\Delta\Omega_v}$$

Sachant que $\Delta\Omega_f^* = \frac{\Delta\Omega_s + (\Delta\theta_v.\Delta\Phi.\sin\theta') + (\Delta\theta_s.\Delta\Phi.\sin\theta) + \Delta\Omega_v}{4.|\Omega_v.\Omega_f^*|}$, on a :

$$\frac{P(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)}{4\pi} = C.\frac{u_f.dV}{S_{eff}(dV,\Omega_s)}.\frac{g_f(\ell,\Omega_f^*)}{8\pi}.K(\kappa,\Psi_{fs}^*).[R^2(n,\Psi_{fs}^*)].[1+\frac{\sin\theta}{\sin\theta'}].[1+\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta'}]$$

Si $\Delta\Omega_v=0$ alors : $\frac{P(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)}{4\pi} = C.\frac{u_f.dV}{S_{eff}(dV,\Omega_s)}.\frac{g_f(\ell,\Omega_f^*)}{8\pi}.K(\kappa,\Psi_{fs}^*).[R^2(n,\Psi_{fs}^*)]$

- **Luminance spéculaire d'ordre 1 d'un couvert turbide homogène**

La puissance spéculaire issue d'un élément de surface $S(\Omega_v)$ en haut du couvert qui est éclairé par $E(0,\Omega_s) = L'(0,\Omega_s).\Delta\Omega_s$ est égale à l'intégration de $dW(dV,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$ du bas (z=-H) au sommet (z=0):

$$W_{s,1}(0,\Omega_s\rightarrow\Omega_v,\Delta\Omega_v) = \int_{l(\Omega_v)} p'(dV,\Omega_s).p(dV,\Omega_v).u_f.dV.\frac{g_f(\ell,\Omega_f^*)}{2\pi}.\Delta\Omega_f.K(\kappa,\Psi_{fs}^*).[R^2(n,\Psi_{fs}^*)].E(0,\Omega_s).|\Omega_s.\Omega_f^*|$$

où $p'(dV,\Omega_s)$: probabilité qu'un photon incident selon (Ω_s) sur le couvert éclaire dV.

$p(dV,\Omega_v)$: probabilité qu'un photon sortant selon (Ω_v) de dV émerge au sommet du couvert.

Par définition, la luminance spéculaire d'ordre 1 du couvert est : $L_{s,1}(0,\Omega_v) = \frac{W(0,\Omega_s\rightarrow\Omega_v,\Delta\Omega_v)}{S(\Omega_v).\Delta\Omega_v}$

Dans le cas d'un couvert infini homogène (LAD=cst) éclairé par une source collimatée ($\Delta\Omega_s\approx0$) :

$$p'(dV,\Omega_s) = \exp[\frac{1}{\mu_s}.\int_{2\pi}\frac{g(\Omega_f)}{2\pi}.|\Omega_s.\Omega_f|.\int_z^0 u_f(z').dz'.d\Omega_f] = \exp[\frac{G(\mu_s)}{\mu_s}.\int_z^0 u_f(z').dz'] \qquad \mu_s<0$$

$$p(dV,\Omega_v) = \exp[-\frac{1}{\mu_v}.\int_{2\pi}\frac{g(\Omega_f)}{2\pi}.|\Omega_v.\Omega_f|.\int_z^0 u_f(z').dz'.d\Omega_f] = \exp[-\frac{G(\mu_v)}{\mu_v}.\int_z^0 u_f(z').dz'] \qquad \mu_v>0$$

Sachant que pour un volume dV orienté selon Ω_v : $\frac{u_f.dV}{S(\Omega_v)} = \frac{dLAI}{\cos\theta_v} = \frac{u_f(z).dz}{\cos\theta_v}$, on a :

$$L_{s,1}(0,\Omega_v) = \frac{g_f(\Omega_f^*)}{2\pi}.\frac{1}{4\mu_v}.K(\kappa,\Psi_{fs}).[R^2(n,\Psi_{fs})].E(0,\Omega_s).\int_{-H}^{0}\exp[-(\frac{G(\mu_v)}{\mu_v}-\frac{G(\mu_s)}{\mu_s}).\int_{z}^{0}u_f(z').dz'].u_f(z).dz$$

$$L_{s,1}(0,\Omega_v) = \frac{g_f(\Omega_f^*)}{2\pi}.\frac{1}{4\mu_v}.K(\kappa,\Psi_{fs}).[R^2(n,\Psi_{fs})].\frac{E(0,\Omega_s)}{\frac{G(\mu_v)}{\mu_v}-\frac{G(\mu_s)}{\mu_s}}.\{1 - \exp[-(\frac{G(\mu_v)}{\mu_v}-\frac{G(\mu_s)}{\mu_s}).LAI]\}$$

Avec une distribution angulaire foliaire sphérique ($g_f(\ell,\Omega_f^*)=1 \Rightarrow G(\mu_v)=G(\mu_s)=0.5$) et LAI>>1 :

$$R_{s,1}(\Omega_s,\Omega_v) = \frac{\pi.L_s(0,\Omega_v)}{E(0,\Omega_s).|\mu_s|} \approx \frac{1}{4}.\frac{K(\kappa,\Psi_{fs}^*).[R^2(n,\Psi_{fs}^*)]}{\mu_v - \mu_s}$$

- **Fonction de phase "totale"**

En un point où le LAI cumulé est ℓ la fonction $\Gamma(\ell,\Omega_s\rightarrow\Omega_v,\Omega_f)$ a donc 2 composantes :

$$\frac{\Gamma}{\pi}(\ell,\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = \frac{\Gamma_d}{\pi}(\ell,\Omega_s\rightarrow\Omega_v,\Omega_f) + \frac{\Gamma_s}{\pi}(\ell,\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v)$$

L'expression de la puissance spéculaire $dW_s(dV,\Omega_s\rightarrow\Omega_v,\Delta\Omega_v)$ diffusée par dV implique :

$$\frac{\Gamma_s}{\pi}(\ell,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = \frac{1}{2\pi}.\int_{2\pi^+} g_f(\ell,\Omega_f).|\Omega_s.\Omega_f|.K(\kappa,\Psi_{fs}).R^2(n,\Psi_{fs}).\delta(\Omega_v.\Omega_v^*).d\Omega_f$$

$$= \frac{1}{8\pi}.\int_{4\pi} g_f(\ell,\Omega_f).K(\kappa,\Psi_{fs}).R^2(n,\Psi_{fs}).\delta(\Omega_v.\Omega_v^*).d\Omega_v^* \qquad (\text{si } \Delta\Omega_s = 0)$$

$$= \frac{1}{8\pi}.K(\kappa,\Psi_{fv}^*).R^2(n,\Psi_{fv}^*).g_f(\ell,\Omega_f^*) \quad (\cos\Psi_{fv}^* = |\Omega_f^*.\Omega_s|)$$

$$\frac{\Gamma_d}{\pi}(\ell,\Omega_f,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = \frac{1}{2\pi}.\int_{\Omega^+} g_f(\ell,\Omega_f).\tau_d(\Psi_{fs}).(\Omega_s.\Omega_f).(\Omega_f.\Omega_v).d\Omega_f - \frac{1}{2\pi}.\int_{\Omega^-} g_f(\ell,\Omega_f).\rho_d(\Psi_{fs}).(\Omega_s.\Omega_f).(\Omega_f.\Omega_v).d\Omega_f$$

où Ω^+ représente le demi espace tel que $(\Omega_s.\Omega_f).(\Omega_f.\Omega_v) > 0$.

Il apparaît que si $\rho_{dh}(\Psi_{fs})$ et $\tau_{dh}(\Psi_{fs})$ ne dépendent pas de l'angle Ψ_{fs} : $\frac{\Gamma(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)}{\pi} = \frac{\Gamma(\Omega_v\rightarrow\Omega_s)}{\pi}$.

Avec des feuilles lambertiennes (ρ_f, τ_f) identiques et un LAD sphérique ($g_f(r,\Omega_f) = 1\ \forall\Omega_f$) :

$$\omega_f(\Omega') = \omega_f\ \forall\Omega' \text{ et } P(r,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = \frac{8}{3\pi}.\frac{1}{\omega_f}.\{\tau_f.[(\pi-\Psi_{sv}).\cos(\Psi_{sv}) + \sin(\Psi_{sv})] + \rho_f.[-\Psi_{sv}.\cos(\Psi_{sv}) + \sin(\Psi_{sv})]\}$$

Si de plus $\tau_f = \rho_f$: $\frac{\Gamma(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)}{\pi} = \frac{\omega_f}{4\pi^2}.\int_{2\pi^+}|\Omega_s.\Omega_f|.|\Omega_f.\Omega_v|.d\Omega_f$ et $P(r,\Omega_s\rightarrow\Omega_v) = \frac{8}{3\pi}.[(\frac{\pi}{2}-\Psi_{sv}).\cos(\Psi_{sv}) + \sin(\Psi_{sv})]$

On a : $\int_{4\pi}\frac{\Gamma(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)}{\pi}.d\Omega_v = \Gamma_1(\ell,\Omega_s) + \Gamma_2(\ell,\Omega_s)$, avec

$$\Gamma_1(\ell,\Omega_s) = \frac{1}{2\pi}.\int_{2\pi^+} g_f(\ell,\Omega_f).|\Omega_s.\Omega_f|.[\rho_d(\Psi_{fs}) + \tau_d(\Psi_{fs})].d\Omega_f \text{ et } \Gamma_2(\ell,\Omega_s) = \frac{1}{2\pi}.\int_{2\pi^+} g_f(\ell,\Omega_f).|\Omega_s.\Omega_f|.K(\kappa,\Psi_{fs}).R^2(n,\Psi_{fs}).d\Omega_f$$

La fonction de transfert normalisée du couvert vérifie donc : $\frac{P}{4\pi}(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega) = \frac{1}{\pi\Gamma_1(\ell,\Omega') + \Gamma_2(\ell,\Omega')}\frac{\Gamma(\ell,\Omega'\rightarrow\Omega)}{}$

Avec des feuilles lambertiennes ($\rho_{dh}(\Psi_{fs}) = \rho_{dh}$, $\tau_{dh}(\Psi_{fs}) = \tau_{dh}$) : $\Gamma_1(\ell,\Omega_s) = [\rho_{dh} + \tau_{dh}].G(\Omega_s) = \omega_d.G(\Omega_s)$.

On ne peut écrire : $\int_{4\pi}\frac{\Gamma(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)}{\pi}.d\Omega_v = cste.G(\Omega_s)$ car $\Gamma_2(\ell,\Omega_s) \neq cste.G(\Omega_s)$.

MODELISATION DES MESURES DE TELEDETECTION

I GENERALITES

Les mesures de télédétection sont des luminances dites TOA (Top of the Atmosphere) au sommet de l'atmosphère. Elles sont éffectées par l'atmosphère. Les luminances au bas de l'atmosphère, au-dessus des surfaces terrestres, sont qualifiées de BOA (Bottom of the Atmosphere). Via son impact sur les luminances TOA, l'atmosphère affecte donc les informations dérivées des images acquises. C'est le cas de paramètres de surface comme le LAI (indice foliaire), le taux de couverture arboré ou le fAPAR (fraction de rayonnement photosynthétiquement actif). L'opération (*i.e.*, correction atmosphérique) qui transforme la mesure TOA en une mesure BOA est essentielle pour l'étude des surfaces terrestres.

Ce chapitre introduit le calcul de la luminance TOA montante L_{TOA}. L'atmosphère impacte L_{TOA} selon la quantité et les propriétés optiques des composants atmosphériques (*i.e.*, densité et sections efficaces d'absorption et de diffusion des gaz et aérosols). La très forte variabilité spectrale de l'absorption gazeuse complique le calcul des propriétés optiques atmosphériques. Pour cela, il est souvent supposé que les mécanismes d'absorption gazeuse sont découplés des autres mécanismes d'interaction (*e.g.*, diffusion des gaz et des aérosols, et absorption des aérosols), en général représentés par des fonctions continues de la longueur d'onde λ. Ainsi, la section efficace de diffusion varie en $\approx\lambda^{-4}$ pour les gaz (diffusion de Rayleigh), et en $\approx\lambda^{-\beta}$ pour les aérosols, avec $\beta \in [0\ \ 4[$, selon leur dimension. Les gaz à l'origine de la majeure partie de la diffusion atmosphérique sont les gaz les plus nombreux (*i.e.*, N_2, O_2). Dans le domaine optique, les 2 gaz absorbants majeurs sont CO_2 et H_2O. Ils interviennent surtout au-delà de 0.94μm, c'est à dire dans un domaine spectral où la diffusion gazeuse est négligeable, du moins par rapport à la diffusion des aérosols.

Le découplage "Absorption gazeuse - autres mécanismes" est justifié par la faible fraction du rayonnement qui est absorbé après avoir été diffusé, surtout dans les fenêtres atmosphériques (*i.e.*, bandes spectrales utilisées en télédétection spatiale de la Terre). Par suite, l'absorption gazeuse $A_g(\Omega_s,\Omega_v)$ sur le trajet "Soleil - Terre - Capteur" ne dépend que des absorptions $A_g(\Omega_s)$ et $A_g(\Omega_v)$ sur les trajets 'Ω_s: Soleil - Terre' et 'Ω_v: Terre - Capteur', de transmittance $T_g(\Omega_s)=1-A_g(\Omega_s)$ et $T_g(\Omega_v)=1-A_g(\Omega_v)$. La probabilité de non interception d'un photon à travers une épaisseur optique atmosphérique τ (diffusion gazeuse + interception des aérosols) selon une direction Ω (angle zénithal θ et azimutal Φ) est $T_g(\Omega).e^{-\tau/\cos\theta}$.

II REFLECTANCE ATMOSPHERIQUE ET MODELES ATMOSPHERIQUES

II.1 Réflectance atmosphérique

La réflectance atmosphérique est $\rho_a(\Omega_s\Omega_v)=\dfrac{\pi.L_{a,\lambda}(\Omega_v)}{E_s.\mu_s}$, où $L_{a,\lambda}(\Omega_v)$ est la luminance due à l'atmosphère, sans interaction avec la Terre. Elle correspond à la somme de rayons diffusés plusieurs fois. Pour plus de clarté, la référence à la longueur d'onde λ est omise ci-dessous.

Considérons l'interaction d'une couche atmosphérique horizontale d'épaisseur optique $d\tau$ avec des rayons déjà diffusés (i-1) fois. Elle affecte tout rayon selon (Ω), déjà diffusé i fois :

$$\mu.\frac{dL_i(\tau,\Omega)}{d\tau}=L_i(\tau,\mu,\phi)-\{\frac{\omega}{4\pi}.P(\Omega_s\rightarrow\Omega).e^{-\tau/\mu_s}.E_s\}.\delta_{io}-\frac{\omega}{4\pi}.\int_0^{2\pi+1}\int_{-1}P(\Omega'\rightarrow\Omega).L_{i-1}(\Omega',\tau).d\mu'.d\phi' \quad (\delta_{io}=0 \text{ si } i\neq 0)$$

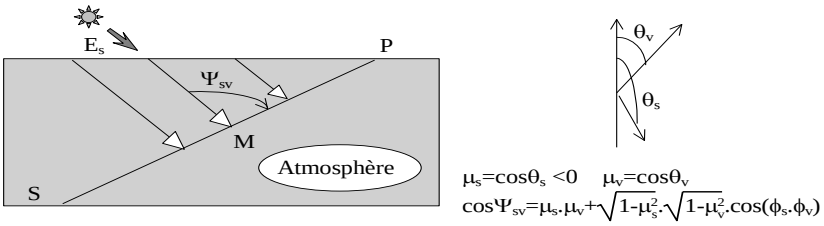


Figure 156 : Transfert radiatif atmosphérique.

$L_a(\Omega_v)$ est calculée comme l'addition des différents ordres de diffusion : $L_a(P,\Omega)=\Sigma_i\, L_i(P,\Omega)$

$L_1(P,\Omega)$: luminance en P selon la direction Ω due aux photons "solaires" ayant subi une seule diffusion. Cette diffusion s'est nécessairement produite le long du trajet SP.

$$L_1(P,\Omega) = \int_S^P T(M,P).[\frac{\alpha_d^m.P_m(z,\Psi_{sv}) + \alpha_d^p.P_p(z,\Psi_{sv})}{4\pi}] \,.\, T(\infty,M).E_s.dM$$

T(M,P) est le coefficient de transmittance (diffusion + absorption) entre M et P. Les fonctions de phase $P_m(z,\Psi_{sv})$ et $P_p(z,\Psi_{sv})$ sont supposées ne dépendre que de l'altitude z et de l'angle de phase Ψ_{sv}. $\frac{P(\Omega_s\rightarrow\Omega_v).E_s}{4\pi}$ est homogène à une luminance.

L'intégrale peut être calculée avec les 2ers termes du développement de $P(\Psi)$ en une somme de polynômes de Legendre: $P(\Omega_s\rightarrow\Omega)\approx 1+P_1.\cos\Psi$, où Ψ est l'angle de diffusion

où $\cos\Psi=\bar{\Omega}_s.\bar{\Omega}$ et $P_1=\frac{3}{2}.\int_0^\pi P(\Omega_s\rightarrow\Omega).\cos\Psi.d\cos\Psi$ ($P_1=3g$, où g = facteur d'asymétrie)

$L_2(P,\Omega)$: luminance en P selon la direction Ω due à des photons "solaires" ayant subi 2 diffusions. La deuxième diffusion s'est nécessairement produite le long du trajet SP.

$$L_2(P,\Omega) = \int_S^P T(M,P).[\int \frac{\alpha_d^m.P_m(z,\Psi') + \alpha_d^p.P_p(z,\Psi')}{4\pi} \,.\, L_1(M,\Omega').d\Omega'].dM$$

Cette approche est utile si la série $L_i(P,\Omega)$ converge vite. C'est le cas si $\lambda>850$nm, où le rayonnement diffus est surtout du aux diffusions d'ordre 1 et 2 (*i.e.*, faible épaisseur optique), En négligeant l'absorption gazeuse, la luminance TOA d'ordre 1 est :

$$L_1^a(\theta_v,\phi_v)=\int_{sol}^{\infty} e^{\tau(z).[-1/\mu v+1/\mu s]}.[\frac{\alpha_d^m.P_m(\Psi_{sv},z)+\alpha_d^p.P_p(\Psi_{sv},z)}{4\pi}].E_s.\frac{dz}{\mu_v} \text{ où } \tau(z)=\tau(M,\infty)\ ;\ \tau(0)=\tau=\tau_p+\tau_m.$$

Les expressions des luminances réfléchies et transmises par une atmosphère gazeuse non absorbante sont données ci-dessous. Elles sont imprécises pour le mélange "gaz + aérosol", car les profils verticaux (*i.e.* facteurs d'échelle) des gaz et aérosols diffèrent beaucoup.

• <u>*Luminance et réflectance d'ordre 1 avec $P_m(\Psi_{sv},z)$ indépendant de z*</u>

$$L_1(\tau,\Omega)=\frac{E_s.\mu_s}{\mu-\mu_s}.[e^{[\frac{\tau_m}{\mu_s}-\frac{\tau_m}{\mu}]}-1].[\frac{P_m}{4\pi}(\Omega_s\rightarrow\Omega).\frac{\tau_m^d}{\tau_m}] \text{ et } \rho_1(\tau,\Omega)=\frac{\pi}{\mu-\mu_s}.[1-e^{[\frac{\tau_m}{\mu_s}-\frac{\tau_m}{\mu}]}].[\frac{P_m}{4\pi}(\Omega_s\rightarrow\Omega).\frac{\tau_m^d}{\tau_m}] \quad (\mu>0,\ \mu_s<0)$$

- Epaisseur optique infinie : $\rho_{a,1}(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)=\frac{\omega_m.P_m(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)}{4.(\mu-\mu_s)}$ où $\omega_m=\frac{\tau_m^d}{\tau_m}$

- Faible épaisseur optique ($[\frac{\tau_s}{\mu_s}-\frac{\tau_s}{\mu}]<<1$) : $\rho_{a,1}(\Omega_s\rightarrow\Omega)\approx\frac{\omega_m.\tau_m.P_m(\Omega_s\rightarrow\Omega_v)}{4.\mu.|\mu_s|}$

Pour le mélange "gaz + aérosols", il est souvent utilisé :

$$\rho_{a,1}(\Omega_s \to \Omega_v) \approx T_g(\Omega_s \to \Omega_v).\omega.\frac{P(\Omega_s \to \Omega_v,\zeta)}{4.\mu.|\mu_s|}.(\tau_m^d + \tau_p)$$

où $\omega = \frac{\tau_m^d + \tau_p^d}{\tau_m^d + \tau_p}$ $T_g(\Omega_s \to \Omega_v) = e^{[\frac{\tau_m^a}{\mu_s} - \frac{\tau_m^a}{\mu_v}]}$ $P(\Omega_s \to \Omega_v,\zeta) = \frac{\tau_d^m.P_m(\Psi_{sv},\zeta) + \tau_d^p.P_p(\Psi_{sv},\zeta)}{(\tau_d^m + \tau_d^p)}$ $\zeta \in [0 \propto [$

• *Luminance d'ordre 1 transmise avec $P_m(\Psi_{sv},z)$ indépendant de z*

$$L_1(\tau,\Omega) = \frac{E_s\,\mu_s}{\mu - \mu_s}.[e^{\frac{\tau_m}{\mu}} - e^{\frac{\tau_m}{\mu_s}}].[\omega_m.\frac{P_m}{4\pi}(\Omega_s \to \Omega_v)] \qquad (\mu \neq \mu_s \text{ avec } \mu \text{ et } \mu_s < 0)$$

$$L_1(\tau,\Omega) = \frac{E_s}{|\mu|}.e^{[\frac{\tau_m}{\mu}]}.[\omega_m.\tau_m.\frac{P_m}{4\pi}(\Omega_s \to \Omega_v)] \qquad (\mu = \mu_s < 0)$$

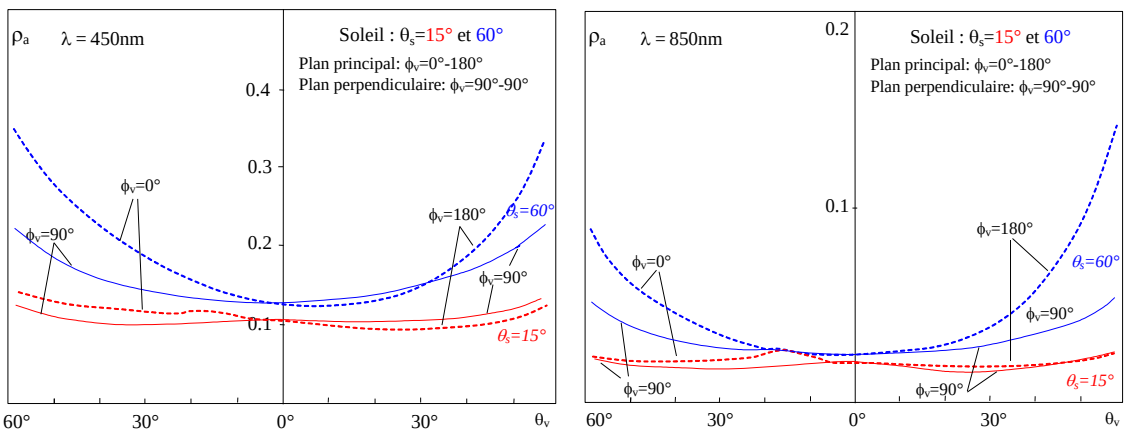


Figure 157: *Réflectance atmosphérique ρ_a. Plans principal et perpendiculaire solaires. 450nm et 850nm. 2 angles zénithaux solaires θ_s=15° et 60°. Visibilité = 23km. (Tanré, 1990).*

☞ Quel est le facteur de réflectance ρ_1 d'ordre 1 (*i.e.*, diffusion d'ordre 1) de "sol de réflectance ρ_{sol} + atmosphère d'épaisseur optique τ", pour des directions du soleil $\Omega_s(\theta_s,\Phi_s)$ et de visée $\Omega_v(\theta_v,\Phi_v)$? Donnez une expression analytique de ρ_1 si τ est faible.

☞ Expliquez les tendances de la réflectance atmosphérique $\rho_a(\Omega_v)$ de la Figure 157: "forme de bol" selon θ_v, "$\rho_{a,\theta s=60°} > \rho_{a,\theta s=15°}$", "$\rho_{a,VIS} > \rho_{a,PIR}$" et "$\rho_{a,\theta v,\Phi v=0°} > \rho_{a,\theta v,\Phi v=90°}$" et "pour θ_s = 60° : $\rho_{a,\theta v,\Phi v=180°,PIR} > \rho_{a,\theta v,\Phi v=0°,PIR}$ alors que $\rho_{a,\theta v,\Phi v=180°,VIS} < \rho_{a,\theta v,\Phi v=0°,VIS}$".

II.2 Modèles atmosphériques

Deux modèles atmosphériques sont présentés ici : MODTRAN (MODerate resolution TRANsmission) et 6S (Second Simulation of the Satellite Signal in the Solar Spectrum).

Modèle Modtran

Il est développé par le Centre "US Air Force Phillips Laboratory" depuis plus de 30 ans. Il succède à la famille de codes dite "LOWTRAN". Il calcule, pour tout point de l'atmosphère, la transmittance de tout trajet dans l'atmosphère, ainsi que les luminances dues à l'émission atmosphérique. Il tient compte des diffusions d'ordre 1 et multiple. Il calcule l'absorption moléculaire "continue", la diffusion moléculaire, l'absorption et la diffusion des aérosols, ainsi que l'absorption moléculaire à partir d'une décomposition (densité et largeur moyenne des raies) du spectre (0 à 50000cm^{-1}, soit λ>0.2µm) en intervalles de 1cm^{-1} pour chaque

gaz. Pour tout intervalle, la contribution des raies dont il contient les centres est modélisée séparément des raies centrées à l'extérieur de cet intervalle. L'absorption due aux raies centrées dans l'intervalle est calculée par intégration de la raie de Voigt. Du fait de la faible variation des températures terrestres, l'approximation de Curtis-Godson permet de simuler tout trajet dans l'atmosphère, à priori supposée "multi-couche", par un trajet moyen dans un milieu homogène "mono-couche". Les luminances sont calculées à partir des sources suivantes : émission atmosphérique intrinsèque, diffusion d'ordre 1 et plus du rayonnement solaire, et transmission solaire. La réfraction atmosphérique ainsi que la courbure de la Terre sont prises en compte. L'utilisateur peut définir différentes configurations géométriques : trajet horizontal, trajet oblique et trajet jusqu'au haut de l'atmosphère.

L'atmosphère est la superposition de 32 couches horizontales de 0 à 100km, avec 11 gaz définis en pression, température et concentration ($g/cm^2/km$) : 25 couches de 1km d'épaisseur de 0 à 25km, 5 couches de 5km d'épaisseur de 25km à 50km et 2 couches de 70 à 100km. Ces gaz sont l'eau (H_2O), l'ozone (O_3), le dioxyde de carbone (CO_2), le monoxyde de carbone (CO), le méthane (CH_4), les oxydes d'azote (N_2O, NO, NO_2), l'ammoniac (NH_3), l'oxygène (O_2) et le dioxyde de soufre (SO_2). En plus d'un profil d'atmosphère défini par l'opérateur, 6 atmosphères standard définies pour des conditions moyennes à différentes latitudes et saisons sont possibles : "Atmosphère US standard", "Modèle tropical : 15° Nord", "Eté - Latitude moyenne : 45° Nord, Juillet", "Hiver - Latitude moyenne : 45° Nord, Janvier", "Eté - Sub arctique : 60° Nord, Juillet", "Hiver - Sub arctique : 60° Nord, Janvier".

Les aérosols sont supposés être distribués dans 4 couches :

- couche limite ($z < 2km$). Les aérosols peuvent être très hétérogènes et composés d'aérosols de type rural, urbain et maritime.
- haute troposphère ($z \in [2km\ 10km]$). Les caractéristiques des aérosols sont beaucoup plus uniformes que dans la couche limite.
- basse stratosphère ($z \in [10km\ 30km]$). Les aérosols (sulfates, poussière volcanique, etc.) dépendent plus des saisons que du lieu géographique.
- stratosphère ($z \in [30km\ 100km]$). Les aérosols sont surtout de la poussière météorique.

Les aérosols ont une distribution spatiale donnée par des profils fournis par l'utilisateur. Leurs coefficients d'extinction et d'absorption sont calculés à partir de la théorie de Mie.

Modèle 6S

Comme Modtran, ce modèle calcule la luminance en tout point de l'atmosphère. Les surfaces terrestres sont diverses et peuvent être non lambertiennes. Le domaine spectral est [0.25μm 4μm]. Il est possible de spécifier différents types d'atmosphère gazeuse et d'aérosols. Le spectre solaire est divisé en intervalles de $10cm^{-1}$ à partir de la base de données HITRAN. Deux modèles aléatoires exponentiels de raies sont utilisées : le modèle de Goody (1964) pour H_2O et le modèle de Malkmus pour les autres gaz. L'atmosphère est divisée en 13 couches. L'échelle de hauteur est 8km pour les gaz et 2km pour les aérosols. La propagation du rayonnement est simulée avec la méthode des ordonnés discrètes : le flux descendant total est la somme d'un nombre fini (13) de flux directionnels descendants.

La transmittance atmosphérique est calculée à partir d'approximations issues de la méthode des 2 flux. La réflectance atmosphérique est calculée avec la méthode des ordres successifs de diffusion, ce qui fournit une précision meilleure que 10^{-4} en unité de réflectance.

III CONFIGURATIONS EXPERIMENTALES

III.1 Orbites des satellites

D'après les lois de Kepler, les satellites ont des orbites elliptiques (grand axe 2a, période T, foyer = Terre) qui vérifient la loi des aires : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4.\pi^2}{\mu}$ où μ est la constante gravitationnelle terrestre (398 600 km^3/s^2). En fait, les orbites sont surtout circulaires, avec une altitude h et une vitesse V quasi constantes : $V \approx \sqrt{\frac{\mu}{R_T + h}}$ où R_T est le rayon de la Terre.

• *Orbites géostationnaires*

Un satellite géostationnaire est est fixe par rapport à la Terre. Pour cela, son orbite doit être circulaire et sa vitesse doit être égale à la vitesse de rotation de la Terre sur elle-même. D'après les lois de Képler, le point survolé doit être sur l'équateur et le satellite à ≈36000 km d'altitude. Cette forte altitude limite la résolution spatiale des capteurs spatiaux.

Cette orbites est très utilisée pour les télécommunications (pointage constant d'une antenne depuis le sol), l'observation de la Terre et la météorologie où il est requis une vision quasi permanente d'une part de la Terre avec une résolution spatiale qui peut être faible. Ainsi, MétéoSat Seconde Génération "voit" un tiers de la Terre toutes les 15mn avec une résolution de 1km dans plusieurs bandes spectrales. Des capteurs géostationnaires à moyenne résolution (100 m) sont envisagés pour les applications "couleur de l'eau".

• *Orbites héliosynchrones*

Les satellites d'observation de la Terre ont souvent des orbites héliosynchrones : un satellite placé sur une telle orbite repasse au-dessus d'un point donné de la surface terrestre à la même heure solaire locale. Le plan de ces orbites tourne à la même vitesse que la Terre autour du soleil (*i.e.*, dérive du plan de l'orbite ≈ 0,9856°/jour, soit 360°/an) de façon à ce que l'angle entre le plan d'orbite et la direction du soleil demeure à peu près constant. Cette rotation est due à une perturbation d'orbite causée par le fait que la Terre n'est pas une sphère, mais est aplatie (6356km aux pôles et 6378km à l'équateur). Elle est fonction de l'altitude (≈ 600-1000km), de l'inclinaison i (≈ 98-100°) et de l'excentricité de l'orbite. L'orbite est en général circulaire. La condition d'héliosynchronisme s'écrit alors :

$$-9.97.\left[\frac{R_T}{R_T + h}\right]^{7/2}.\cos i = 0.985° \text{ / jour}$$

Le nombre n d'orbites par jour est rarement un entier : $n = \frac{24h}{T} = \frac{24h}{2\pi}.\sqrt{\frac{\mu}{(R_T + h)^3}}$.

Soit le cas où n est approché par n = m + p/q où m est entier et où p et q sont des entiers premiers entre eux avec p<q. Après q jours, le nombre de révolutions est donc m.q+p, si bien que le satellite repasse à la verticale du même point terrestre (q rotations de la Terre). L'orbite est alors dite phasée et son cycle de répétitivité est de q jours. Le satellite effectue en tout m.q + p traces au sol. L'ensemble de ces traces constitue la grille au sol du satellite. Ainsi, le satellite SPOT effectue en une journée 14 + 5/26 révolutions. Son cycle est donc de 26 jours et sa grille comporte 369 traces au sol différentes.

Il est souvent utile de connaître le nombre k de jours au bout desquels le satellite passe sur 2 traces adjacentes. Par exemple, ceci conditionne la répétitivité des mesures dans le cas de capteurs dont la fauchée est plus grande que la distance entre 2 traces adjacentes. On doit alors avoir : k.n = M ± 1, soit k.p = ±1 modulo q.

III.2 Constante solaire et position solaire

Le soleil peut être assimilé à une sphère de rayon R=695,000km à une distance moyenne de la Terre d_o=149.5 10^6km. La Terre décrit autour du Soleil, dans le plan dit de l'écliptique, une ellipse quasi circulaire (excentricité : e ≈ 1/60) dont le soleil est un foyer. L'axe de la rotation terrestre journalière fait un angle de 23°45' avec ce plan. L'intersection du plan de l'équateur avec le plan de l'écliptique définit la ligne des équinoxes. L'intersection de cette ligne avec l'orbite terrestre, lors de l'équinoxe de printemps, définit le point vernal γ qui est pris comme origine pour le calcul des angles définissant la position relative du soleil par rapport à la Terre. Un jour est le temps entre deux passages consécutifs du soleil au méridien d'un lieu : temps d'une rotation terrestre journalière (23h 56' 4") + 3'56" (2π/365.25). La Terre est de plus animée de mouvements complexes qui se superposent à ses 2 mouvements de rotation journalière et annuelle.

La constante solaire $E_s(\lambda)$ en haut de l'atmosphère varie avec le jour J (J=1 au 01/01 et J=2 au 01/02) comme le carré de la distance D "Terre - soleil" autour de la moyenne $E_{so}(\lambda)$=1368W.m^{-2}. D=0.983D_o au périhélie (03/01) et D=1.017D_o à l'aphélie (04/07). La déclinaison δ est nulle lors du solstice d'été (21-22/6) et du solstice d'hiver (21-22/12).

$$E_{sd}(\lambda) = E_{so}(\lambda).[\frac{D_o}{D}]^2 = E_{so}(\lambda).[1 + e.\cos(\frac{2\pi(J-3)}{365})]^{-2} \approx E_{so}(\lambda).[1 - 2.e.\cos(\frac{2\pi(J-3)}{365})]$$

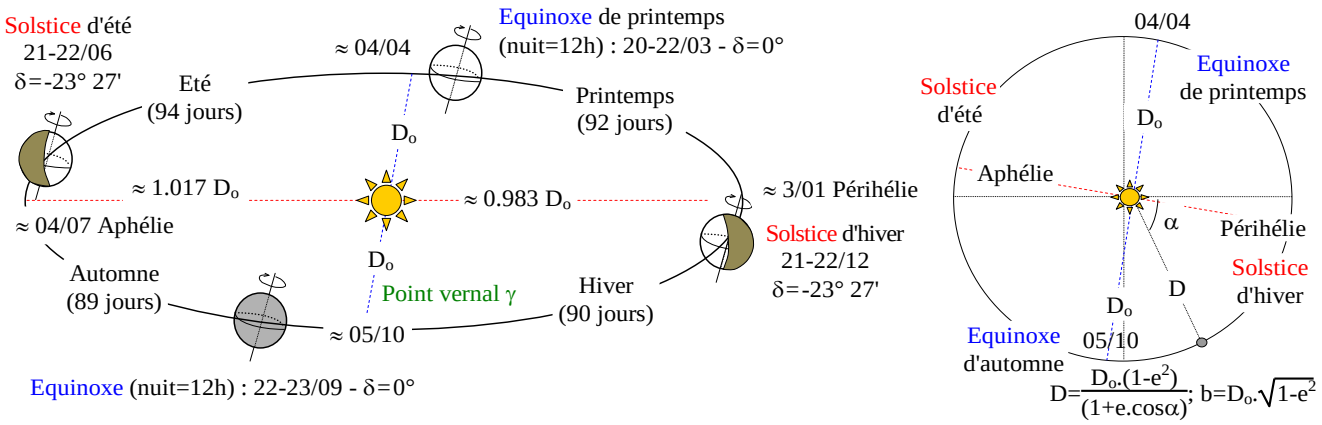


Figure 158 : Orbite elliptique de la Terre autour du soleil.
Excentricité e≈0.0167. Grand axe 2d_o. Petit axe 2b.

La direction solaire (Figure 159) dépend de la date et du lieu : latitude α, positive au Nord de l'équateur, et longitude β, positive à l'Est du méridien de Greenwich. Elle dépend donc du temps solaire vrai (ω), ou angle horaire, c'est-à-dire l'angle dièdre entre le plan du méridien de la direction du Soleil et le plan méridien local. ω est négatif le matin, nul au midi solaire (soleil au méridien) et positif le soir. Le temps solaire moyen est l'angle horaire que l'on aurait si le mouvement de la Terre était régulier. Le vrai temps solaire est:

$$\omega = \text{Temps solaire moyen} + \Delta\omega, \text{ où } \Delta\omega = 0.0412.\sin[\frac{4.\pi}{365}.(J-80)] - 0.032.\sin[\frac{2.\pi}{365}.(J-3)].$$

Le temps civil est le temps solaire moyen augmenté de 12h. Le Temps Universel (TU) est le temps civil du méridien de Greenwich (GMT). Le site www.esrl.noaa.gov/gmd/grad/solcalc/ donne la direction solaire de manière interactive avec une carte Googl map.

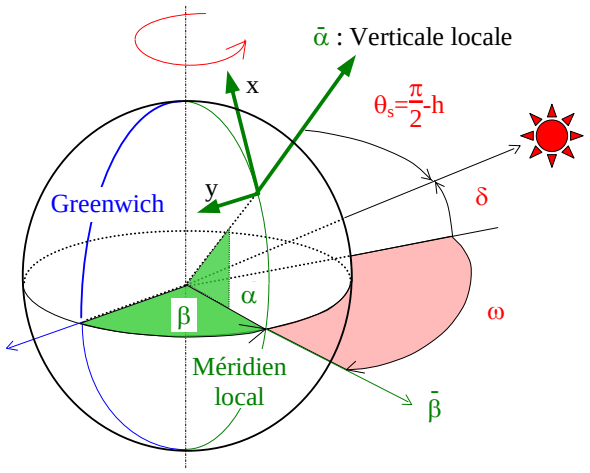


Figure 159 : Repère "Terre - Soleil"

- *Déclinaison solaire* : $\delta = 23°27' \frac{\pi}{180}.\sin[(J+284).\frac{2.\pi}{365}]$

  Arc "plan équatorial terrestre - soleil" orienté vers le Nord. δ_{max}=23°27' au solstice d'été (J≈171). δ_{min}=-23°27" au solstice d'hiver (J≈354). δ=0° aux équinoxes (J≈80 et 263).

- *Angle horaire* (degrés) : $\omega = \frac{360}{24}.(T-12) + \beta + \Delta\omega$

- *Zénith solaire* ↑ : $\theta_s^{\uparrow} = \cos^{-1}[\sin\delta.\sin\alpha + \cos\delta.\cos\alpha.\cos\omega]$

- *Azimut solaire vs.* le Nord: $A_s = \sin^{-1}[\frac{\cos\delta.\sin\omega}{\sin\theta_s^{\uparrow}}]$

  $A_s \in [0\ \ \pi]$ le matin ($\omega<0$) et $A_s \in [\pi\ \ 2\pi]$ le soir ($\omega>0$).

- *Temps du lever et coucher solaire* :

  $\theta_s^{\uparrow} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \cos\omega' = -\tan\delta.\tan\alpha \Rightarrow T' = \frac{24}{360}.[\omega' + 180 - \beta - \Delta\omega]$

La Figure 160 illustre comment calculer l'éclairement solaire moyen journalier, par exemple pour estimer l'activité photosynthétique journalière d'un couvert végétal.

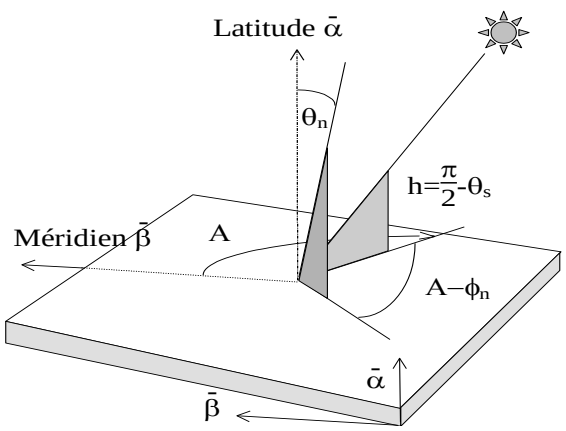


Figure 160 : Eclairement d'une surface de pente (θ_n,A_n)

Soleil (θ_s, A_s). La verticale locale est l'origine des angles θ_n et θ_s. Le méridien local est l'origine de A_s et A_n.

Eclairement $E(t) = E_s.[\cos\theta_s.\cos\theta_n + \sin\theta_s.\sin\theta_n.\cos(A_s - A_n)]$

Surface horizontale ($\theta_n=0$) $\Rightarrow$ $E_s.\cos\theta_s = E_s.\mu_s$

$$\langle E\rangle_{24h} = \frac{1}{86400}.\int_{T'}^{T''} E_s.\mu_s.dt = \int_{\omega'}^{\omega''} E_s.\mu_s.\frac{d\omega}{2\pi}$$

$$= \frac{E_s}{\pi}.[\omega'.\sin\delta.\sin\alpha + \cos\delta.\cos\alpha.\sin\omega']$$

IV REFLECTANCE APPARENTE D'UNE SURFACE TERRESTRE

La luminance mesurée par un capteur est due à plusieurs types d'interaction atmosphérique (Figure 161). Ici, l'atmosphère est supposée être un plan horizontal homogène d'épaisseur optique τ, dépourvu d'effet de polarisation, soumis à un éclairement $E_s.|\mu_s|$ spectral unidirectionnel de direction incidente $\Omega_s(\theta_s,\phi_s)$, où le zénith solaire θ_s est tel que $\mu_s=\cos\theta_s$.

(a) : <u>diffusion atmosphérique</u>, sans aucune interaction avec les surfaces terrestres.

(b+c) : <u>réflectance de la cible</u> (signal utile), sans prise en compte de l'environnement :

- éclairement direct (b): $E_{sol}^{direct} = \mu_s.\exp[\tau/\mu_s].E_s$, où e^{τ/μ_s} est le facteur de transmission direct.
- éclairement diffus (c): $E_{sol}^{diffus} = \mu_s.t_d(\theta_s).E_s$, où $t_d(\theta_s)$=transmittance diffuse du flux solaire E_s

  avec $E_{sol}^{diffus} = \int_{2\pi^-} \ell_a(\theta',\phi').\cos\theta'.d\Omega'$ où ℓ_a=rayonnement atmosphérique diffus descendant

  La transmittance diffuse $t_d(\theta_s)$ est le rapport "Eclairement diffus BOA" / "Eclairement solaire TOA selon (θ_s)". Vu que la transmittance d'un milieu ne dépend pas du sens selon lequel il est parcouru, $t_d(\theta_v)$ est égal à la transmittance diffuse "Eclairement TOA

montant selon (θ_v)" / "Emittance diffuse BOA montante". Ceci revient à considérer que la distribution angulaire de l'éclairement diffus BOA descendant, du à l'éclairement (E_s,θ_v), est égale à la distribution angulaire de l'émittance diffuse BOA montante qui engendre l'éclairement (E_s,θ_v) montant au sommet de l'atmosphère.

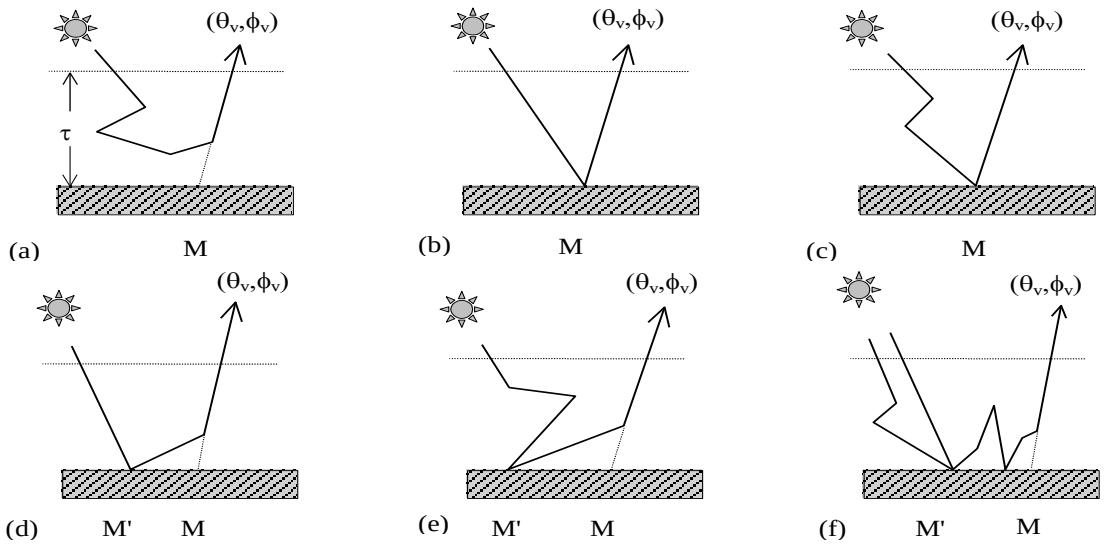


Figure 161 : Différents mécanismes d'interaction.

L'éclairement total est donc : $E_{sol}=E_{sol}^{direct}+E_{sol}^{diffus}=\mu_s.\{\exp[\tau/\mu_s]+t_d(\mu_s)\}.E_s$. Le facteur de transmission total (en l'absence de réflexion de la part de l'environnement de la cible) est :

$$T(\theta_s) = t_d(\theta_s) + e^{\tau/\mu_s} \qquad (\mu_s<0)$$

Pour une atmosphère gazeuse, le modèle 6S utilise : $T(\mu) = \dfrac{2+3|\mu| + (2-3|\mu|).e^{-\tau_m/|\mu|}}{4+3.\tau_m}$

Approximation : $T(\theta_s)\approx\dfrac{1}{1+b.|\tau/\mu|} \Leftrightarrow E^- = E_{sol}=\dfrac{|\mu_s|.E_s}{1+b.|\tau/\mu_s|}$ où $b=\dfrac{1-g}{2}$ et $g \approx \dfrac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} P(\Psi).\cos\Psi.\sin\Psi.d\Psi}{4}$

g: facteur d'asymétrie. b: facteur de rétrodiffusion $\Rightarrow$ b(molécule) ≈ 1/2 et b(aérosol) ≈ 1/6.

(d+e) : <u>réflexion de l'environnement</u>, éclairé de manière directe (d) et diffuse (e), de la cible.

(f) : <u>rétrodiffusion atmosphérique</u>. L'atmosphère intercepte une part du flux ascendant L(Ω') réfléchi par le sol, supposé ici lambertien. Il en résulte une luminance L(Ω) diffusée vers le bas qui "augmente" l'éclairement de la Terre. Le coefficient de rétrodiffusion atmosphérique, aussi appelé albédo sphérique, est :

$$s=\frac{\int_{2\pi^-} L_a(\Omega).\mu.d\Omega}{\int_{2\pi^+} L(\Omega').\mu'.d\Omega'}=\frac{1}{\pi.L(\Omega')}\int_{2\pi^-}\int_{2\pi^+}\frac{\rho_a}{\pi}(\Omega',\Omega).L(\Omega').\mu'.d\Omega'.\mu.d\Omega=\frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{1}\int_{-1}^{0}\rho_a^*(\mu',\mu,\psi).\mu'.\mu.d\mu'.d\mu.d\psi\approx\frac{2b.\tau}{1+2b.\tau}$$

$\rho_a^*(\mu',\mu,\Psi)$: facteur de réflectance directionnelle de l'atmosphère, où $\mu'>0$, $\mu<0$ et $\psi=(\phi-\phi')$.

L'éclairement total du sol est donc : $E_{sol}=\mu_s.E_s.T(\theta_s).[1+\rho_e.s+\rho_e^2.s^2+...]\approx\mu_s.E_s.\dfrac{T(\theta_s)}{1-\rho_e.s}$ si $\rho_e.s<1$

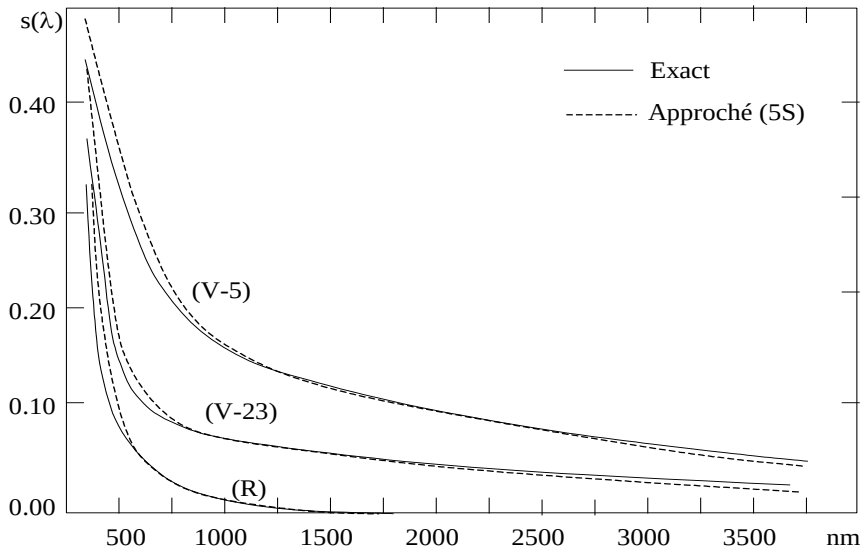


Figure 162 : *Albédo sphérique s(λ)*.
3 modèles atmosphériques : Rayleigh (R) et visibilité V = 23km et V = 5km.

ρ_e : réflectance moyenne pondérée des surfaces (x,y) autour du point (0,0) observé. La pondération $e(x,y,\theta_v)$ représente le fait que l'impact d'une surface à l'éclairement de la cible dépend de sa distance à celle-ci. Pour des surfaces lambertiennes $\rho(x,y)$:

$$\rho_e = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x,y).e(x,y,\theta_v).dx.dy$$

Pour une mesure au nadir : $\rho_e = \frac{1}{2\pi}.\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} \rho(r,\phi).e(r).dr.d\phi$, où (r,ϕ) sont les coordonnées polaires de toute surface. Le modèle 6S assimile le paysage à une cible circulaire de rayon r_c et de réflectance ρ_c dans un environnement de réflectance $<\rho>$. Dans ce cas :

$$\rho_e = \rho_c.F(r_c) + [1-F(r_c)].<\rho> \quad \text{avec } F(r) = \int_0^r e(r).dr$$

La fonction d'environnement F(r) vérifie : F(0)=0 et F(∞)=1. Elle dépend de la diffusion atmosphérique et donc des concentrations gazeuses et de la concentration et nature des aérosols. Pour des cibles non homogènes le modèle 6-S utilise :

$$F(r) = \frac{t_{dm}(\theta).F_m(r) + t_{dp}(\theta).F_p(r)}{t_{dm}(\theta) + t_{dp}(\theta)}$$

Pour un capteur satellite, les fonctions d'environnement moléculaire $F_m(r)$ et d'aérosols $F_p(r)$ d'une atmosphère moyenne peuvent être approchées par (Mc Clatchey *et al.*, 1971) :

$$F_m(r) \approx 1 - 0.93\ e^{-0.08\ r} - 0.07\ e^{-1.1\ r}$$

$$F_p(r) \approx 1 - 0.448\ e^{-0.27\ r} - 0.552\ e^{-2.83\ r}$$

En fait, $F_m(r)$ et $F_p(r)$ varient avec θ_v, en particulier pour θ_v>30°. Le modèle 6-S calcule $F_m(\theta,r)$ et $F_p(\theta,r)$ en pondérant ces fonctions avec un polynôme en cosθ.

Ces expressions de $F_m(r)$ et $F_p(r)$ sont invalides pour des capteurs aéroportés.

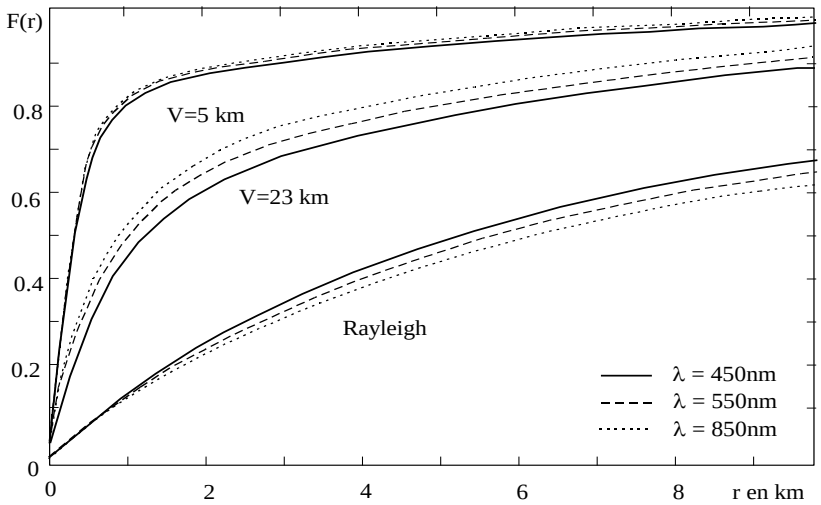


Figure 163 : *Fonction d'environnement* F(r).
Trois modèles atmosphériques (Rayleigh, V=23km, V=5km), à 450, 550 et 850nm.
La zone d'influence est de l'ordre de 1km pour les aérosols et de 10km pour les gaz.

L'expression précédente de E_{sol} est seulement valable si la réflectance (ρ) de la cible est égale à la réflectance de son voisinage (ρ_e), ou si la cible a une surface infiniment petite.

On a donc : $E_{sol} = E_{sol}^{direct} + E_{sol}^{diffus}$ + rétrodiffusion atmosphérique des ondes réfléchies par le sol.

$$\Rightarrow \qquad E_{sol} \approx |\mu_s|.E_s.\frac{T(\theta_s)}{1-\rho_e.s} \quad \text{(égalité parfaite si } \rho = \rho_e)$$

Selon la précision requise, la luminance $L^*(\theta_s,\theta_v,\phi_v)$ observée au dessus de l'atmosphère peut être supposée due à un seul des 3 mécanismes mentionnés ci-dessous :

- (b) : toute onde interceptée par l'atmosphère est absorbée (*i.e.*, pas de diffusion) et le voisinage de la cible est négligé (ρ_e=0). Seule la luminance "directe" est "vue".

$$L_\rho(\Omega_v) = \frac{\rho.\exp[-\tau/\mu_v].E_{sol}}{\pi} = \mu_s.E_s.T(\theta_s).\frac{\rho}{\pi}.e^{-\tau/\mu_V} \quad \text{avec} \quad T(\theta_s) = e^{\tau/\mu_s}$$

- (a+b+c) : tout rayon intercepté par l'atmosphère est absorbé et diffusé, et l'environnement de la cible est négligé (ρ_e=0). La luminance "vue" par le détecteur est :

$$L(\Omega_v) = L_\rho(\Omega_v) + L_a(\Omega_v) = \mu_s.E_s.T(\theta_s).\frac{\rho}{\pi}.e^{-\tau/\mu_V} + L_a(\Omega_v)$$

où $\quad L_a(\Omega_v) = \rho_a(\theta_s,\Omega_v).\dfrac{\mu_s.E_s}{\pi}$ Luminance atmosphérique intrinsèque

En première approximation : $\rho_a(\Omega_s,\Omega_v) = \dfrac{\pi.L_a(\Omega_v)}{\mu_s.E_s} \approx \dfrac{\tau^d.P(\Psi_{sv})}{4.\mu_s.\mu_v}$.

- (a+..+f) : toute onde interceptée est absorbée et diffusée, et la surface terrestre est lambertienne (ρ_e). La luminance "vue" par le détecteur est

$$L^*(\Omega_v) = L_\rho(\Omega_v) + L_a(\Omega_v) + L_e(\Omega_v)$$

où $\quad L_e(\Omega_v) = \dfrac{\rho_e}{\pi}.t_d(\mu_v).\mu_s.E_s.\dfrac{T(\theta_s)}{(1-\rho_e.s)}$ (luminance due à l'environnement de la cible)

$$L_\rho(\Omega_v) = \mu_s.E_s.\frac{T(\theta_s)}{1-\rho_e.s}.\frac{\rho}{\pi}.e^{-\tau/\mu_v}$$

L'observation de l'environnement de la cible induit la luminance :

$$\mathcal{L}_e(\Omega_v) = L_a(\Omega_v) + \frac{\rho_e.\{\exp[-\tau/\mu_v]+t_d(\mu_v)\}.E_{sol}}{\pi.(1-\rho_e.s)} = L_a(\Omega_v) + \frac{\rho_e.T(\theta_v).\mu_s.E_s.T(\theta_s)}{\pi.(1-\rho_e.s)}$$

$L^*(\Omega_v)$ étant la luminance mesurée, en général au dessus de l'atmosphère, le facteur de réflectance directionnelle apparente est donc :

$$\rho^*(\Omega_s;\Omega_v) = \frac{\pi.L^*(\Omega_v)}{\mu_s.E_s} = [\rho_a(\Omega_s,\Omega_v) + \rho.\frac{T(\theta_s).e^{-\tau/\mu_v}}{1-\rho_e.s} + \rho_e.\frac{T(\theta_s).t(\theta_v)}{1-\rho_e.s}].T_g(\theta_s,\theta_v)$$

Remarque : $L_e \neq \mathcal{L}_e$; L_e est la partie de $\mathcal{L}_e$ qui intervient dans L^*. C'est la partie diffuse de $\mathcal{L}_e$.

Le modèle 6S calcule $\rho^*(\Omega_s,\Omega_v)$ à partir de la réflectance bidirectionnelle $\rho(\Omega_s,\Omega_v)$, avec :

- $\rho.e^{-\tau/\mu_v}.e^{-\tau/\mu_s} \rightarrow \rho(\Omega_s,\Omega_v).e^{-\tau/\mu_v}.e^{-\tau/\mu_s}$,
- $\rho.t(\theta_s).e^{-\tau/\mu_v} \rightarrow t(\theta_s).<\rho(\Omega_s,\Omega_v)>_{\Omega_s}.e^{-\tau/\mu_v} = t(\theta_s).\frac{\int_{2\pi^-}\mu_s.L(\Omega_s,\Omega_v).\rho(\Omega_s,\Omega_v).d\Omega_s}{\int_{2\pi^-}\mu_s.L(\Omega_s,\Omega_v).d\Omega_s}.e^{-\tau/\mu_v}$,
- $\rho_e.e^{-\tau/\mu_s}.t(\theta_v) \rightarrow <\rho_e(\Omega_s,\Omega_v)>_{\Omega_v}.e^{-\tau/\mu_s}.t(\theta_v)$ où $<\rho_e(\Omega_s,\Omega_v)>_{\Omega_v} = \frac{\int_{2\pi^+}\mu_v.L(\Omega_s,\Omega_v).\rho_e(\Omega_s,\Omega_v).d\Omega_v}{\int_{2\pi^+}\mu_v.L(\Omega_s,\Omega_v).d\Omega_v}$
- $\rho_e.t(\theta_s).t(\theta_v) \rightarrow <\rho_e(\Omega_s,\Omega_v)>_{\Omega_v,\Omega_s}.t(\theta_s).t(\theta_v)$ où $<\rho_e(\Omega_s,\Omega_v)>_{\Omega_v,\Omega_s} = \frac{1}{\pi^2}.\int_{2\pi^+}\mu_s.\mu_v.\rho_e(\Omega_s,\Omega_v).d\Omega_s.d\Omega_v$
- $\rho_e.s \rightarrow <\rho_e(\Omega_s,\Omega_v)>_{\Omega_v,\Omega_s}.s$

VI. CORRECTIONS ATMOSPHERIQUES

Les corrections atmosphériques ont pour but de faciliter l'emploi de données satellitaires acquises dans des conditions expérimentales différentes :

- configurations géométriques : position solaire, direction d'observation, etc.
- caractéristiques de l'atmosphère : épaisseur optique d'aérosols plus ou moins importante.
- capteurs différents : capteurs aéroportés et spatiaux (AVHRR, HRVIR, TM,...).

Les méthodes de correction atmosphérique les plus exactes sont complexes avec des temps de calcul élevés pour converger, alors que les méthodes les plus simples sont moins précises, mais peuvent être plus efficaces. Il est souvent difficile de comparer les différentes méthodes approchées en raison de la diversité de leurs paramètres d'entrée.

Les méthodes de correction atmosphérique sont dites directes si elles corrigent des signaux mesurés par le capteur (luminance, réflectance apparente) ou indirectes si elles corrigent des indices ou fonctions des signaux mesurés comme les indices NDVI et ARVI (Atmospheric Resistant Vegetation Index) de Kaufman et Tanré (1992):

$$NDVI = \frac{PIR - R}{PIR + R} \qquad ARVI = \frac{PIR - (2R-B)}{PIR + (2R-B)}.$$

L'intérêt du terme (2R-B) de l'ARVI est qu'il dépend beaucoup moins de l'atmosphère que le terme R, car l'effet atmosphérique sur R est sensiblement la moitié de celui sur B.

Les méthodes de correction atmosphérique assument en général que la cible est lambertienne dans un environnement lambertien. Les deux types d'approche majeurs sont :

- Etalonnage de la mesure à l'aide de la réflectance de cibles de référence (désert, neige, etc.). L'impact des surfaces voisines de la cible est plus ou moins négligé.
- Emploi d'une relation analytique entre la mesure satellitaire, la réflectance de la cible et des paramètres atmosphériques calculés par un modèle atmosphérique tel que 6S.

Les méthodes qui transforment $\rho_{\lambda,TOA}$ en $\rho_{\lambda,BOA}$ diffèrent selon les caractéristiques spectrales et géométriques des données disponibles et selon les hypothèses simplificatrices utilisées.

VI.1 Etalonnage de la mesure

Le principe de l'étalonnage est simple. Une hypothèse de base classique est que l'atmosphère affecte les mesures satellite de 2 manières différentes :

- addition d'une luminance atmosphérique L_a due à la diffusion des aérosols et gaz.
- atténuation du rayonnement qui est incident puis réfléchi par la surface terrestre observée.

- Approche purement statistique

  La mesure des propriétés spectrales de sites tests durant l'acquisition de données spatiales est utilisée pour déterminer les propriétés spectrales des autres parties de l'image acquise. Cette approche est difficile à mettre en œuvre et coûteuse du fait de :

  (1) problèmes logistiques associés à la présence de personnes sur les sites tests,

  (2) difficultés pour repérer exactement les objets observés *in situ* et depuis l'espace,

  (3) anisotropie de la réflectance des surfaces terrestres,

  (4) effets de bord / voisinage,

  (5) effets atmosphériques non linéaires,

  (6) problèmes d'étalonnage.

- Réflectances de référence

  La réflectance de certaines surfaces, non nécessairement mesurées *in situ*, peut servir de référence. C'est le cas pour des surfaces étendues de réflectance "moyenne" spatialement uniforme : rivières, forêts denses,... :

  (1) la mesure spatiale de la luminance issue de ces objets permet d'évaluer la luminance atmosphérique $L_a(\lambda)$. Un modèle atmosphérique permet alors le calcul de paramètres atmosphériques qui donnent $L_a(\lambda)$, puis d'extrapoler $L_a(\lambda)$ à toute longueur d'onde.

  (2) la luminance atmosphérique obtenue à l'étape (1) est soustraite sur toute l'image (*i.e.*, influence atmosphérique supposée constante dans l'image). Si l'influence atmosphérique varie "doucement" dans l'image, il est possible d'interpoler les différentes évaluations des effets atmosphériques obtenues aux différents points de mesure.

  Parmi les approches les plus utilisées il convient de mentionner :

  - l'analyse de la luminance la plus faible de l'image (méthode du point "le plus noir"),
  - la mesure de la luminance de surfaces d'eau dans le proche infrarouge. En première approximation, elle devrait être nulle en l'absence d'atmosphère. Un modèle atmosphérique, combiné à une hypothèse sur les propriétés spectrales des aérosols, calcule alors la luminance atmosphérique aux autres longueurs d'onde.

- l'analyse de surfaces "semblables" à la fois à l'ombre et sous un éclairement solaire direct.

VI.2 Simulation de la mesure

Elle est en général basée sur les 3 étapes suivantes :

(1) mesure ou estimation des "vraies" propriétés optiques des constituants atmosphériques (épaisseur optique des aérosols, fonction de phase des aérosols, absorption gazeuse,...),

(2) calcul des paramètres de correction atmosphérique à partir des propriétés optiques de l'atmosphère et d'un modèle de transfert radiatif,

(3) correction de l'image en calculant les pseudo réflectances lambertiennes de chaque pixel, en employant les paramètres de correction mentionnés ci-dessus.

Les étapes (2) et (3) peuvent être séparées si les pixels ont une taille assez petite pour ne pas affecter pas leur éclairement et celui de leur environnement. Avec cette approche, une bonne connaissance des propriétés optiques de l'atmosphère permet une correction atmosphérique sans mesure *in-situ* de réflectances. D'autre part, un modèle atmosphérique et une bonne connaissance des propriétés optiques atmosphériques permettent de tester la validité de cette approche à partir de mesures *in-situ* de réflectance.

Parmi les approches les plus utilisées il convient de mentionner :

- la méthode de Duntley basée sur la mesure de la luminance de certaines portions du ciel afin de déterminer la luminance atmosphérique "vue" par le détecteur,
- détermination de réflectances de surfaces terrestres, à partir de propriétés optiques de l'atmosphère obtenues avec un modèle tel que LOWTRAN-7,
- calcul des paramètres de correction atmosphérique à partir de mesures d'éclairement diffus et direct, simultanément avec le passage du satellite.

• Correction atmosphérique avec ρ_e inconnu

Les propriétés optiques des composants de l'atmosphère, l'éclairement solaire incident et les luminances apparentes ℓ_e et L^* sont supposées connues. Les principales étapes sont :

(1) Calcul des réflectances $\rho_a(\Omega_s,\Omega_v)$ et $\rho^*(\Omega_s,\Omega_v)$, transmittances $T(\theta_s)$ et $T(\theta_v)$ et épaisseur optique τ_o, calculées par un modèle atmosphérique).

(2) Calcul de $L_a(\Omega_s,\Omega_v)$, $t_d(\theta_s)$, $t_d(\theta_v)$ et s.

(3) Calcul de la réflectance (ρ_e) de l'environnement à partir de la luminance apparente ℓ_e (*i.e.* réflectance apparente ρ'_e) du voisinage (pixels voisins du pixel analysé) :

$$\ell_e(\Omega_v) = L_a(\Omega_v) + \frac{\rho_e.\{\exp[-\tau_o/\mu_v]+t_d(\mu_v)\}}{\pi}.\mu_s.E_s.\frac{[e^{\tau_o/\mu_s}+t_d(\theta_s)]}{1-\rho_e.s} = L_a(\Omega_v) + \frac{\rho_e.\mu_s.E_s}{\pi}.\frac{T(\theta_s).T(\theta_v)}{1-\rho_e.s}$$

$$\Rightarrow \quad \rho_e = \frac{\rho'_e(\Omega_s,\Omega_v) - \rho_a(\Omega_s,\Omega_v)}{T(\theta_v).T(\theta_s) + s.[\rho'_e(\Omega_s,\Omega_v) - \rho_a(\Omega_s,\Omega_v)]} \qquad \text{avec } \rho'_e(\Omega_s,\Omega_v) = \frac{\pi.\ell_e(\Omega_v)}{\mu_s.E_s}.$$

(4) Calcul de l'éclairement terrestre $E_i = \frac{\exp(\tau_o/\mu_s)+t_d(\mu_s)}{1-\rho_e.s}.\mu_s.E_s$ avec ρ_e obtenu en (3).

(5) Calcul de la luminance de l'environnement $L_e = \frac{\rho_e.E_i}{\pi}$ avec les valeurs de ρ_e et E_i de (3) et (4).

(6) Calcul de la réflectance du pixel considéré $\Rightarrow \rho = e^{\tau_o/\mu_v}.\{[\rho^*-\rho_a(\theta_s,\theta_v,\phi_v)].\frac{1-\rho_e.s}{T(\theta_s)}-\rho_e.t_d(\theta_v)\}$

$$\rho = \frac{[\rho^*-\rho_a(\Omega_s,\Omega_v)] + [\rho^*-\rho'_e(\Omega_s,\Omega_v)] \,.\, e^{\tau_o/\mu_v} \,.\, t_d(\theta_v)}{T(\theta_v).T(\theta_s) + s.[\rho'_e(\Omega_s,\Omega_v)-\rho_a(\Omega_s,\Omega_v)]}$$

L'influence atmosphérique sur la réflectance correspond tout simplement à la différence $(\rho^*-\rho)$ entre la réflectance apparente $\rho^* = \frac{\pi.L^*}{\mu_s.E_s}$ et la réflectance "corrigée" (ρ).

• Correction atmosphérique avec ρ_e connu

Plusieurs possibilités de correction existent :

- ρ_a connu : utilisation de (ρ_e) dans $\rho = e^{\tau_o/\mu_v}.\{[\rho^*- \rho_a(\Omega_s,\Omega_v)].\frac{1-\rho_e.s}{T(\theta_s)} - \rho_e.t_d(\theta_v)\}$

- ρ_a inconnu : utilisation de la formule $\rho=\frac{[\rho^*-\rho_a(\Omega_s,\Omega_v)] + [\rho^*-\rho'_e(\Omega_s,\Omega_v)] \,.\, e^{\tau_o/\mu_v} \,.\, t_d(\theta_v)}{T(\theta_v).T(\theta_s) + s.[\rho'_e(\Omega_s,\Omega_v)-\rho_a(\Omega_s,\Omega_v)]}$

  Mesure de l'environnement : $\rho_e \Rightarrow \rho_a$.

- ρ_a inconnu : élimination de $\rho_a(\Omega_s,\Omega_v)$ entre les 2 équations précédentes

$$\Rightarrow \qquad \rho = \rho_e + [\rho^*-\rho'_e(\Omega_s,\Omega_v)].[1-\rho_e.s].\frac{e^{-\tau_o/\mu_v}}{T(\theta_s)} = \rho_e + \frac{\pi.(L^*-L_e)}{e^{\tau_o/\mu_v} \,.\, E_i}$$

Exemple : niveau de l'effet d'environnement (labours et champs de blé, observés à 850nm).

* *réflectance in situ* : - champ labouré : ρ=0.005,
- champ de blé en herbe : ρ=0.35.

* *réflectance TOA* : (nadir, V=23km)
- grand champ labouré : ρ=0.0065,
- grand champ de blé en herbe : ρ=0.345,
- petit champ labouré entouré de blé en herbe : ρ=0.105,
- petit champ de blé en herbe entouré de labours : ρ=0.305.

VI.3 Exemple de chaîne de correction atmosphérique MERIS

Le principe de la chaîne de corrections des mesures MERIS $\rho_{\lambda,TOA}$ est résumé ici. Il est supposé que les surfaces terrestres sont planes et lambertiennes, et que les effets adjacents sont négligeables. Trois étapes majeures sont mises en œuvre :

1.) *Correction de l'absorption gazeuse*

L'absorption gazeuse est corrigée plus ou moins indépendamment de la diffusion atmosphérique. La réflectance corrigée de l'absorption gazeuse est $\rho_{\lambda,TOA,sa} = \frac{\rho_{\lambda,TOA}}{T_g}$, où la transmittance gazeuse T_g est pré calculée pour plusieurs épaisseurs optiques gazeuses qui dépendent des quantités de vapeur d'eau, d'ozone et d'autres gaz (*i.e.*, pression atmosphérique P_a). P_a est estimée à partir de rapports $\frac{\rho_{760,TOA}}{\rho_{754,TOA}}$ pré calculés pour différentes configurations ($\rho_{754,TOA}$, Ω_s, Ω_v). L'erreur est maximale pour les surfaces terrestres sombres, où elle peut atteindre 40hPa. Le couplage "absorption - diffusion" complique

l'approche, car en son absence $(\frac{1}{|\mu_s|}+\frac{1}{\mu_v}).P_a^2$ est quasiment une fonction du rapport $\frac{\rho_{760,TOA}}{\rho_{754,TOA}}$ des transmittances de O_2 à 753.75nm et 760nm.

Le pré calcul de T_g prend en compte les interactions "absorption - diffusion". La principale cause d'erreur provient de l'incertitude sur les concentrations en ozone et en vapeur d'eau. La concentration en ozone est fournie par un modèle climatique. La concentration en vapeur d'eau est évaluée par régression à partir de $\frac{\rho_{890,TOA}}{\rho_{900,TOA}}$. Ce terme est le rapport des transmittances de la vapeur d'eau à 890 et 900nm. Ces transmittances sont affectées par l'épaisseur optique τ_p des aérosols et $\rho_{\lambda,BOA}$. Contrairement à l'ozone, la vapeur d'eau a un continuum d'absorption significatif en dehors des raies d'absorption. Les pré-calculs sont effectués avec une échelle de hauteur H=8km pour le profil vertical des gaz autres que H_2O et O_3. Pour les aérosols et la vapeur d'eau, il est utilisé H=2km.

2.) *Correction de la diffusion gazeuse*

La correction de la diffusion gazeuse repose sur l'hypothèse d'une atmosphère constituée par une couche de gaz au-dessus d'une couche "aérosols + sol" lambertienne. Par suite, il est utilisé $\rho_{\lambda,TOA,sa}(\Omega_s,\Omega_v) = \rho_{\lambda,R} + T_{\lambda,R}(\Omega_s).\frac{\rho_{\lambda,aéro+sol}}{1-\rho_{\lambda,aéro+sol}.S_R}.T_{\lambda,R}(\Omega_v)$, avec $\rho_{\lambda,aéro+sol}$ la réflectance en haut de la couche d'aérosols, $\rho_{\lambda,R}$ la réflectance de la couche de "Rayleigh" (*i.e.*, gaz), S_R l'albédo hémisphérique de la couche de Rayleigh, et $T_{\lambda,R}(\Omega_s)$ et $T_{\lambda,R}(\Omega_v)$ les transmittances de la couche "Rayleigh" selon les directions solaire Ω_s et de visée Ω_v. Les termes $\rho_{\lambda,R}$, S_R, $T_{\lambda,R}(\Omega_s)$ et $T_{\lambda,R}(\Omega_v)$ sont pré calculés pour différentes valeurs de l'épaisseur optique gazeuse des gaz (*i.e.*, différents P_a).

3.) *Correction de la diffusion des aérosols*

La réflectance $\rho_{\lambda,BOA}$ est calculée en supposant la surface lambertienne. Ainsi, il est utilisé: $\rho_{\lambda,aérosols}(\Omega_s,\Omega_v) = \rho_{\lambda,p} + T_{\lambda,p}(\Omega_s).\frac{\rho_{\lambda,BOA}}{1-\rho_{\lambda,BOA}.S_p}.T_{\lambda,p}(\Omega_v)$, avec $\rho_{\lambda,p}$ et S_p la réflectance et l'albédo hémisphérique de la couche d'aérosols, et $T_{\lambda,R}(\Omega_s)$ et $T_{\lambda,R}(\Omega_v)$ les transmittances de la couche d'aérosols selon les directions solaire Ω_s et de visée Ω_v. Les termes $\rho_{\lambda,p}$, S_p, $T_{\lambda,p}(\Omega_s)$ et $T_{\lambda,p}(\Omega_v)$ sont pré calculés pour diverses valeurs de l'épaisseur optique τ_p des aérosols, à partir de modèles d'aérosols où ceux-ci sont caractérisés par un indice de réfraction réel n_R et une densité N(r) fonction de leur rayon r (*e.g.*, $N(r)\equiv r^{\alpha-3}$, où α est le coefficient d'Angstrom ($\tau_p(\lambda)\equiv\lambda^{-\alpha}$)). Il est en fait considéré 12 modèles avec 4 valeurs de α (0, 0.5, 1.0, 1.5) et 3 valeurs de n_R (1.33, 1.44, 1.55). La valeur de n_R est choisie à l'aide d'une climatologie d'aérosols. La valeur de α est celle qui assure la meilleure correspondance entre les réflectances $\rho_{\lambda,TOA}$ et $\rho_{\lambda,BOA}$ des pixels les plus sombres dans les canaux 1, 2 et 7. Ces "points noirs" sont détectés avec l'indice ARVI. Leurs réflectances sont *a priori* supposées être égales à 0.016 à 443nm et 0.03 à 665nm. Si ces points n'existent pas, il est utilisé des surfaces d'eau, ou à défaut une climatologie d'aérosols. Le nombre limité de "points noirs" ne permet pas des corrections spécifiques pixel par pixel.

VI.3 Détermination de la vapeur d'eau atmosphérique

Les seuls capteurs spatiaux actuels capables de fournir une information opérationnelle sur la densité de vapeur d'eau W_{H2O} sont des capteurs hyperfréquence passifs comme SMMI

(Special Sensor Microwave Imager) et des capteurs IRT comme HIRS (High Resolution Infrared Sounders). SMMI fournit W_{H2O} avec une précision relative moyenne de 7% (Schlüssel et Emery, 1990). Cette estimation n'est pas limitée par les nuages, mais est limitée aux cas de surfaces terrestres de forte émissivité (*i.e.*, eau). L'estimation de W_{H2O} avec des mesures IRT est limitée au cas d'atmosphères claires. Sa précision moyenne est 20% (Susskind et *al.*, 1984), soit environ $1 g.cm^{-2}$. En fait, la résolution spatiale des capteurs comme SMMI (49km x 63km) et HIRS (km x km) est trop grossière pour les modèles climatiques méso échelles. Ceci explique le développement de méthodes basées sur la comparaison de mesures PIR dans 2 canaux spectraux étroits, dans et hors d'une bande d'absorption de la vapeur d'eau dans l'intervalle [880nm 905nm], et qui sont assez proches pour minimiser l'impact de la variabilité spectrale des réflectances terrestres. Ainsi, les canaux POLDER à 865nm ($\Delta\lambda$=40nm) et 910nm ($\Delta\lambda$=20nm) donnent W_{H2O} avec une précision de l'ordre de 10%, mais une résolution de 7km. De même, le capteur MERIS a été conçu pour fournir un suivi continu W_{H2O} à une résolution de kilométrique (1040m x 1160m ou 260m x 290m), dans une dynamique de $1\text{-}70 kg.m^{-2}$, avec des précisions moyennes de 10% pour les surfaces terrestres et 20% pour les surfaces marines. L'approche adoptée repose sur l'emploi de 2 canaux spectraux à 890nm ($\Delta\lambda$=10nm) et 900nm ($\Delta\lambda$=10nm): $W_{H2O}=k_o+k_1.\log(\frac{L_{900}}{L_{890}})+k_2.\log^2(\frac{L_{900}}{L_{890}})$. Les coefficients de régression k_o, k_1 et k_2 sont calculés à partir d'un modèle de transfert radiatif atmosphérique. Ils dépendent de la géométrie d'observation ainsi que de l'épaisseur optique des aérosols dans le cas des surfaces marines, et de la pression atmosphérique dans le cas des surfaces terrestres. En effet, la pression de surface, associée à l'altitude locale, affecte la largeur des raies d'absorption de la vapeur d'eau. La faible réflectance des surfaces marines explique que la précision sur W_{H2O} est meilleure pour les surfaces terrestres que pour les surfaces marines.

Canal	Centre (nm)	$\Delta\lambda$	τ_{O3}	τ_R	Gaz absorbant	T_{O3}	T_{H2O} raie	T_{H2O} raie +cont.	T_{O2}
1	412,50	10	0.000	0.320	----	1	1	1	1
2	442,50	10	0.003	0.239	O_3	0.998	1	1	1
3	490,00	10	0.019	0.157	O_3	0.985	1	1	1
4	510,00	10	0.039	0.133	$O_3 + H_2O$	0.970	0.993	0.987	1
5	560,00	10	0.100	0.091	$O_3 + H_2O^*$	0.926	1	0.992	1
6	620,00	10	0.106	0.060	$O_3 + H_2O^*$	0.922	1	0.988	1
7	665,00	10	0.049	0.045	$O_3 + H_2O$	0.963	0.995	0.981	1
8	681,25	7.5	0.034	0.041	$O_3 + H_2O$	0.974	0.998	0.982	1
9	705,00	10	0.020	0.036	$O_3 + H_2O$	0.985	0.906	0.888	1
10	753,75	7.5	0.009	0.027	$O_3 + H_2O^*$	0.993	1	0.978	1
11	760,625	3.75	0.007	0.026	$O_3 + H_2O^* + O_2$	0.994	1	0.978	0.380
12	775,00	15	0.000	0.024	$H_2O^* + O_2$	1	1	0.977	0.994
13	865,00	20	0.000	0.016	H_2O^*	1	1	0.070	1
14	895,00	10	0.000	0.014	H_2O	1	0.945	0.911	1
15	900,00	10	0.000	0.013	H_2O	1	0.647	0.601	1

Tableau 16 : Propriétés atmosphériques pour les 15 canaux de Méris. Canal spectral (centre et largeur $\Delta\lambda$), épaisseur optique de Rayleigh pour P_a=1013hPa. Epaisseur optique de l'ozone pour une concentration totale de 1cm-atm. Principaux gaz absorbants. Transmittances gazeuses pour le cas "latitude moyenne en été". θ_s=45° et θ_v=0°. La précision radiométrique (NE$\Delta\rho$) est $\approx 2\ 10^{-4}$.

Annexe 1 : DETERMINATION SPATIALE DE BRFS TYPES DE SURFACES TERRESTRES

Lancé le 18 décembre 2004 à bord du satellite CNES/Parasol, le radiomètre POLDER-3 mesure la réflectance directionnelle (jusqu'à 16 directions) de la Terre dans 10 bandes spectrales de 443nm à 1020nm, avec 3 canaux "polarisés" (490, 670 et 865), avec une résolutions spatiale de 6.2km x 5.3km. Ces données et certains produits dérivés (*e.g.*, NDVI) sont stockés dans une base de données gérée par POSTEL (Pôle d'Observation des Surfaces continentales par Télédétection). Après leur acquisition, les mesures "claires" sont sélectionnées, puis corrigées des effets atmosphériques. Elles sont ensuite "fittées" avec des modèles de réflectance directionnelle pour produire des BRF types des différents biomes terrestres.

Les données Parasol et le logiciel de visualistion / traitement (Figure 164) montrés ci-dessous proviennent du site http://postel.mediasfrance.org/ pour le cas d'une forêt de conifères en Sibérie. Dans le plan principal et dans le plan perpendiculaire, les réflectances directionnelles (Figure 165) ont une forme de bol centré sur la position du nadir. Elles font apparaître le phénomène du hot spot.

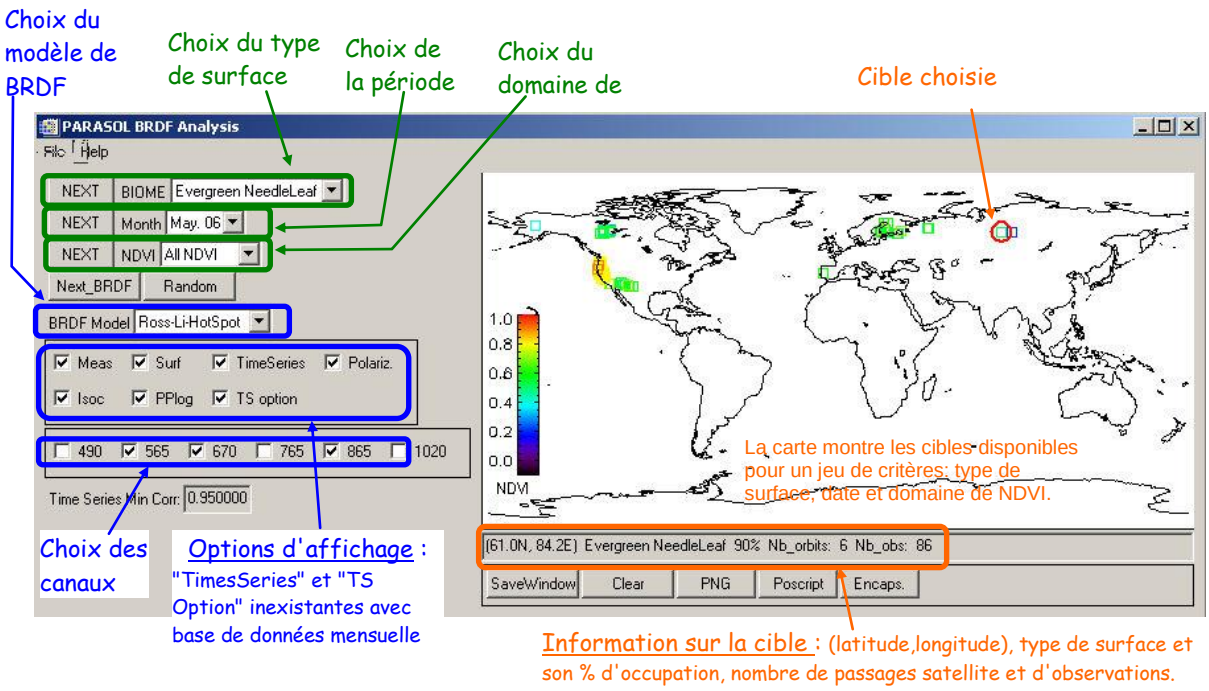


Figure 164 : Menu du logiciel de traitement et d'affichage des réflectances spectrales et directionnelles.

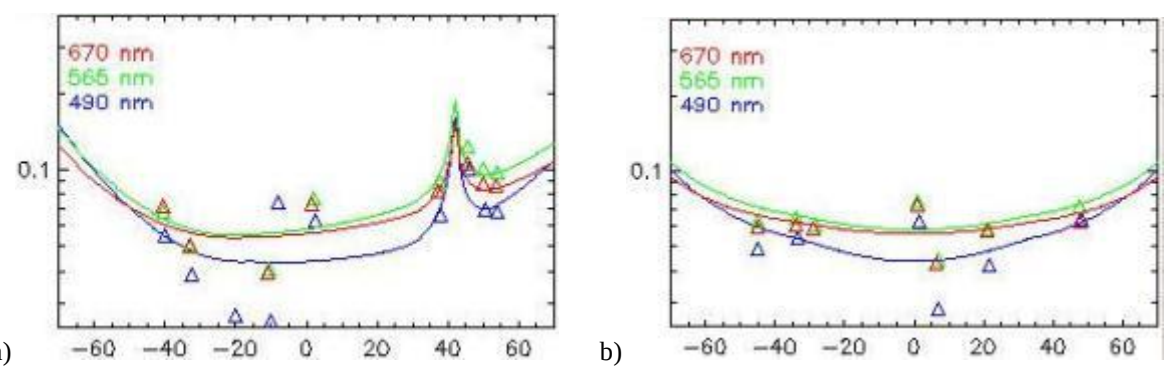


Figure 165 : Réflectances spectrales, simulées (lignes) et mesurées (triangles : mesure = mesure + Modèle dans Plan - Modèle dans configuration d'acquisition exacte. Plans principal (a) et perpendiculaire (b).

La Figure 166 montre l'interpolation des mesures de réflectance, la différence entre les réflectances mesurées et les réflectances simulées avec un modèle dont les paramètres sont optimisés pour les mesures considéres, et les mesures en fonction des simulations. Le modèle considéré ici est le modèle de Ross-Li.

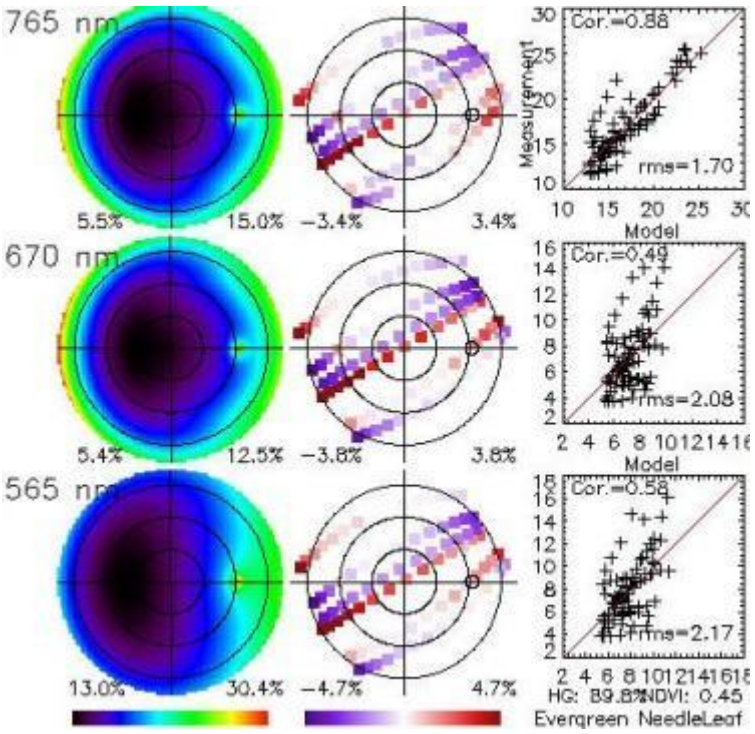


Figure 166 : Réflectances mesurées (gauche), interpolées. Différences (milieu) et régression (droite) entre réflectances mesurées et simulées (modèle Ross-Li).

La Figure 167 montre une série temporelle du NDVI et des coefficients du modèle Ross-Li. Les modèles disponibles sont :

- **Ross-Li Hot Spot** : modèle linéaire à 3 paramètres avec modélisation du hot spot (Maignan et al., 2003)
- **Ross-Li** : modèle linéaire à 3 paramètres utilisé pour le traitement des données MODIS.
- **Roujean Hot Spot** : modèle linéaire à 3 paramètres avec modélisation du hot spot (Maignan et al., 2003)
- **Roujean** : modèle linéaire à 3 paramètres utilisé pour traiter les 1ères données POLDER.
- **Engelsen :** modèle linéaire à 3 paramètres
- **RPV** : modèle non linéaire à 3 paramètres de Raman-Pinty-Verstraete
- **Neige** : modèle linéaire à 1 paramètre (A.Kokhanovsky et E.P.Zege)

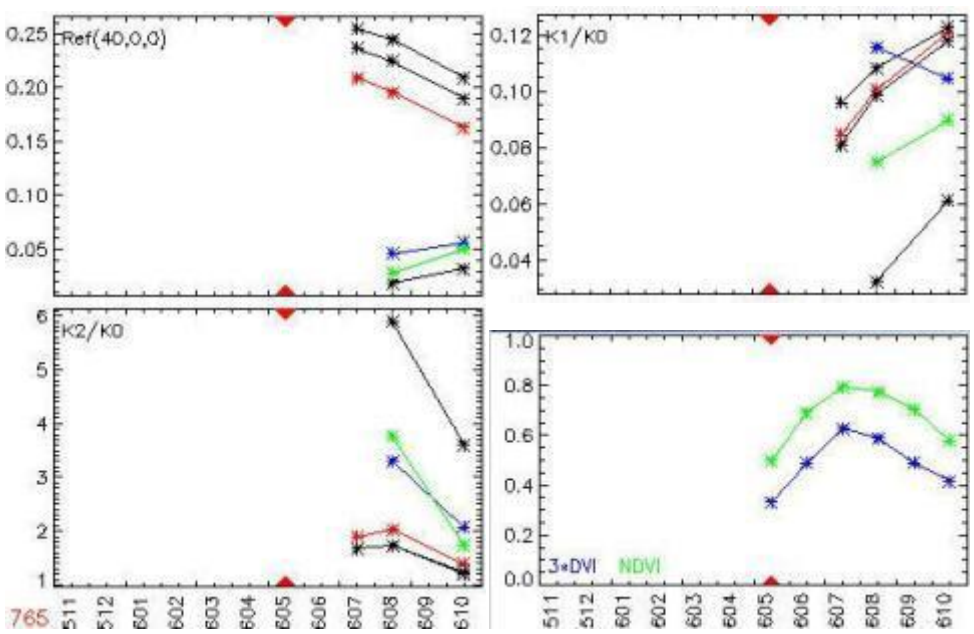
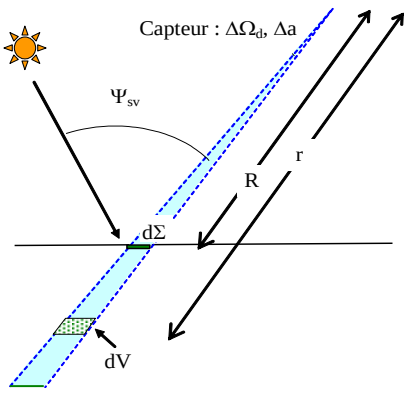


Figure 167 : Série temporelle des coefficients du modèle Ross-Li, et du NDVI et de 3.DVI.

Annexe 2 : MODELES DE REFLECTANCE

I. Méthode combinée des 2 flux et approximations successives

Soit un capteur d'angle d'ouverture $\Delta\Omega_d$ et d'aire Δa normale à la direction de visée (Ω). Il voit un élément de surface $d\Sigma$ à une distance R, sur la face supérieure (τ=0) d'un milieu plan homogène de coefficient de diffusion différentiel $\alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega)$ égal à $\alpha_e(z,\Omega').\omega.\frac{P}{4\pi}(\Omega'\rightarrow\Omega)$. Le coefficient d'extinction $\alpha_e(z,\Omega')$ est supposé constant avec z, *i.e.* $\alpha_e(z,\Omega')=\alpha_e(\Omega')$. Ce milieu reçoit un éclairement solaire E_s de direction Ω_s (μ_s<0). La puissance ΔP reçue par le capteur résulte de phénomènes de diffusion, d'atténuation et d'émission induits par les diffuseurs des éléments dans le volume $dV=r^2.dr.\Delta\Omega_d$, situés sous $d\Sigma$ le long de Ω.



$$\Delta P = \int_R^{\infty} [E_s.e^{\frac{\alpha_e(\Omega_s).z}{\mu_s}}.\alpha_d(z,\Omega_s\rightarrow\Omega) + \alpha_B(z,\Omega).L_B(T,\Omega) + \int_{4\pi}\alpha_d(z,\Omega'\rightarrow\Omega).L(z,\Omega').d\Omega'].e^{\frac{-\alpha_e(\Omega).z}{\mu}}.dV.\frac{\Delta a}{r^2}$$

$$\Delta P = \int_R^{\infty} [E_s.e^{\frac{\alpha_e.z}{\mu_s}}.\omega.\frac{P}{4\pi}(\Omega_s,\Omega) + \varepsilon_B(\Omega).L_B(\Omega) + \omega.\int_{4\pi}L(z,\Omega').\frac{P}{4\pi}(\Omega',\Omega).d\Omega'].e^{\frac{-\alpha_e.z}{\mu}}.\alpha_e.dr(\Omega).\Delta\Omega_d.\Delta a$$

La luminance mesurée est : $L(\tau=0,\Omega)=\frac{\Delta P}{\Delta a.\Delta\Omega_d}=\int_0^{\infty}[E_s.e^{\frac{-\tau}{\mu_s}}.\omega.\frac{P}{4\pi}(\Omega_s,\Omega)+(1-\omega).L_B(T)+\omega.\int_{4\pi}L(\tau,\Omega').\frac{P}{4\pi}(\Omega',\Omega).d\Omega'].e^{\frac{-\tau}{\mu}.\frac{d\tau}{\mu}}$

avec $dr=-\frac{dz}{\mu}$, $d\tau=\alpha_e.dz$, τ(sommet)=0, τ(bas)=∞ et $L_B(T)=\frac{2h.c^2}{\lambda^5}.[e^{\frac{h.c}{\lambda.k.T}}-1]^{-1}$

$L_B(T)$ dépend de z, car T dépend de z. Ici, il est supposé $L_B(T)$ isotrope, avec $L_B(z)=L_{Bo}+L_{B1}.e^{-z/H_B}$, où H_B est le facteur d'échelle thermique ; soit $L_B(\tau)=L_{Bo}+L_{B1}.e^{-\tau/X_B}$ où $X_B=\alpha_e.H_B$.

La variation de luminance $dL(\tau,\Omega)$ lors de la traversée d'une couche $d\tau$ résulte de l'atténuation de $L(\tau,\Omega)$ par cette couche, ainsi que des diffusions et de l'émission qui surviennent selon (Ω) :

$$\mu.\frac{dL(\tau,\Omega)}{d\tau}=L(\tau,\Omega)-E_s.e^{\frac{-\tau}{\mu_s}}.\omega.\frac{P}{4\pi}(\Omega_s,\Omega)-\varepsilon_B.L_B(\tau)-\omega.\int_{4\pi}L(\tau,\Omega').\frac{P}{4\pi}(\Omega',\Omega).d\Omega'$$

Il est adopté l'approximation "le rayonnement diffusé par dV, avec un rayonnement incident déjà diffusé ou directement issu de l'émission thermique est isotrope". Par suite, les anisotropies des termes $\frac{P}{4\pi}(\Omega',\Omega)$ et $L(\tau,\Omega')$ se compensent pour toute direction (Ω): $\int_{4\pi}L(\tau,\Omega').P(\Omega',\Omega).d\Omega'\approx\int_{4\pi}L_i(\tau,\Omega').d\Omega'$

L'ETR des rayonnements déjà diffusés et/ou directement issus de l'émission thermique est donc :

$$\mu.\frac{dL_i(\tau,\Omega)}{d\tau}=L_i(\tau,\Omega)-E_s.e^{\frac{-\tau}{\mu_s}}.\frac{\omega}{4\pi}-(1-\omega).L_B(\tau)-\frac{\omega}{4\pi}.\int_{4\pi}L_i(\tau,\Omega').d\Omega'$$

La luminance $L_i(\tau,\Omega)$ est ici approchée $\forall(\tau,\Omega)$ avec une méthode dérivée de la méthode des 2 flux, en supposant que les diffusions avant et arrière sont égales (*i.e.*, β=0). Ainsi, à l'atténuation et diffusion des flux hémisphériques ascendant ($E^+(\tau)$ et descendant $E^-(\tau)$ se rajoutent la diffusion du flux direct incident $E_s.\exp[\frac{\tau}{\mu_s}$

] et l'émission thermique isotrope $(1-\omega).L_B(\tau)$. De manière classique, les flux $E^+(\tau)$ et $E^-(\tau)$ sont représentés par des luminances moyennes : $E^+(\tau)=\pi.L_1(\tau)$ et $E^-(\tau)=\pi.L_2(\tau)$, avec :

$$L_1(\tau) = \frac{1}{2\pi}.\int_{2\pi^+} L(\tau,\Omega).d\Omega = \int_0^{\pi/2} L(\tau,\Omega).\sin\theta.d\theta \qquad \text{et} \qquad L_2(\tau) = \int_{\pi/2}^{\pi} L(\tau,\Omega).\sin\theta.d\theta$$

La moyenne sur $2\pi^+$ et $2\pi^-$ de l'ETR de L_i, avec $\int_{2\pi} \cos\theta.\frac{dL_i(\tau,\Omega)}{d\tau}.d\Omega \approx \frac{1}{2}.\int_{2\pi} \frac{dL_i(\tau,\Omega)}{d\tau}.d\Omega$, donne :

$$\frac{1}{2}.\frac{dL_1(\tau)}{d\tau} = L_1(\tau) - E_s.e^{\frac{-\tau}{\mu_s}}.\frac{\omega}{4\pi} - (1-\omega).L_B(\tau) - \frac{\omega}{2}.[L_1(\tau) + L_2(\tau)]$$

$$-\frac{1}{2}.\frac{dL_2(\tau)}{d\tau} = L_2(\tau) - E_s.e^{\frac{-\tau}{\mu_s}}.\frac{\omega}{4\pi} - (1-\omega).L_B(\tau) - \frac{\omega}{2}.[L_1(\tau) + L_2(\tau)]$$

On note $\mathcal{L}(\tau) = [L_1(\tau) + L_2(\tau)]/2$ et $\Delta\mathcal{L}(\tau) = [L_1(\tau) - L_2(\tau)]/2$. Le système différentiel devient alors :

$$\frac{1}{2}.\frac{d\Delta\mathcal{L}(\tau)}{d\tau} = (1-\omega).\mathcal{L}(\tau) - E_s.e^{\frac{-\tau}{\mu_s}}.\frac{\omega}{4\pi} - (1-\omega).L_B(\tau) \quad \text{et} \quad \frac{1}{2}.\frac{d\mathcal{L}(\tau)}{d\tau} = \Delta\mathcal{L}(\tau)$$

La combinaison de ces 2 équations différentielles donne : $\frac{1}{4}.\frac{d^2\mathcal{L}(\tau)}{d\tau^2} = (1-\omega).\mathcal{L}(\tau) - E_s.e^{\frac{-\tau}{\mu_s}}.\frac{\omega}{4\pi} - (1-\omega).L_B(\tau)$

Pour un milieu infini ($\tau\in[0 \ \infty[$ tel que $\mathcal{L}(\tau\to\infty)$ reste fini et sans source diffuse au-dessus du milieu, *i.e.* $L_2(\tau=0)=[\mathcal{L}(0)-\Delta\mathcal{L}(0)]=[\mathcal{L}(0)-\frac{1}{2}.\frac{d\mathcal{L}(0)}{d\tau}]=0$, les solutions sont alors de la forme :

$$\mathcal{L}(\tau) = A_1.e^{-2.\gamma.\tau} + A_2.e^{\frac{-\tau}{\mu_s}} + A_3 + A_4.e^{\frac{-\tau}{X_B}} \quad \text{avec } \gamma^2=1-\omega \text{ et } X_B=\alpha_e.H_B.$$

avec :
$$A_1 = \frac{-1}{1+\gamma}.[\frac{E_s}{2\pi}.\omega.\frac{\mu_s.(2\mu_s-1)}{4\gamma^2.\mu_s^2-1} + L_{Bo} + 2L_{B1}.(1+2X_B).\frac{X_B.\gamma^2}{4X_B^2.\gamma^2-1}]$$

$$A_2 = \frac{E_s}{2\pi}.\omega.\frac{2\mu_s^2}{4\gamma^2.\mu_s^2-1} \qquad A_3 = L_{Bo} \qquad A_4 = 4L_{B1}.\frac{X_B^2.\gamma^2}{4X_B^2.\gamma^2-1}$$

L'expression de la luminance reçue par le détecteur est obtenue en exprimant $L_B(\tau)$ en fonction de $\mathcal{L}(\tau)$ et $\frac{d^2\mathcal{L}(\tau)}{d\tau^2}$ et en remplaçant $\int_{4\pi} L(\tau,\Omega').P(\Omega',\Omega).d\Omega'$ par $4\pi.\mathcal{L}(\tau) = \int_{4\pi} L_i(\tau,\Omega').d\Omega'$. On a donc :

$$L(\tau=0,\Omega_s,\Omega) = \frac{1}{4\pi.\mu}\int_0^{\infty} [E_s.e^{\frac{-\tau}{\mu_s}}.\omega.[P(\Omega_s,\Omega)-1] + 4\pi.\mathcal{L}(\tau) - \pi.\frac{d^2\mathcal{L}(\tau)}{d\tau^2}].e^{\frac{-\tau}{\mu}}.d\tau$$

Le remplacement de $\mathcal{L}(\tau)$ par son expression, suivi de l'intégration sur τ donne :

$$L(\tau=0,\Omega_s,\Omega) = \frac{1}{4\pi.\mu}.\{[E_s.\omega.[P(\Omega_s,\Omega)-1].[\frac{1}{\mu}-\frac{1}{\mu_s}]^{-1} + 4\pi.A_1.\omega.[2\gamma+\frac{1}{\mu}]^{-1}$$
$$+ 4\pi.A_2.\frac{4\mu_s^2-1}{4\mu_s^2}.[\frac{1}{\mu}-\frac{1}{\mu_s}]^{-1} + 4\pi.A_3.\mu + 4\pi.A_4.\frac{4X_B^2-1}{4X_B^2}.[\frac{1}{\mu}+\frac{1}{X_B}]^{-1}\}$$

$$\Rightarrow L(0,\Omega_s,\Omega) = E_s.\frac{\omega}{4\pi}.\frac{\mu_s}{\mu_s-\mu}.[P(\Omega_s,\Omega)+H(\omega,-\mu_s).H(\omega,\mu)-1] + L_{Bo}.\gamma.H(\omega,\mu) + L_{B1}.\frac{X_B}{X_B+\mu}.\gamma^2.H(\omega,X_B).H(\omega,\mu)$$

avec $H(\omega,x) = \frac{1+2.x}{1+2.\gamma.x}$ (corps noir : $\gamma=1 \Rightarrow H(\omega,x)=1 \ \forall x$)

$L(0,\Omega_s,\Omega)$ est approché, car la simulation de la propagation de L_i est approchée. Le paragraphe II donne une expression plus exacte pour le cas d'un milieu semi-infini composé de diffuseurs isotropes.

Il convient de remarquer que la luminance réfléchie par le milieu comprend 2 termes :

- Diffusions d'ordre 1 : $L_{d1}(\Omega) = E_s.\frac{\omega}{4\pi}.\frac{\mu_s}{\mu_s-\mu}.P(\Omega_s,\Omega)$.

- Diffusions d'ordre >1 : $L_{dM}(\Omega)=E_s.\frac{\omega}{4\pi}.\frac{\mu_s}{\mu_s-\mu}.[H(\omega,-\mu_s).H(\omega,\mu)-1]$. L_{dM} est calculé avec des diffuseurs isotropes, car des modèles plus exacts montrent qu'il dépend peu de $P(\Omega_s,\Omega)$, surtout si $\omega\approx1$ (*i.e.*, multiples diffusions).

La prise en compte du point chaud conduit à :

$$L(0,\Omega_s,\Omega) = E_s.\frac{\omega}{4\pi}.\frac{\mu_s}{\mu_s-\mu}.[P(\Omega_s,\Omega).(1+b(\Psi_{sv}))+H(\omega,-\mu_s).H(\omega,\mu)-1] + L_{Bo}.\gamma.H(\omega,\mu) + L_{B1}.\frac{X_B}{X_B+\mu}.\gamma^2.H(\omega,X_B).H(\omega,\mu)$$

où $b(\Psi_{sv}) \approx b_o.[1+\frac{1}{h}.\tan(\frac{\Psi_{sv}}{2})]^{-1}$.

<u>*Exemple pour du sol*</u> : $P(\Omega_s,\Omega_v)=1+b.\cos\Psi_{sv}+c.\frac{3.\cos^2\Psi_{sv}-1}{2}+c'.\frac{3.\cos^2\Psi'_{sv}-1}{2}$ (Jacquemoud *et al.*, 1993)

$P(\Omega_s,\Omega_v)$ représente la rétrodiffusion (Ψ_{sv}) et l'effet spéculaire (Ψ'_{sv}). b, c, b' et c' dépendent du sol, humidité, etc. On a: $\Psi_{sv}=\cos\theta_s.\cos\theta_v+\sin\theta_s.\sin\theta_v.\cos(\phi_s-\phi_v)$ et $\Psi'_{sv}=\cos\theta_s.\cos\theta_v-\sin\theta_s.\sin\theta_v.\cos(\phi_s-\phi_v)$

L'émittance hémisphérique de Σ, *i.e.* $\int_{2\pi^+} L(\Omega).\mu.d\Omega$, est approchée par $E_1 = \int_{2\pi^+} L_1(\Omega).\mu.d\Omega = \pi.L_1(\tau=0) = 2\pi.\mathcal{J}(\tau=0)$

$$\Rightarrow \qquad E_1(\tau=0) = E_s.|\mu_s|.\frac{1-\gamma}{1-2.\gamma.\mu_s} + \pi.L_{Bo}.\frac{2.\gamma}{1+\gamma} + \pi.L_{B1}.\frac{2.\gamma}{1+\gamma}.\frac{2.\gamma.X_B}{1+2.\gamma.X_B}$$

La réflectance et émissivité de Σ sont déduites ci-dessous de la luminance et de l'émittance de Σ.

- *Réflectance bi-directionnelle (BRDF)* : $r_{dd} = \frac{L(\Omega)}{E_s(\Omega_s)} = \frac{\omega}{4\pi}.\frac{|\mu_s|}{\mu-\mu_s}.[P(\Omega_s,\Omega).(1+b(\Omega_s,\Omega)) + H(\omega,-\mu_s).H(\omega,\mu) - 1]$

- *Facteur de réflectance bi-directionnel (FRB)*

$$FRB(\Omega_s,\Omega) = \rho_{dd} = \frac{L(\Omega)}{L_{ref}(\Omega)} = \frac{\omega}{4}.\frac{1}{\mu-\mu_s}.[P(\Omega_s,\Omega.(1+b(\Omega_s,\Omega)) + H(\omega,-\mu_s).H(\omega,\mu) - 1] = \frac{\pi}{|\mu_s|}.r_{dd}$$

- *Réflectance directionnelle-hémisphérique* : $r_{dh} = \frac{E_1(\tau=0)}{E_s.|\mu_s|} = \frac{1-\gamma}{1-2.\gamma.\mu_s}$

- *Réflectance hémisphérique-directionnelle*

Soit un milieu composé de diffuseurs isotropes ($P(\Omega_i,\Omega)=1$) éclairé par une luminance isotrope $L(0,\Omega_i)$. L'effet "point chaud" est négligé ($b_o=0$), car l'éclairement est non directionnel.

$$L(0,\Omega) = \int_{2\pi^-} L(0,\Omega_i,\Omega).d\Omega_i = \int_0^{\pi/2} L(0,\Omega_i).\frac{\omega}{4\pi}.\frac{\mu_i}{\mu_i-\mu}.[H(\omega,-\mu_i).H(\omega,\mu_v)].2\pi.\sin\theta_i.d\theta_i$$

$$= \frac{\omega}{2}.L(0,\Omega_i).H(\omega,\mu_v).\int_0^{-1} [1 - \frac{\mu}{\mu-\mu_i}].H(\omega,-\mu_i).d\mu_i$$

$$= L(0,\Omega_i).\frac{\omega}{2}.H(\omega,\mu_v).[\int_0^1 H(\omega,t).dt - \mu_v.\int_0^1 \frac{H(\omega,t)}{\mu-t}.dt] = L(0,\Omega_i).\{(1-\gamma).H(\omega,\mu_v) - [H(\omega,\mu_v) - 1]\}$$

$$= L(0,\Omega_i).[1-\gamma.H(\omega,\mu_v)]$$

La réflectance hémisphérique-directionnelle est donc : $r_{hd}(\Omega) = \frac{L(0,\Omega)}{L(0,\Omega_i)} = 1 - \gamma.H(\omega,\mu_v) = \frac{1-\gamma}{1+2.\gamma.\mu_v}$

- *Réflectance bi-hémisphérique* : $r_{hh} = \frac{E\uparrow(0)}{E\downarrow(0)} = \frac{1-\gamma}{1+\gamma}$ (dérivé de la méthode des 2 flux)

Il est souvent intéressant, surtout lors de mesures expérimentales, d'utiliser les relations analytiques entre les réflectances présentées. Ainsi, $r_{dh}=r_{hd}$ si $\theta_v=\pi-\theta_s$ et $r_{hd}(\Omega_v)=\frac{2.r_{hh}}{1+2\mu_v+(1-2\mu_v).r_{hh}}$.

On a alors $r_{hd}=r_{hh}$ si $\theta_v=60°$ (*i.e.*, $\mu_v=0.5$), $r_{hd}>r_{hh}$ si $\theta_v>60°$ (*i.e.*, $\mu_v>0.5$), et $r_{hd}<r_{hh}$ si $\theta_v<60°$ (*i.e.*, $\mu_v<0.5$). En première approximation, si $r_{hh}\approx 0$, on a : $r_{hd}(\Omega_v)=\frac{2.r_{hh}}{1+2\mu_v}.[1-\frac{1-2\mu_v}{1+2\mu_v}.r_{hh}]$

• *Emissivité directionnelle*

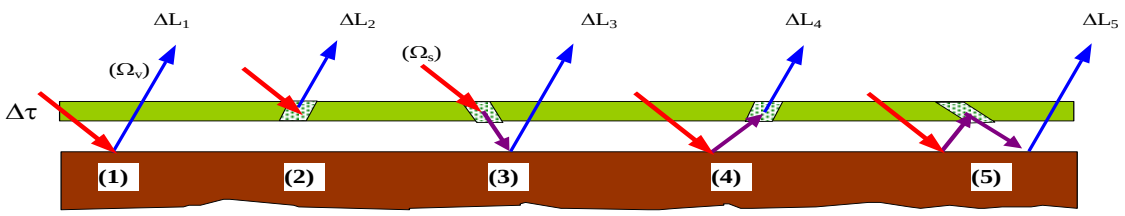
- Milieu de température constante ($L_{B1}=0$) : $\varepsilon_d(T=cste,\Omega)=\gamma.H(\omega,\mu)=\gamma.\frac{1+2.\mu_v}{1+2.\gamma.\mu_v}$.

- Milieu avec un grand facteur d'échelle de température H_B et $X_B=\alpha_e.H_B>>1$.
  On a alors $\frac{X_B}{X_B+\mu}.\gamma.H(\omega,X_B)\approx 1$. Sachant que $L_B(0)=L_{Bo}+L_{B1}$, on a $L(0,\Omega)=\varepsilon_d(T=cste,\Omega).L_B(0)$

• *Emissivité hémisphérique d'un milieu à température constante* ($L_{B1}=0$) : $\varepsilon_h(T=cste)=\frac{2.\gamma}{1+\gamma}$

II. Méthode d'Ambartsumian

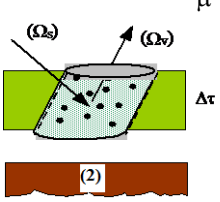
La méthode "2 flux + approximations successives" est approchée, même si les diffuseurs sont isotropes alors que la méthode d'Ambartsumian est exacte avec des diffuseurs isotropes. L'hypothèse de base de cette méthode est que la réflectance d'un milieu semi-infini ne change pas si une couche "fine" est rajoutée au dessus. Les diffuseurs sont supposés de symétrie azimutale. Du fait de la distribution homogène des diffuseurs la réflectance du milieu, $r_{dd}(\mu_s,\mu_v)$ ne dépend que des angles d'éclairement μ_s et d'observation μ_v. L'ajout d'une couche d'épaisseur optique $\Delta\tau=-\alpha.\Delta z$, assez faible pour négliger les interactions faisant intervenir $\Delta\tau$ à un ordre supérieur à 1, induit 5 modifications :



1.) <u>Atténuation - réflexion - atténuation</u>

$$L(\mu)=E_s.e^{-\Delta\tau.(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\mu_s})}.r(\mu_s,\mu)\approx E_s.[1-\Delta\tau.(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\mu_s})].r(\mu_s,\mu) \quad \text{où } r(\mu_s,\mu)=r_{dd}(\mu_s,\mu) \Rightarrow \Delta L_1(\mu)=-E_s.\Delta\tau.(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\mu_s})].r(\mu_s,\mu)$$

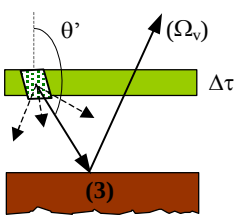
2.) <u>Diffusion ($\Omega_s\rightarrow\Omega$)</u> $\quad \Delta L_2(\mu)=E_s.N.\sigma.q_d.\frac{\Delta z}{\mu}.\frac{1}{4\pi}=E_s.\frac{\omega}{4\pi}.\frac{\Delta\tau}{\mu}$



3.) <u>Diffusion ($\Omega_s\rightarrow 2\pi^-$) - réflexion - (atténuation)</u>

La luminance diffusée selon (Ω') par la couche $\Delta\tau$ est $L(\Omega')=E_s.\frac{\omega}{4\pi}.\frac{\Delta\tau}{|\mu'|}$

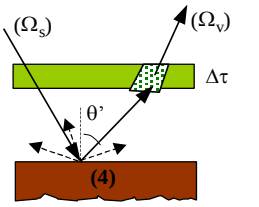
$$\Delta L_3(\mu)=\int_{2\pi^-} r(\mu',\mu).L(\Omega').d\Omega'=\int_{\phi'=0}^{2\pi}\int_{\theta'=\pi}^{\pi/2} r(\mu',\mu).E_s.\frac{\omega}{4\pi}.\frac{\Delta\tau}{|\mu'|}.\sin\theta'.d\theta'.d\phi'=E_s.\frac{\omega}{2}.\Delta\tau.\int_0^1 r(\mu',\mu).\frac{d\mu'}{\mu'}$$



4.) <u>(Atténuation) - Réflexion ($\Omega_s\rightarrow 2\pi^+$) - diffusion ($\Omega'\rightarrow\Omega$)</u>

La luminance réfléchie par le milieu est : $L(\Omega') = E_s.r(\mu_s,\mu')$

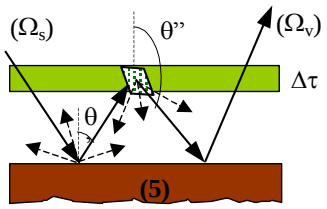
$$\Delta L_4(\mu) = \int_{2\pi^+} \frac{\omega}{4\pi}.\frac{\Delta\tau}{\mu}.L(\Omega').d\Omega' = \int_{\phi'=0}^{2\pi}\int_{\theta'=0}^{\pi/2} r(\mu_s,\mu').E_s.\frac{\omega}{4\pi}.\frac{\Delta\tau}{\mu}.\sin\theta'.d\theta'.d\phi' = E_s.\frac{\omega}{2}.\frac{\Delta\tau}{\mu}.\int_0^1 r(\mu_s,\mu').d\mu'$$



5.) (Atténuation) - Réflexion ($\Omega_s \rightarrow 2\pi^+$) - diffusion ($2\pi^+ \rightarrow 2\pi^-$) - réflexion ($2\pi^- \rightarrow \Omega$) - (atténuation)

La luminance réfléchie une première fois par le milieu est $L(\Omega') = E_s.r(\mu_s,\mu')$.

La couche réfléchit vers le bas la luminance : $L(\Omega'') = E_s.\frac{\omega}{4\pi}.\frac{\Delta\tau}{\mu''}.\int_{2\pi^+} r(\mu_s,\Omega').d\Omega'$



$$\Rightarrow \Delta L_5(\mu) = \int_{2\pi^+} L(\Omega'').r(\mu'',\mu).d\Omega'' = E_s.\omega.\pi.\Delta\tau.\int_0^1 r(\mu'',\mu).\frac{d\mu''}{\mu''}.\int_0^1 r(\mu_s,\mu').d\mu'$$

L'on doit avoir : $\Delta L_1(\mu) + \Delta L_2(\mu) + \Delta L_3(\mu) + \Delta L_4(\mu) + \Delta L_5(\mu) = 0$. Cette égalité implique :

$$\eta(-\mu_s,\mu) = [1 + \frac{\omega}{2}.\mu.\int_0^1 \frac{\eta(\mu',\mu)}{\mu'+\mu}.d\mu'].[1 + \frac{\omega}{2}.|\mu_s|.\int_0^{-1} \frac{\eta(-\mu',|\mu_s|)}{-\mu'+|\mu_s|}.d\mu'] \quad \text{avec } \eta(x,y) = \frac{\omega}{4\pi}.\frac{x+y}{x}.r(x,y)$$

Le 1er terme entre crochets ne dépendant que de μ, et le 2ème terme entre crochets que de μ_s, on a :

$$\eta(-\mu_s,\mu) = H(\omega,-\mu_s).H(\omega,\mu) \quad \text{avec } H(\omega,x) = 1 + \frac{\omega}{2}.x.H(\omega,x).\int_0^1 \frac{H(\omega,t)}{x+t}.dt$$

$$\Rightarrow \quad r(\mu_s,\mu) = \frac{\omega}{4\pi}.\frac{\mu_s}{\mu_s-\mu}.H(\omega,-\mu_s).H(\omega,\mu) \qquad (r(\mu_s,\mu)=r_{dd}=r_{dd}(\text{Hapke}) \quad \text{si } P(\Omega_s,\Omega)=1 \text{ et } b(\Omega_s,\Omega)=0)$$

Des expressions simplifiées de $H(\omega,\mu)$ et de ses moments d'ordre 0 (H_0) et d'ordre 1 (H_1) permettent de déterminer des expressions analytiques simples des réflectance du milieu. Ainsi :

- $H_0 = \int_0^1 H(\omega,t).dt = \frac{2}{1+\gamma}$.
- $H(\omega,x) \approx \left\{1 - [1-\gamma].x.\left[r_0 + (1-\frac{1}{2}.r_0 - x.r_0).\ln(\frac{1+x}{x})\right]\right\}^{-1}$ à mieux que 1%, avec $r_0 = 1-H_0 = \frac{1-\gamma}{1+\gamma}$.
- $H(\omega,x) \approx \frac{1+2.x}{1+2.\gamma.x}$ à environ 4% près, à partir de l'approximation précédente et de $x.\ln(\frac{1+x}{x}) \approx \frac{2.x}{1+x}$.
- $H(\omega,x) \approx H_0.\left[1+(1-H_0).(x-\frac{1}{2})\right] \quad \Rightarrow \quad H_1 = \int_0^1 t.H(\omega,t).dt \approx \frac{1}{1+\gamma}.\left[1+\frac{1}{6}.(1-H_0)\right] = \frac{7+5.\gamma}{6.(1+\gamma)^2}$

Par suite : $r_{hd}(\mu_v) = \int_{\varphi_s=0}^{2\pi}\int_{\mu_s=0}^{1} r_{dd}(\mu_s,\mu_v).d\mu_s.d\varphi_s = 1-\gamma.H(\omega,\mu_v) \approx \frac{1-\gamma}{1+2.\gamma.\mu_v}$ et $r_{dh}(\mu_s) = 1-\gamma.H(\omega,-\mu_s) \approx \frac{1-\gamma}{1+2.\gamma.\mu_s}$

et $r_{hh} = \int_{\varphi_s=0}^{2\pi}\int_{\mu_s=0}^{1} r_{dh}(\mu_s).d\mu_s.d\varphi_s = 1-2.\gamma.H_1 \approx \frac{1-\gamma}{(1+\gamma)^2}.\frac{3+2.\gamma}{3}$, soit en première approximation $r_{hh} \approx \frac{1-\gamma}{1+\gamma}$

L'application de la méthode d'Ambartsumian au rayonnement thermique donne :

$$\varepsilon_d(\mu_v) = \gamma.H(\omega,\mu_v) \approx \gamma.\frac{1+2.\mu_v}{1+2.\gamma.\mu_v} \quad \text{avec } H(\omega,x) \approx \frac{1+2.x}{1+2.\gamma.x} \quad \text{et} \quad \varepsilon_h = \int_{\varphi_s=0}^{2\pi}\int_{\mu_s=0}^{1} r_{dh}(\mu_s).d\mu_s.d\varphi_s = 2.\gamma.H_1 \approx \frac{2.\gamma}{1+\gamma}$$

Ces expressions vérifient bien la loi de Kirchhoff : $\varepsilon_d(\mu_v) = 1 - r_{hd}(\mu_v)$ et $\varepsilon_h = 1 - r_{hh}$.

III. Réflectance de milieux quelconques

• *Milieu comprenant une surface supérieure spéculaire*

La diffusion d'un milieu correspond alors à la superposition d'une réflexion spéculaire de surface et d'une diffusion de volume. La réflectance bi-directionnelle est :

$$r_{dd}(\theta_s,\theta_v,\phi_{sv}) = R(\theta_s).\delta(\theta_s-\theta_v).\delta(\phi_{sv}-\pi) + [1-R(\theta_s)].[1-R(\theta_v)].r(\theta'_s,\theta'_v,\phi_{sv})$$

où $R(\theta_s)$ est la réflectance de Fresnel, $r(\theta'_s,\theta'_s,\phi_{sv})$ est la réflectance diffuse du milieu, et θ'_s et θ'_v sont donnés par la loi de Snell : $\sin\theta_s=n.\sin\theta'_s$ et $\sin\theta_v=\sin\theta'_v$, où n est l'indice de réfraction du milieu.

Cette équation donne en fait une représentation simplifiée de la réalité :

- La composante spéculaire est supposée se propager selon la seule direction spéculaire. En fait, toute surface est plus ou moins rugueuse. Il faut donc prendre en compte la réflectance spéculaire sur chacune des facettes constituant la surface supérieure du milieu. Il en résulte un cône de réflexion spéculaire de largeur angulaire à peu près égale à 2 fois la pente moyenne de la surface supérieure.
- Aux petits angles de phase la réflectance est bien maximale pour la direction spéculaire. Par contre, pour les grands angles de phase, ce maximum survient pour un angle supérieur à celui de la direction spéculaire. Ceci est expliqué par le fait que les coefficients de Fresnel augmentent de manière non linéaire aux grands angles de phase, si bien que les surfaces qui contribuent le plus sont les surfaces associées l'angle d'incidence maximal possible. La direction spéculaire "maximale dépend donc de la distribution des facettes et de l'intensité des coefficients de Fresnel associés.
- La relation ne prend pas en compte les réflexions multiples entre la surface supérieure spéculaire et le milieu inférieur diffusant. Au premier ordre, cette composante est égale à $[1-R]^2.R.r^2$. Vu que R est faible, cette composante peut être négligée.

• *Diffuseurs présentant une orientation privilégiée*

Certains diffuseurs ont une orientation privilégiée ; *e.g.* poudre sous pression, végétation et sol sédimentaire où les processus de déposition ont privilégié une ou plusieurs directions. Soit un milieu comportant des diffuseurs plans de surface σ. La diffusion d'ordre 1 est calculée en considérant les sections efficaces moyennes σ_i et σ_e selon les directions Ω_s et Ω_v. La contribution due aux diffusions multiples est beaucoup moins sensible à la direction des diffuseurs ; elle peut donc être évaluée en considérant une distribution aléatoire des diffuseurs. En notant $\mu_i=\sigma_s/\sigma$ et $\mu_e=\sigma_v/\sigma$, on a donc :

$$r_{dd}(\theta_s,\theta_v,\phi_{sv}) = \frac{L(0,\Omega_s,\Omega_v)}{E_s} = E_s.\frac{\omega}{4\pi}.\frac{\mu_s/\mu_i}{\mu_s/\mu_i-\mu_v/\mu_e}.[P(\Omega_s,\Omega_v)+H(\omega,-\mu_s/\mu_i).H(\omega,\mu_v/\mu_e)-1]$$

Le fait de remplacer μ_s par μ_s/μ_i, et μ_v par μ_v/μ_e, est lié au fait que selon Ω_s et Ω_v l'épaisseur optique est $d\tau_s=\mu_i.\frac{d\tau}{\mu_s}=\frac{\mu_i}{\mu_s}.d\tau$ et $d\tau_v=\frac{\mu_e}{\mu_v}.d\tau$

<u>Cas d'un milieu foliaire</u> : il faut introduire l'effet "point chaud". On a : $b_o\approx1$, $\sigma=\pi.\langle a_e\rangle^2$ et $N_e=N$.

$\Rightarrow h=\frac{1}{2}.N_e.\langle\sigma_e\rangle.\langle a_e\rangle=\frac{N}{2}.\frac{\sigma_e^{3/2}}{\pi^{1/2}}$. Dans le cône angulaire du point chaud : $\mu_i\approx\mu$ et $\sigma_e\approx\sigma.\frac{\mu_i+\mu_v}{2}$.

• *Réflectance diffuse de "couche + milieu lambertien de réflectance r"*

Soit une couche de diffuseurs isotropes de densité effective N_e, de section géométrique σ, d'efficacité d'extinction q_e, et d'albédo de diffusion simple ω. On représente le rayonnement incident descendant par un flux isotrope de luminances L_s. L'éclairement de la couche est donc $\pi.L_s$. Son épaisseur optique est $\tau_o = \int_0^{-\infty}\alpha_e.dz = \int_0^{-\infty}N_e.\sigma_e.dz$. Si τ_o était infini, alors la réflectance diffuse serait : $r_\infty=\frac{1-\gamma}{1+\gamma}$ où $\gamma^2=1-\omega$.

La simulation du transport des luminances moyennes ascendantes $L_1(\tau)$ et descendantes $L_2(\tau)$ avec la méthode des 2 flux donne :

$$L_1(\tau) = \frac{1}{2}.[A.(1-\gamma).e^{-2.\gamma.\tau} + B.(1+\gamma).e^{2.\gamma.\tau}]$$

$$L_2(\tau) = \frac{1}{2}.[A.(1+\gamma).e^{-2.\gamma.\tau} + B.(1-\gamma).e^{2.\gamma.\tau}]$$

Les conditions aux limites permettent le calcul des constantes A et B.

La réflectance et transmittance d'un milieu de diffuseurs anisotropes peuvent être obtenues à partir de la réflectance et transmittance d'un milieu de diffuseurs isotropes en utilisant les équations de similarité ($\omega \leftrightarrow \omega^*$ et $\gamma \leftrightarrow \gamma^*$).

Examinons le cas d'une couche (τ_o) au-dessus d'un milieu de réflectance diffuse r ; *e.g.* atmosphère au-dessus d'un sol ou bien couvert de neige au-dessus d'un sol.

- sommet de la couche (τ_o) : $L_1(0) = \frac{1}{2}.[A.(1-\gamma) + B.(1+\gamma)]$

- bas de la couche (τ_o) : $L_1(\tau_o) = r.L_2(\tau_o)$

$$\Rightarrow \quad A = \frac{2.L_s}{1+\gamma}.\frac{1 - r_\infty.r}{(1-r_\infty.r) + r_\infty.(r-r_\infty).e^{-4.\gamma.\tau_o}} \quad \text{et} \quad B = \frac{2.L_s}{1+\gamma}.\frac{r_\infty.(r-r_\infty).e^{-4.\gamma.\tau_o}}{(1-r_\infty.r) + r_\infty.(r-r_\infty).e^{-4.\gamma.\tau_o}} \quad \text{avec} \quad r_\infty = \frac{1-\gamma}{1+\gamma}$$

La réflectance diffuse totale est donc : $r_{hh} = \frac{\pi.L_1(0)}{\pi.L_s} = r_\infty.\frac{1 + \frac{1}{r_\infty}.\frac{r-r_\infty}{1-r_\infty.r}.e^{-4.\gamma.\tau_o}}{1 + r_\infty.\frac{r-r_\infty}{1-r_\infty.r}.e^{-4.\gamma.\tau_o}}$

La transmittance diffuse de la couche (τ_o) est : $t_{hh} = \frac{\pi.L_2(\tau_o)}{\pi.L_s} = \frac{1 + r_\infty.\frac{r-r_\infty}{1-r_\infty.r}.e^{-2.\gamma.\tau_o}}{1 + r_\infty.\frac{r-r_\infty}{1-r_\infty.r}.e^{-4.\gamma.\tau_o}}$

On a bien : $\tau_o \to \infty \Rightarrow r_{hh} \to r_\infty$ et $\tau_o \to 0 \Rightarrow r_{hh} \to r$

Remarques : - le cas d'une couche isolée est représenté par les expressions de r_{hh} et t_{hh} si r=0.

- pour une couche constituée de diffuseurs dans un milieu autre que le vide, il faut tenir compte des réflectances et transmittances internes et externes aux interfaces.

- *Réflectance directionnelle d'un milieu à 2 couches*

Soit une couche (τ_o) de diffuseurs (ω_o, $p_o(\Omega_s,\Omega_v)$, $\alpha_{e,o}$) au dessus d'une couche épaisse de diffuseurs (ω_1, $p_1(\Omega_s,\Omega_v)$, $\alpha_{e,1}$). L'altitude de l'interface entre les couches est z_o. Le milieu est éclairé par une source directionnelle (E_s, θ_s). De même que précédemment, la luminance selon Ω_v peut être déterminée de manière exacte pour ce qui est de la diffusion d'ordre 1 et avec la méthode des 2 flux, en supposant les diffuseurs isotropes, pour ce qui est des diffusions d'ordre multiple.

$$L(z=0,\Omega) = \int_0^\infty [E_s.e^{-\frac{\tau}{\mu_s}}.\omega(\tau).\frac{P}{4\pi}(\tau,\Omega_s,\Omega) + \omega(\tau).\int_{4\pi} L(z,\Omega').\frac{P}{4\pi}(\tau,\Omega',\Omega).d\Omega'].e^{-\frac{\tau}{\mu}}.\frac{d\tau}{\mu}$$

avec $\tau < \tau_o$: $\omega(\tau)=\omega_1$ et $P(\tau,\Omega_s,\Omega_v)=P_1(\Omega_s,\Omega_v)$

$\tau > \tau_o$: $\omega(\tau)=\omega_2$ et $P(\tau,\Omega_s,\Omega_v)=P_2(\Omega_s,\Omega_v)$

On utilise l'approximation : $\int_{4\pi} L(z,\Omega').P(\Omega',\Omega).d\Omega' \approx 4\pi.\mathcal{L}(\tau)$

avec : $\frac{1}{2}.\frac{d\Delta\mathcal{L}(\tau)}{d\tau} = (1-\omega).\mathcal{L}(\tau) - E_s.e^{-\frac{\tau}{\mu_s}}.\frac{\omega}{4\pi}$ et $\frac{1}{2}.\frac{d\mathcal{L}(\tau)}{d\tau} = \Delta\mathcal{L}(\tau)$

$\Rightarrow$ $\tau < \tau_o$: $\mathcal{L}(\tau) = A_1.e^{-2.\gamma_1.\tau} + B_1.e^{2.\gamma_1.\tau} + C_1.e^{\tau/\mu_s}$

$\tau > \tau_o$: $\mathcal{L}(\tau) = A_2.e^{-2.\gamma_2.\tau} + B_2.e^{2.\gamma_2.\tau} + C_2.e^{\tau/\mu_s}$

Les constantes A_1, B_1, C_1, A_2, B_2 et C_2 sont déterminées avec les conditions aux limites : éclairement incident sur la couche supérieure, continuité des flux entre les 2 couches, et non infinitude de la luminance dans la couche inférieure si $\tau \to \infty$.

Annexe 3 : SONDAGE ATMOSPHERIQUE

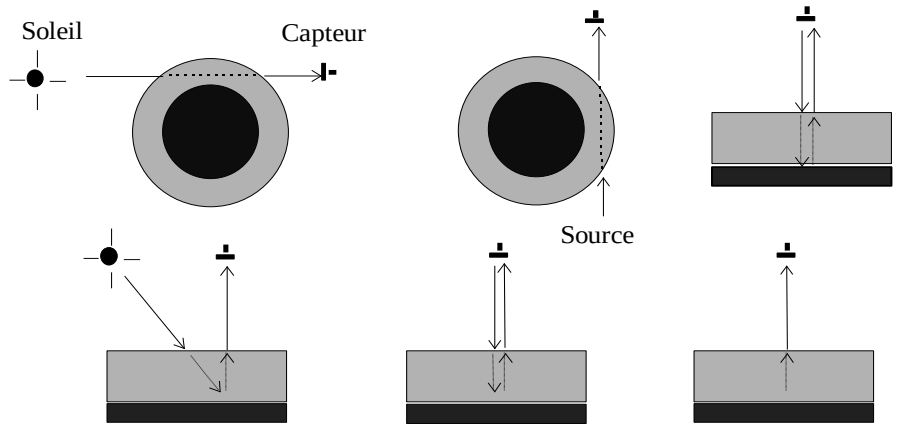
Il existe 3 grandes catégories d'observation atmosphérique :

(1) Occultation. Mesure des modifications induites par l'atmosphère sur un signal de caractéristiques connues. La source du signal peut être le soleil (a), une étoile, ou une source artificielle (b,c) telle qu'un transmetteur radio ou micro-onde. Cette approche correspond en général à l'étude du limbe.

(2) Diffusion. La source utilisée peut être naturelle (d) ou artificielle (e). Il s'agit de mesurer les caractéristiques de l'onde diffusée dans une ou plusieurs directions.

(3) Emission. La source est l'atmosphère.

Les différentes techniques d'étude de l'atmosphère ont pour but la mesure des variations spatio-temporelles des propriétés atmosphériques, en particulier le profil des températures, la nature et concentration des constituants, la pression, le vent, et le profil des densités.



Différentes configurations pour l'étude de l'atmosphère.

I. Introduction

• Profil des Températures

Si un détecteur mesure le rayonnement émis par des gaz dont la distribution est bien connue, comme par exemple le dioxyde de carbone ou l'oxygène, alors la luminance enregistrée peut permettre de déterminer le profil des températures atmosphériques. En effet le terme source thermique d'une couche atmosphérique dz est $\alpha_a.L_B(\nu,T(z))$. Au premier abord, il semble que seule la température moyenne puisse être obtenue puisque la luminance mesurée provient de l'ensemble des couches de l'atmosphère. En fait, la mesure de la variation de la luminance en fonction de la fréquence au voisinage d'une raie spectrale permet de déterminer le profil des températures.

La contribution des couches supérieures de l'atmosphère est très faible car la densité (*i.e.* le nombre de particules qui émettent de l'énergie) est faible. Plus l'altitude d'une couche atmosphérique est faible et plus importante est sa contribution, car la densité des "sources" augmente. Cependant, plus la couche est basse et plus importante est l'atmosphère devant être traversée. Les couches les plus basses peuvent donc faiblement contribuer au signal observé au-dessus de l'atmosphère si les couches supérieures sont optiquement très épaisses. Il existe donc une altitude dite optimale, associée à une certaine combinaison de "densité des sources et "atténuation au-dessus de cette altitude", telle que la couche située à cette altitude soit celle qui contribue le plus au signal observé. Si l'épaisseur optique change, alors l'altitude de la contribution maximale change. Donc, si l'on mesure la luminance à un nombre de fréquences voisines pour lesquelles l'épaisseur optique varie beaucoup (*i.e.* au voisinage d'une bande d'absorption), l'altitude de la contribution maximale va varier, permettant donc la mesure de la température à différentes altitudes. Cette approche nécessite évidemment la connaissance de la distribution spatiale des "sources".

De manière à obtenir un profil de température précis, la bande d'absorption utilisée doit être telle que :

- La source est de composition connue, et si possible cette composition est la même dans toute l'atmosphère. C'est le cas des molécules de dioxyde de carbone et d'oxygène jusqu'à 100km d'altitude. Les bandes les plus utilisées sont la raie à 60GHz de l'oxygène, et les bandes à 15µm et 3.4µm du dioxyde de carbone.
- La bande d'absorption considérée ne doit pas intercepter les bandes d'absorption d'autres constituants atmosphériques. Les bandes précitées satisfont cette condition.
- Il doit y avoir un équilibre thermodynamique de manière à pouvoir utiliser la loi de Planck. Ceci est habituellement le cas dans les premiers 80km de l'atmosphère terrestre.
- La longueur d'onde utilisée doit être suffisamment longue de manière à ce que les ondes diffusées soient négligeables devant les ondes émises. C'est le cas dans les parties micro-ondes, millimétriques et infrarouge thermique du spectre.

- **Composition de l'atmosphère**

L'identification des types de constituants atmosphériques présents est en général basée sur la détection d'une ou plusieurs raies spectrales d'absorption caractéristiques de ces constituants. La détermination de leur abondance requiert une analyse plus fine qui est basée sur le fait que la largeur d'une raie spectrale est généralement liée à la densité et donc à la pression de ces constituants. Cette approche nécessite la connaissance des pressions et températures locales. Une fois la température obtenue à partir de la luminance d'un constituant dont la composition est homogène, il est possible de déterminer les profils des concentrations. Les raies spectrales utilisées doivent satisfaire l'ensemble des conditions mentionnées dans le paragraphe ci-dessus, à l'exception de la première qui est spécifique à la détermination du profil des températures.

- **Mesure de Pressions**

L'absorption d'une colonne atmosphérique est très liée à la masse des constituants de la colonne, surtout au voisinage des raies spectrales des constituants. Pour un constituant de composition homogène (*e.g.* O_2) sur l'ensemble de la colonne, sa masse totale est directement proportionnelle à la pression de surface. La pression de surface peut donc être obtenue à partir de l'absorption, mesurée sur l'ensemble d'une colonne atmosphérique, d'un gaz de composition homogène.

- **Mesures de densité**

La réfractivité $(n-1).10^{-6}$ de l'atmosphère étant proportionnelle à la densité de l'atmosphère, le profil des densités peut être dérivé du calcul du profil de la réfractivité ; *e.g.* avec la mesure de la réfraction de signaux de communication radios, les satellites étant occultés par l'atmosphère.

- **Mesures du vent**

La technique la plus simple pour mesurer le vent est d'utiliser une série temporelle de photographies de nuages. On obtient alors le champ des vents à la hauteur des nuages. La détermination du champ des vents à d'autres altitudes est basée sur le fait que toute molécule en mouvement a ses raies spectrales décalées par l'effet Doppler. Le décalage Doppler est :

$$\Delta\nu = \frac{V}{\lambda}.\cos\theta$$

où λ est la longueur d'onde, et $V.\cos\theta$ la vitesse de la molécule le long de l'axe d'observation. La détermination précise du centre d'une raie spectrale d'absorption d'un constituant connu, suivi de la comparaison avec la position de cette raie dans le cas statique, permet le calcul d'une des composantes de la vitesse. Ainsi, une molécule de carbone en déplacement le long de la direction d'observation avec une vitesse de 1m/s, décale la bande 15µm de 66,7kHz ($\approx 5.10^{-14}$ m), ce qui est faible mais mesurable. L'utilisation de la raie de l'oxygène à 60GHz ($\approx 5.10^{-3}$ m) donne un décalage de 200Hz ($\approx 1.7.10^{-11}$ m).

Une autre technique utilisée pour la mesure du vent est basée sur l'effet Doppler induit sur une onde artificielle (laser, radar). Avec une source embarquée l'effet Doppler est :

$$\Delta\nu = \frac{2V}{\lambda}.\cos\theta.$$

II. OBSERVATION DE L'ATMOSPHERE DANS LES HYPERFREQUENCES

Les détecteurs passifs sont employés pour mesurer l'émission thermique, ce qui permet de déterminer le profil des températures et la distribution de quelques constituants atmosphériques tels que l'eau. Les détecteurs micro-ondes actifs permettent la cartographie des zones de précipitation et la mesure des pressions de surface. Les techniques d'occultation permettent l'obtention du profil de la densité atmosphérique. Un des principaux avantages des micro-ondes est leur insensibilité à la présence de nuages.

- **Interactions hyperfréquences des gaz atmosphériques**

L'interaction micro-onde des gaz atmosphériques comprend 2 principaux types de mécanismes :

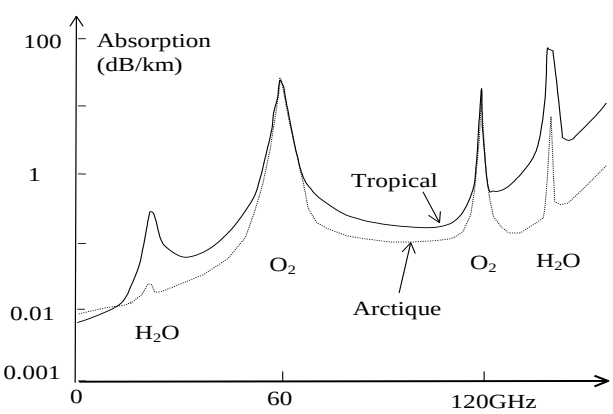
- Mécanismes résonants : ils sont en général associés à des bandes spectrales étroites qui correspondent à des transitions entre niveaux d'énergie de rotation moléculaire,
- Mécanismes non résonants : ils mettent en jeu l'ensemble des propriétés du gaz ; les vitesses de propagation des ondes résultantes sont inférieures à la vitesse de la lumière dans le vide. Le phénomène de réfraction en découle. D'autre part il existe aussi un type d'absorption dit continue.

Un certain nombre de molécules atmosphériques ont des raies spectrales dans le domaine des micro-ondes. Les principales sont la vapeur d'eau et l'oxygène. La vapeur d'eau a des raies de rotation à 22.335GHz (13.4mm) et 183.3GHz (1.63mm). L'oxygène a une série de raies de rotation dans une bande dont le pic est à 60GHz (5mm) et une raie simple à 118.75GHz (2.52mm). Le fait que l'oxygène est mélangé de manière homogène dans l'atmosphère permet d'utiliser ses raies spectrales pour déterminer le profil des températures. D'autre part, l'ozone a des raies spectrales au-dessous de 100GHz (3mm), mais ces raies sont faibles comparées à celles de H_2O et O_2.

Une absorption des micro-ondes existe dans les régions spectrales comprises entre les raies. Elle est liée au fait (1) que les courbes d'absorption associées aux raies spectrales sont élargies à leur base, et aux (2) interactions non résonantes qui transforment une partie de l'énergie radiative interceptée en chaleur. La figure suivante représente l'opacité atmosphérique de 2 atmosphères : atmosphère tropicale (300K) humide (4g/cm² d'eau précipitable) et arctique (249K avec 0,2g/cm² d'eau précipitable). Il existe une forte absorption même en dehors des raies spectrales. L'absorption de type continu joue un rôle important.

L'émission micro-onde des gaz atmosphériques suit l'approximation "Rayleigh-Jeans" de la loi de Planck ($h\nu << k.T$). Ainsi, l'émittance d'un corps noir est :

$$L_B(\nu,T) = \frac{2k.T.\nu^2}{c^2}$$



Opacité atmosphérique.

Atmosphère tropicale (300K) humide (4g/cm² d'eau précipitable) et arctique (249K avec 0.2g/cm² d'eau précipitable).

- **Principe d'observation**

Considérons un détecteur observant une atmosphère plane parallèle d'épaisseur dz à l'altitude z. La luminance émise par cette couche est :

$$\Delta L = \alpha_B(\nu,z).L_B(\nu,T).dz \qquad \text{où} \quad \alpha(\nu,z) \approx \alpha_a(\nu,z) = \alpha_B(\nu,z) = \varepsilon_B(\nu,z).\alpha_e(\nu,z)$$

Lors de sa propagation vers le capteur l'onde émise par la couche dz est partiellement absorbée par les couches atmosphériques supérieures. La luminance effectivement observée par le capteur est :

$$\Delta L_a = \Delta L.\exp[-\tau(\nu,z)]$$

où $\tau(\nu,z)$ est l'épaisseur optique de l'atmosphère au-dessus de z, soit $\tau(\nu,z) = \int_z^{\infty} \alpha(\nu,\xi).d\xi$

La luminance atmosphérique totale est donc :

$$L_a(\nu) = \int_0^{\infty} \alpha_B(\nu,z).L_B(\nu,T(z)).\exp[-\tau(\nu,z)].dz \quad \text{avec } \alpha_B(\nu,z) = \alpha(\nu,z)$$

Le capteur observe la luminance spectrale totale : $L_t(\nu) = L_a(\nu) + L_{sol}(\nu).\exp[-\tau_o(\nu)]$

où $L_{sol}(\nu)$ est la luminance spectrale du sol, et $\tau_o(\nu)$ est l'épaisseur optique atmosphérique.

L'approximation de Rayleigh-Jeans relie la température de brillance $T_t(\nu)$ à la luminance mesurée : $L_t(\nu) \approx \frac{2k.\nu^2}{c^2}.T_t(\nu)$. par suite, on a :

$$T_t(\nu) = T_a(\nu) + T_{sol}(\nu).\exp[-\tau_o(\nu)] \quad \text{avec} \quad T_a(\nu) = \int_0^{\infty} \alpha(\nu,z).T(z).\exp[-\int_z^{\infty} \alpha(\nu,\xi).d\xi].dz$$

$T_{sol}(\nu)$ = température de brillance de la surface terrestre (≈ température x émissivité $\varepsilon_{sol}(\nu)$).

$$\Rightarrow T_a(\nu) = \int_0^{\infty} W(\nu,z).T(z).dz \quad \text{avec la fonction de poids } W(\nu,z) = \alpha(\nu,z).\exp[-\int_z^{\infty} \alpha(\nu,\xi).d\xi]$$

La température observée est donc égale à l'intégrale du profil de la température réelle multipliée par une fonction de poids $W(\nu,z)$. Le comportement de $W(\nu,z)$ est illustré par la figure ci-jointe. L'objectif est de dériver des mesures le profil T(z). Pour cela, la fonction poids doit prendre un maximum local prononcé pour toute altitude pour laquelle on veut déterminer la température.

- **Mesure du Profil des Températures**

Afin d'obtenir le profil des températures de la basse atmosphère, la température de brillance est observée autour de la raie ou bande spectrale d'un gaz atmosphérique de composition connue N(z). Le cas le plus simple consiste à choisir un gaz mélangé de manière uniforme dans toute l'atmosphère (*e.g.*, O_2). Ainsi, la connaissance du profil de la densité atmosphérique donne N(z).

Dans les micro-ondes l'élargissement spectral dû au bruit thermique (effet Doppler) est négligeable devant l'élargissement causé par l'effet de la pression. D'autre part la variation avec l'altitude de l'élargissement Doppler est beaucoup plus faible que la variation de l'élargissement causé par l'effet de pression. Le fait de travailler à des fréquences ν voisines de la fréquence centrale de la raie d'absorption mais situées en dehors de l'intervalle $[\nu-\Delta\nu_D \;\; \nu+\Delta\nu_D]$ permet donc de considérer qu'à ces fréquences l'élargissement est uniquement causé par l'effet de pression.

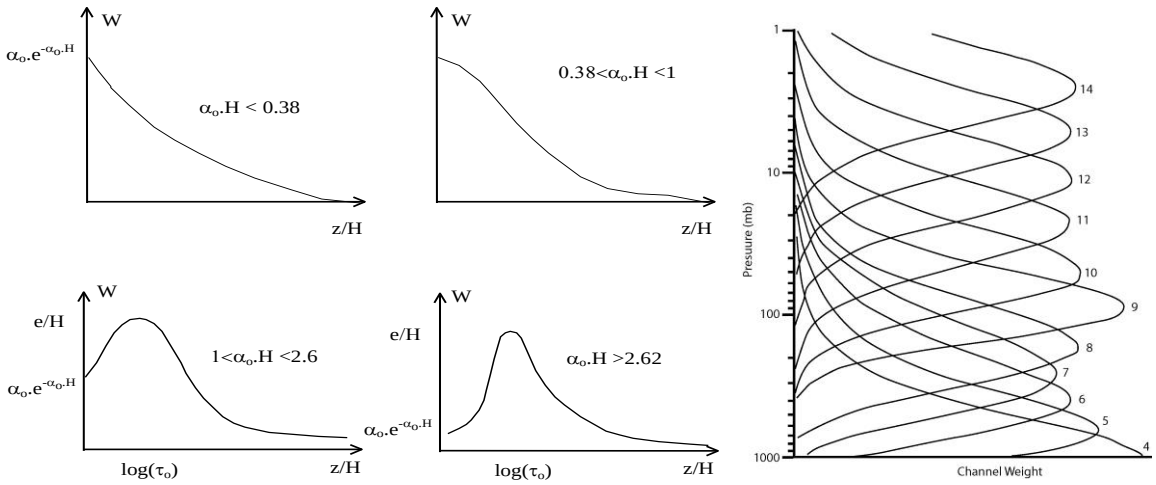
Le coefficient d'absorption $\alpha_a(z)$ d'un milieu est proportionnel au produit de la densité $N_c(z)$ des particules absorbantes par la section efficace $\sigma_a(\nu)$.

- Au voisinage de la raie ($\nu \approx \nu_o$) : $k(\nu) = \frac{\partial\sigma_a}{\partial\nu} \approx \frac{A}{\pi}.\frac{1}{\Delta\nu_L}(m^2.Hz^{-1}) \Rightarrow \alpha(z) \equiv \frac{N_c(z)}{\Delta\nu_L} \equiv \frac{N_c(z)}{N_a(z)}$ car $\Delta\nu_L \equiv N_a(z$. Pour un gaz mélangé de manière uniforme ce rapport, et donc α_a, ne dépend pas de l'altitude z.
- Loin de la raie centrale ($\nu-\nu_o >> \Delta\nu_L$) : $\alpha(z) \equiv N_c(z).\Delta\nu_L.(\nu-\nu_o)^{-2} \equiv N_c(z).N_a(z).(\nu-\nu_o)^{-2}$. Dans le cas d'un gaz mélangé de manière homogène, ce produit est proportionnel au carré de $N_c(z)$ ou $N_a(z)$.

Considérons le cas simple suivant : $\alpha(\nu,z)$ est proportionnel à $N_a(z)$. Par suite : $\alpha(\nu,z)=\alpha_o(\nu).\exp[-z/H]$ et

$$T_a(\nu) = \alpha_o(\nu).\int_0^{\infty} T(z).\exp[-\frac{z}{H}].\exp[-\alpha_o(\nu)\int_z^{\infty} \exp(-\frac{\xi}{H}).d\xi].dz = \alpha_o(\nu).\int_0^{\infty} T(z).\exp[-\frac{z}{H}-\alpha_o(\nu).H.\exp(-\frac{z}{H})].dz$$

$$\Rightarrow T_a(\nu) = \alpha_o(\nu).\int_0^{\infty} W(\nu,z).T(z).dz \quad \text{où } W(\nu,z) = \alpha_o(\nu).\exp[-\frac{z}{H}-H.\alpha_o(\nu).\exp(-\frac{z}{H})]$$



Fonctions W(ν,z). a) Cas d'une décroissance exponentielle du coefficient d'absorption $\alpha_a(\nu,z)=\alpha_o(\nu).e^{-z/H}$, pour différentes valeurs de $\alpha_o.H$. b) Canaux 4 à 14 du sondeur hyperfréquence AMSU

On en déduit les conclusions suivantes :

- le signal mesuré provient d'une région limitée (intervalle d'altitudes) de l'atmosphère,
- la région $z=z_o$ où la contribution est maximale ($\frac{dW(z_o)}{dz}=0$) varie avec $\alpha_o(\nu).H$; on a $z_o(\nu) = H.\log[\alpha_o(\nu).H$ si $\alpha_o(\nu).H \geq 1$. Dans ce cas : $\tau(z_o) = \alpha_o(\nu).H.\exp[-\frac{z_o}{H}] = 1$.

La mesure de températures de brillance à différentes fréquences correspond à une forte variabilité de $\alpha_o(\nu).H$, si bien que le pic de la fonction de poids couvre une large gamme d'altitudes. Cette approche est en général réalisée avec des fréquences d'observation choisies de part et d'autre d'une raie spectrale.

- $\alpha(\nu,z)$ est proportionnel au carré de $N_a(z)$

C'est le cas de l'oxygène pour des observations aux basses altitudes et loin de la fréquence centrale de la raie d'absorption. On utilise en général la bande [55GHz 65GHz] centrée sur 60GHz. Dans le cas d'une atmosphère "exponentielle", α est proportionnel à exp[-2z/H]. Il convient alors de remplacer H par H/2 dans l'étude précédente de $T_a(\nu)$. Aux hautes altitudes l'effet Zeeman (séparation de raies dégénérées) devient dominant, ce qui complique beaucoup les analyses.

- $\alpha(\nu,z)$ est proportionnel à $N_a(z)$ et décroît de manière linéaire avec l'altitude

$$\alpha(\nu,z) = \alpha_o(\nu).(1-z/H) \quad \text{pour } z<H \quad \text{et } \alpha(\nu,z) = 0 \quad \text{pour } z>H$$

- **Mesure du profil des densités**

Considérons que le profil des températures est connu et supposons que l'on cherche à déterminer le profil des densités du composant atmosphérique "vapeur d'eau" à partir de fréquences d'observation situées au voisinage de 22GHz et dans des régions spectrales proches où l'atmosphère est semi transparente. Le coefficient d'absorption α (m^{-1}) de la vapeur d'eau au voisinage de 22GHz est :

$$\alpha(z,\nu) = \rho(z).f(T,P,\nu)$$

$$\text{avec } f(T,P,\nu) \approx \frac{\nu^2.\Delta\nu}{T^{3/2}} . [\frac{718.e^{-644/T}}{T} . \frac{1}{(\nu-\nu_o)^2+4\nu^2.\Delta\nu^2} + 2.7\ 10^{-6}] \qquad (m^2.g^{-1})$$

ρ : densité de vapeur d'eau (g/m^3),

P : pression (bars)

T : température (K)

ν_o = 22.235 GHz et $\Delta\nu \approx 2.6.P.(318/T)^{0.6}$ GHz,

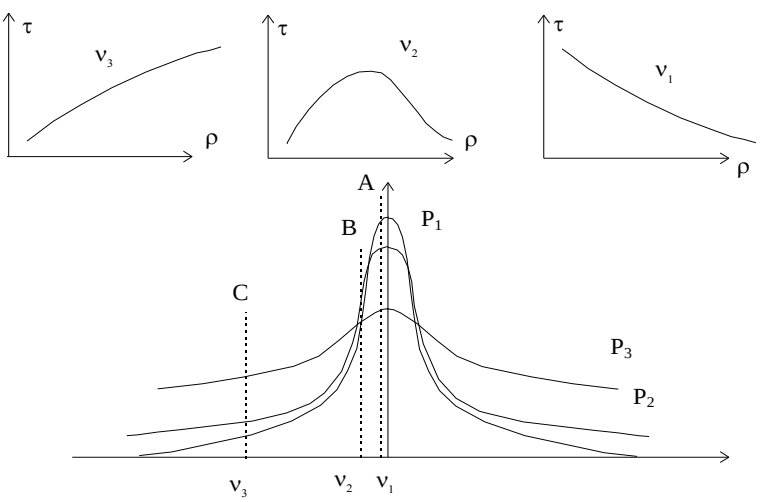
L'opacité atmosphérique totale est donc : $\tau(\nu) = \int_0^{\infty} \rho(z).f(T(z),P(z),\nu).dz$

f(z,ν) agit donc comme une fonction de poids. L'opacité totale peut être calculée en mesurant l'atténuation d'une source connue telle que le soleil, ou bien en observant l'émission d'une surface dont la température est connue ou facilement mesurable.

Le comportement de la fonction de poids selon la pression dépend de la valeur de la fréquence d'observation par rapport au centre de la raie d'absorption. Trois types de variation sont observés. Ainsi, pour une concentration de vapeur d'eau donnée, on constate que :

* Près du centre (position A) de la raie le coefficient d'absorption croît si la pression diminue. La fonction de poids augmente donc avec l'altitude.
* Loin du centre (position C) de la raie le coefficient d'absorption augmente si la pression croît. La fonction de poids décroît donc avec l'altitude.
* Dans la position intermédiaire (B) le coefficient d'absorption augmente puis décroît avec la pression.

Il peut être montré que pour une fréquence ν la forme du coefficient d'absorption implique que la plupart de l'émission / absorption survient à une altitude spécifique. L'observation de l'atmosphère à plusieurs fréquences autour de la raie centrale d'absorption d'un élément atmosphérique permet donc d'estimer son profil atmosphérique. Le profil des températures doit cependant être connu au préalable, car la fonction f, et donc le coefficient d'absorption, dépendent de la température.



Variation avec la pression, du coefficient d'absorption d'une raie "Lorentz".

3 pressions ($P_1 > P_2 > P_3$). On peut prendre par exemple : ν_1=22.23GHz, ν_2=21.9GHz et ν_3=19GHz.

• Observation depuis la surface terrestre

Il a été considéré jusqu'à présent des capteurs embarqués. Dans le cas d'observations depuis la surface terrestre, l'épaisseur atmosphérique depuis le sol jusqu'à une altitude z est :

$$\tau(\nu,z) = \int_0^{z} \alpha(\nu,\xi).d\xi$$

La température de brillance de l'atmosphère observée depuis la surface terrestre est :

$$T_a(\nu) = \int_0^{\infty} \alpha(\nu,z).T(z).\exp[-\int_0^{z} \alpha(\nu,\xi).d\xi].dz$$

En considérant à nouveau le cas d'une atmosphère "exponentielle" et un coefficient d'absorption proportionnel à la densité, la fonction de poids de la température est alors :

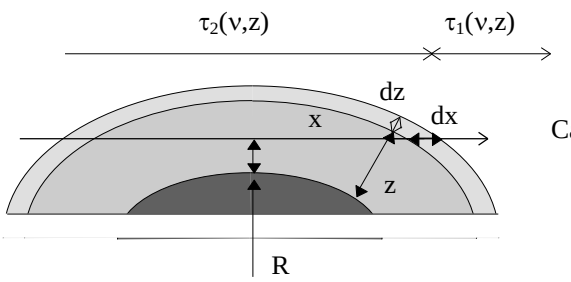
$$W(\nu,z) = \alpha_o(\nu).\exp[-\frac{z}{H}-\tau_m(\nu)+\tau_m(\nu).\exp(-\frac{z}{H})]$$

Il s'avère que les couches atmosphériques inférieures sont celles dont la contribution est la plus importante car ces couches sont les plus denses et de plus subissent les plus faibles atténuations.

De même que dans le paragraphe précédent, la dépendance de α avec la densité des composants atmosphériques peut conduire à la détermination de ceux ci

- **Observation du Limbe**

L'observation du limbe permet d'effectuer des mesures fines dans le cas d'une atmosphère ténue. En effet cette géométrie d'acquisition conduit à d'importantes épaisseurs optiques, ce qui est très intéressant pour étudier des éléments trace tels que CO, NO, N_2O et ClO. Les raisonnements précédents conduisent au calcul de fonctions de poids ; il faut évidemment tenir compte de la configuration géométrique.



Observation satellite du limbe.

L'émittance d'une couche atmosphérique (corps noir) dx est : $\Delta L_B = \alpha(\nu,z).L_B(\nu,T).dx$

$$x = \sqrt{(z+R)^2-(h+R)^2} \quad \Rightarrow \quad dx \approx \frac{z+R}{\sqrt{(z+R)^2-(h+R)^2}}.dz = g(z,h).dz \quad \text{avec } g(z,h) = \frac{z+R}{\sqrt{(z+R)^2-(h+R)^2}}.$$

Soit $\Delta L_B = \alpha(\nu,z).L_B(\nu,T).g(z,h).dz$

h est l'altitude tangente et R est le rayon de la Terre.

La luminance spectrale effectivement observée par le capteur est :

$$\Delta L_a = \Delta L_B.[\exp\{-\tau_1(\nu,z)\} + \exp\{-\tau_2(\nu,z)\}]$$

avec $\tau_1(\nu,z) = \int_z^{\infty} \alpha(\nu,\xi).g(h,\xi).d\xi$

$$\tau_2(\nu,z) = \int_z^{h} \alpha(\nu,\xi).g(h,\xi).d\xi + \int_h^{\infty} \alpha(\nu,\xi).g(h,\xi).d\xi$$

Le premier terme correspond à l'élément de la couche atmosphérique la plus rapprochée du capteur. Le deuxième terme correspond à l'élément de la couche atmosphérique la plus éloignée du capteur.

La luminance spectrale totale est donc :

$$L_a(\nu) = \int_h^{\infty} \alpha(\nu,z).L_B(\nu,T(z)).g(z,h).[\exp\{-\tau_1(\nu,z)\} + \exp\{-\tau_2(\nu,z)\}].dz$$

La température de brillance correspondante est :

$$T_a(\nu,h) = \int_h^{\infty} \alpha(\nu,z).T(z).g(z,h).[\exp\{-\tau_1(\nu,z)\} + \exp\{-\tau_2(\nu,z)\}].dz$$

$$\Rightarrow \qquad T_a(\nu,h) = \int_h^{\infty} W(\nu,h,z).T(z).dz$$

$W(\nu,h,z) = \alpha(\nu,z).g(z,h).[\exp\{-\tau_1(\nu,z)\} + \exp\{-\tau_2(\nu,z)\}]$ pour $z>h$

$W(\nu,h,z) = 0$ pour $z<h$

- **Notions d'inversion**

Les détecteurs hyperfréquences mesurent les énergies rayonnées par des couches atmosphériques à différentes altitudes, caractérisées par différentes valeurs de la fonction de poids. De manière à déterminer les profils de température et densité il convient d'appliquer des méthodes d'inversion. Leur principe est introduit ici à l'aide de l'exemple suivant :

$$T_a(\nu) = \int_0^{\infty} W(\nu,z).T(z).dz$$

Divisons l'atmosphère en N couches isothermes d'égales épaisseur Δz. La ième couche est centrée en z_i et a la température T_i. Nous avons donc :

$$T_a(\nu) = \sum_{i=1}^{N} W(\nu,z_i).T_i.\Delta z$$

Si la température est mesurée pour M fréquences ν_m, alors :

$$T_{am} = \sum_{i=1}^{N} W_{mi}.T_i$$

soit $[T_a] = [W].[T]$

$[T_a]$: vecteur colonne de M éléments; températures de brillance.

$[W]$: matrice M x N éléments; fonctions de poids pour la fréquence ν_m et l'altitude z_n.

$[T]$: vecteur colonne de N éléments ; ce sont les inconnues.

De manière à pouvoir résoudre le système il convient d'avoir $N \leq M$.

La solution est donnée par : $[T] = ([W]^t.[W])^{-1}.[W]^t.[T_a]$

En fait on considère souvent que le profil des températures peut être écrit sous la forme :

$$T(z) = \sum_{j=1}^{J} A_j.F_j(z)$$

où les $F_j(z)$ sont des expressions mathématiques (approximation / interpolation) connues à priori et où les A_j sont les inconnues. L'on a donc alors :

$$T_a(\nu) = \sum_{j=1}^{J} A_j.\int_0^{\infty} W(\nu,z).F_j(z).dz = \sum_{j=1}^{J} A_j.H_j(\nu)$$

De la même manière que ci-dessus des mesures effectuées dans un certain nombre de fréquences permettent la détermination des A_j.

Les méthodes mentionnées ci-dessus n'étant pas entièrement satisfaisantes, il a été nécessaire de développer des techniques qui s'appuient sur une connaissance à priori du profil atmosphérique.

- **Pressions de surface**

La mesure des pressions de surface est essentielle pour ce qui est de la modélisation de la dynamique de l'atmosphère. Une modification de la pression correspond à une modification de toute la colonne atmosphérique. La pression surfacique peut être déterminée s'il est possible de mesurer la masse de l'ensemble de la colonne atmosphérique, ou bien la masse totale d'un gaz compris dans une telle colonne, dans la mesure où ce gaz est mélangé de manière uniforme dans toute l'atmosphère.

Considérons un capteur opérant aux fréquences ν_1 et ν_2 au voisinage de la raie de 60GHz de l'oxygène. On choisit une des fréquences, ν_1, de manière à ce que le coefficient d'absorption correspondant soit très affecté par les modifications de la masse totale de l'oxygène. La deuxième fréquence, ν_2, est choisie

suffisamment éloignée de la raie d'absorption de manière à ce que le coefficient d'absorption correspondant soit très peu affecté par la masse totale de l'oxygène. Dans le cas où l'on envoie 2 signaux de même énergie aux fréquences ν_1 et ν_2 alors le rapport des puissances rétrodiffusées ($P(\nu_1)/P(\nu_2)$) est proportionnel à :

$$\frac{R(\nu_1).T_o(\nu_1).T_w(\nu_1)}{R(\nu_2).T_w(\nu_2)}$$

où R est la réflectance de surface, T_o est la transmittivité "aller - retour" de l'oxygène, et T_w est la transmittivité des autres constituants atmosphériques. Si les fréquences ν_1 et ν_2 ne sont pas trop différentes alors $R(\nu_1) \approx R(\nu_2)$. Le coefficient T_w peut être calculé à l'aide de mesures avec plusieurs fréquences éloignées de la raie de l'oxygène. Finalement, l'on peut donc calculer $T_o(\nu_1)$. La relation,

$$\ln[T_o(\nu_1)] = 2\int_0^{\infty} \alpha_o(\nu,T,P).dz$$

sachant que α_o dépend directement de la pression (effet Lorentz), et par suite de la pression surfacique, conduit donc au calcul de la pression surfacique.

- **Détection de la pluie**

L'utilisation des radars pour détecter la pluie et ses caractéristiques a démarré dés 1940. Quand une impulsion radar interagit avec une zone de pluie, l'intensité du signal rétrodiffusé est proportionnelle à la taille des gouttelettes de pluie. Le fait que l'onde se propage dans le volume contenant les gouttes de pluie se traduit par le fait que la rétrodiffusion des signaux est échelonnée dans le temps. En conséquence, une analyse temporelle des signaux rétrodiffusés permet la détermination du profil de l'intensité de la pluie le long de la direction d'observation.

Il existe 3 configurations pour établir la cartographie des zones de pluie :

(1) le radar effectue des rotations horizontales,

(2) le radar balaye une partie d'un plan vertical, pour un azimut donné,

(3) le capteur embarqué effectue des observations selon un plan vertical.

La combinaison de (1) et (2) permet une visualisation en 3 dimensions de la zone de pluie.

Si l'on considère la section efficace de rétrodiffusion d'un volume de petites particules

$$\sigma_d = \frac{2\pi^5}{3\lambda^4}.\left|\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\right|^2.{}_j\Sigma\, D_j^6$$

avec $D_j=2.r_j$, diamètre de la particule j. Le terme D_j^6 est communément appelé le facteur de réflectivité. Dans le cas d'une distribution de particules ce terme est égal à : $Z = \int N(D).D^6.dD$. De nombreuse études ont été menées pour relier ce terme au taux de pluie R, exprimé en mm/hr et à la densité de masse totale d'eau, exprimée en mg/m^3.

III. OBSERVATION DE L'ATMOSPHERE DANS LE DOMAINE MILLIMETRIQUE

La région millimétrique et sub-millimétrique (100GHz à quelques TGHz) du spectre électromagnétique est le domaine de nombreuses signatures spectrales de gaz atmosphériques. Un grand nombre de transitions de rotation surviennent dans cette région. De plus, pour ce qui est de l'étude des atmosphères non terrestres, les températures des nuages interstellaires sont en général comprises entre 6K et 100K, ce qui correspond à des maxima d'émission entre 500μm (600GHz) et 30μm (10THz), avec une part importante dans le reste du domaine millimétrique. Un intérêt des ondes millimétriques est qu'elles sont moins affectées par les poussières que les ondes visible et proche infrarouge.

- **Interactions avec les constituants atmosphériques**

Le cas de la molécule d'eau permet d'illustrer la "richesse" de ce domaine spectral. Elle donne lieu à de nombreuses transition. Au dessous de 800GHz nous avons des raies à 556.9GHz, 380.2GHz, 448GHz, 474.7GHz, 22,2GHz, 439.2GHz, 443GHz, 321.2GHz, 752GHz, 183.3GHz, 325.2GHz, 620.7GHz, 470.9GHz, 488.5GHz et 437.3GHz.

Molécule	Fréquence (GHz)	Molécule	Fréquence (GHz)	Molécule	Fréquence (GHz)
PH_3	534	$H^{13}CN$	604,2	SO_2	632.2
$H_2{}^{18}O$	547.7,537.3,554.8	SO	611.5	CS	636.5
^{13}CO	551, 661	NH_2D	613	DCO^+	648.2
$H_2{}^{16}O$	556.9, 620.7	HCN	620.3	HDS	650.3
HDO	559,8 & 559,9	$H^{37}Cl$	624	DCN	651.5
NH_3	572.5	HCO^+	625	SiH	682
CO	576 & 691	HCl	626	H_2S	712 & 687.3
$HC^{18}O$	603				

Principales transitions moléculaires de l'atmosphère entre 530 et 695GHz.

Les raies spectrales de la région millimétrique sont principalement élargies par l'effet des pressions. En général l'on observe un élargissement de l'ordre de 3GHz par bar. A une pression de 1 millibar cela correspond donc à un élargissement de 3MHz. L'effet Doppler induit un élargissement :

$$\Delta\nu_D \approx 0{,}76\ 10^{-6}\ \nu.\sqrt{\frac{T}{M}}$$

Pour une température de 200K et une masse M=28 (*e.g.* CO), l'élargissement Doppler à 576GHz est 1,15MHz. Dans infrarouge l'élargissement Doppler est 6,1MHz à 100µm, et 61MHz à 10µm. La pression est donc la principale cause d'élargissement des raies spectrales pour les pressions jusqu'à 1mbar dans la région millimétrique, et jusqu'à quelques millibars dans la région infrarouge thermique. La spectrométrie millimétrique, basée sur l'utilisation de l'élargissement des raies spectrales du fait de la pression, permet l'analyse de mélanges de molécules sur de plus grandes variations d'altitude (pression) que la spectrométrie infrarouge.

- **Observation par capteur embarqué**

Les détecteurs passifs peuvent être utilisés dans la région millimétrique pour déterminer le profil des températures, et pour détecter et analyser le profil des mélanges moléculaires de l'atmosphère. La mesure est basée sur le fait que la forme de la raie spectrale est fortement dépendante de la pression locale, et ce jusqu'à de très grandes altitudes (faibles pressions). Cet aspect est illustré ci-dessous.

Soit τ l'épaisseur optique d'une couche atmosphérique au voisinage d'une raie spectrale d'un de ses composants. L'on a

$$\tau(\nu) = \int_{\text{couche}} N(z).k(\nu,z).dz$$

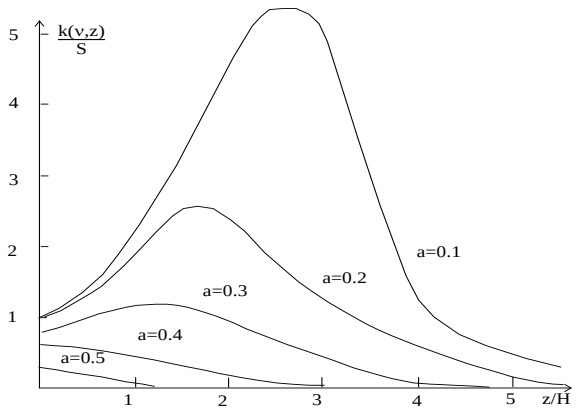
où $k(\nu,z) = \frac{A}{\pi}.\frac{\Delta\nu_L}{(\nu-\nu_o)^2+\Delta\nu_L^2}$ et $\Delta\nu_L(P) = \Delta\nu_L(P_o).\frac{P(z)}{P_o}$

ν_o = fréquence centrale de la raie spectrale,
P_o = pression au niveau de référence.

Si la pression décroît de manière exponentielle avec l'altitude, avec une échelle de hauteur de H :

$$k(\nu,z) = S.\frac{e^{-z/H}}{a^2+e^{-2z/H}} \qquad \text{avec} \quad S = \frac{A}{\pi.\Delta\nu_L(P_o)} \quad \text{et} \quad a = \frac{|\nu-\nu_o|}{\Delta\nu_L(P_o)}$$

$k(\nu,z)$ peut être considéré comme une fonction de poids pour mesurer le profil du taux de mélange (l'on a $\Delta\nu_L(P_o) \approx$ densité totale, et donc S≈1/densité totale). La figure suivante donne différentes valeurs de $k(\nu,z)$ en fonction de l'altitude pour différentes valeurs de a.



k(ν,z) en fonction de z/H.

Pour différentes valeurs de $a = \frac{|\nu-\nu_o|}{\Delta\nu_L(P_o)}$.

Si la température est connue, la mesure de l'épaisseur optique à un certain nombre de fréquences sur le bord de la raie spectrale permet donc de déterminer le profil du taux de mélange. Cette technique a été utilisée sur Mars et Vénus en considérant le niveau de base et le premier niveau excité de CO à 115GHz et 230GHz. Elle permet de déterminer le taux de mélange de nombreuses molécules trace dans les couches supérieures des atmosphères ; HCl (625.9GHz), PH_3 (534GHz), HCN (620.3GHz), SO_2 (632.2GHz), et H_2S (687.3GHz), ainsi que les molécules apparentées dégazées par les comètes, telles que H_2O, NH_3, HCN et CO qui ont toutes de fortes raies spectrales de rotation dans la région [500GHz 700GHz].

- **OBSERVATION DU LIMBE**

La géométrie utilisée lors de l'observation du limbe est telle que l'épaisseur optique est beaucoup plus importante que lors d'observations "verticales". Ceci permet la détection d'éléments atmosphériques traces. Considérons le simple cas d'une atmosphère de faible épaisseur optique. L'absorption peut alors être négligée et la température mesurée se ramène à :

$$T_a(\nu,h) = \int_h^{\infty} \alpha(\nu,z).T(z).g(z,h).dz$$

En tenant compte du fait que le rayon planétaire est beaucoup plus grand que z et h, alors nous avons

$$g(z,h) \approx \sqrt{\frac{R}{2(z-h)}}$$

En supposant que T(z) peut être considéré comme une constante, alors la température observée est:

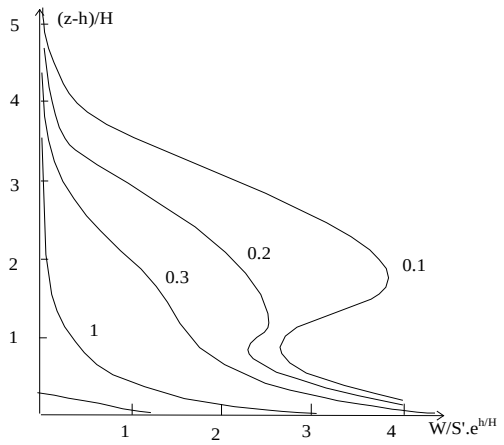
$$T_a(\nu,h) = T.\sqrt{\frac{R}{2}}.\int_h^{\infty} N(z).\frac{k(\nu,z)}{\sqrt{z-h}}.dz = \int_h^{\infty} N(z).W(\nu,h,z).dz$$

où W(ν,h,z) est la fonction de poids. Dans le cas d'une atmosphère "exponentielle" nous avons :

$$W(\nu,h,z) = \frac{A.T}{\pi}.\sqrt{\frac{R}{2}}.\frac{\Delta\nu_L}{(\nu-\nu_o)^2+\Delta\nu_L^2}.\frac{1}{\sqrt{z-h}} = S'.\frac{e^{-z/H}}{(a^2+e^{-2z/H}).\sqrt{\frac{z-h}{H}}}$$

avec $S' = \frac{A.T}{\pi.\Delta\nu_L(P_o)}.\sqrt{\frac{R}{2H}}$ $\quad a = \frac{|\nu-\nu_o|}{\Delta\nu_L(P_o)}$ $\quad$ H=facteur d'échelle : $P = P_o.e^{-z/H}$.

La figure suivante montre les variations de W(ν,h,z) pour différentes valeurs de a (déplacement de fréquence par rapport à la fréquence centrale).



Fonctions $W(\nu,h,z)$.

Pour différentes valeurs de $a = \frac{|\nu-\nu_o|}{\Delta\nu_L(P_o)}$.

Supposons que la température de brillance obtenue soit mesurée avec des fréquences telles que $(\nu-\nu_o)>>\Delta\nu_L$. La fonction de poids peut alors être écrite :

$$W(\nu,h,z) = \frac{S'}{a^2}.\frac{e^{-z/H}}{\sqrt{\frac{z-h}{H}}}$$

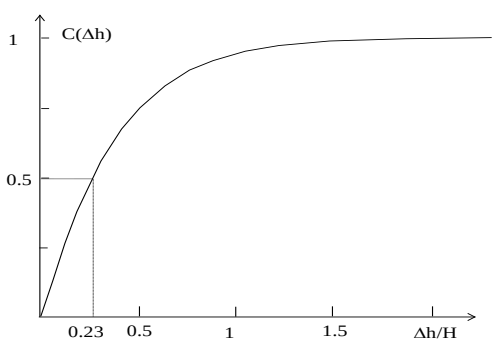
qui décroît rapidement avec z. La principale contribution à T_a provient donc de la fine couche atmosphérique juste au-dessus de la hauteur de tangence h. Ceci est illustré avec le rapport :

$$C(\Delta h) = \frac{\int_h^{h+\Delta h} W(\nu,h,z).dz}{\int_h^{\infty} W(\nu,h,z).dz} = \frac{\int_0^{\Delta h/H} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}.dx}{\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}.dx}$$

La transformation $x=y^2$ permet d'exprimer $C(\Delta h)$ avec la fonction d'erreur :

$$C(\Delta h) = \mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{\Delta h}{H}}\right) \qquad \text{avec} \quad \mathrm{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}.\int_0^{\xi} e^{-y^2}.dy$$

Pour $\Delta h/H=0,23$, nous avons $C(\Delta h)=0,5$. La moitié de la contribution du signal associé à $T_a(\nu,h)$ est due à une couche environ égale à un quart de l'échelle de hauteur H. Dans le cas typique où H=7km, plus de la moitié de la contribution provient d'une couche d'épaisseur égale à 1,75km. Plusieurs mesures effectuées avec différentes valeurs de h permettent donc une détermination précise du profil des constituants.



Contribution d'une couche Δh vs. l'atmosphère.

Rapport $C(\Delta h)$ de la contribution d'une couche d'épaisseur Δh juste au dessus de la hauteur de tangence h sur la contribution de toute l'atmosphère dans le cas d'une observation du limbe.

IV. OBSERVATION DE L'ATMOSPHERE DANS LE VISIBLE ET INFRAROUGE

Les capteurs "visible" et "infrarouge" mesurent les caractéristiques du rayonnement solaire diffusé ou émis par les particules atmosphériques. Ils permettent ainsi de déterminer la température atmosphérique, la composition, et la dynamique verticale et horizontale. Les capteurs "visible" et "infrarouge" offrent en général de meilleures résolutions spatiales que les capteurs micro-ondes passifs. Par contre, la forte diffusion des particules atmosphériques est une sérieuse limitation.

• **INTERACTIONS**

Le soleil est la principale source de rayonnement. Son maximum se situe à 0.47μm ; la moitié du rayonnement solaire est émise dans la bande [0.4μm 0.76μm]. Environ 35% de l'énergie solaire est réfléchi vers l'espace, environ 18% est absorbé par l'atmosphère, et environ 47% est absorbé par la surface terrestre. L'énergie infrarouge thermique est générée par la surface terrestre et l'atmosphère.

Atome	Longueur d'onde (A)	Molécules	Longueur d'onde (A)	Ions	Longueur d'onde (A)
Argon	1048	Oxygène	2026, 2885	Oxygène	2610
Azote	1200	Azote	986,1450,2010,3370	Azote	1549, 3911
Hydrogène	1216	Hydroxyl	3064	Acide nitrique	1368
Oxygène	1302, 1304, 1306	Acide nitrique	1909, 2198, 2262	Monoxyde d'azote	2191, 4900
Carbone	1657	Monoxyde d'azote	1544, 1804, 2063		

Exemples de transitions électroniques dans l'ultraviolet.

- Visible et Proche Infrarouge

Quand le rayonnement solaire traverse une couche atmosphérique une partie de celui-ci est diffusée, une partie est absorbée et une partie est transmise. Au niveau de la surface terrestre l'éclairement total E_{sol} comprend 2 termes : le rayonnement solaire direct (E_s) et le rayonnement solaire déjà diffusé (E_a).

$$E_{sol} = E_{a,sol} + E_{s,sol}$$

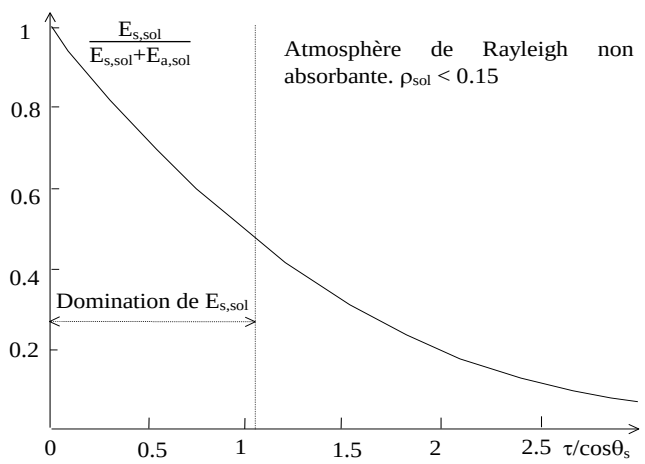
Le rayonnement solaire direct est : $E_{s,sol} = E_s.\cos\theta_s.\exp[\tau_o/\cos\theta_s]$ $\cos\theta_s<0$

où τ_o est l'épaisseur optique de l'atmosphère,

E_s est la constante solaire au sommet de l'atmosphère,

θ_s est l'angle d'incidence solaire sur le sol.

Le rayonnement diffus comprend tous les termes qui résultent d'une ou plusieurs diffusions.



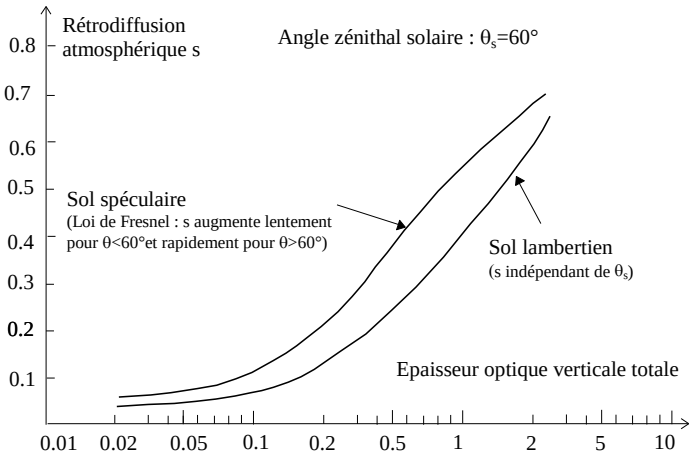
Atmosphère de Rayleigh non absorbante. $\rho_{sol} < 0.15$

Variation de (1-SKYL) avec $\frac{\tau_o}{\mu_s}$.

Le SKYL, $\frac{E_{a,sol}}{E_{s,sol}+E_{a,sol}}$, varie de manière exponentielle avec l'épaisseur optique τ_o/μ_s. Pour une atmosphère de Rayleigh non absorbante avec $\rho_{sol}<0.15$: $E_{s,sol} > E_{d,sol}$ si $\tau_o<1.1$.

Avec "$\rho_{sol}<0.15$, $\tau_o=0.5$" le rayonnement solaire direct domine si l'angle solaire zénithal est inférieur à 63° ($\mu_s>0.5/1,1$).

Une partie de l'énergie diffusée vers le haut par la surface terrestre interagit avec l'atmosphère et est ainsi rétrodiffusée vers la Terre. La réflectance de l'atmosphère est peu sensible au type de surface terrestre sous-jacent ; *i.e.* sol lambertien ou spéculaire.



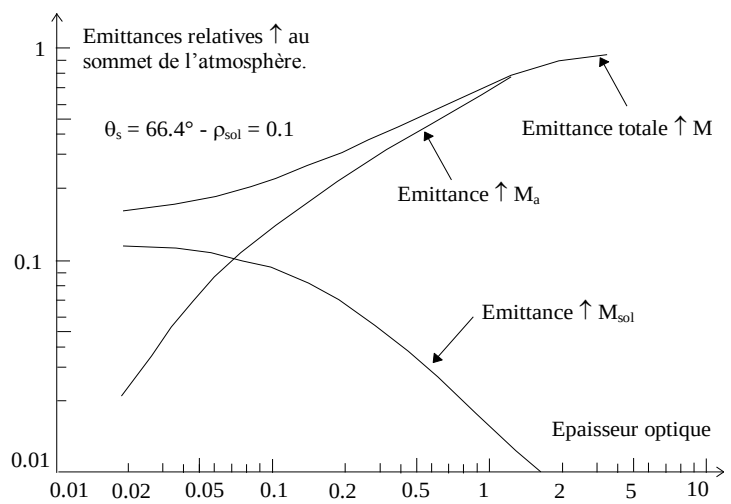
Rétrodiffusion atmosphérique s.

- sol spéculaire ; s augmente lentement avec θ_s pour θ_s <60°, et rapidement pour θ_s>60°.
- sol lambertien. s est indépendant de θ_s.

L'émittance montante totale M au sommet de l'atmosphère comprend 2 termes : l'émittance M_a diffusée par l'atmosphère sans avoir "atteint" la Terre, et l'émittance M_{sol} due à diffusion terrestre :

$$M = M_a + M_{sol}$$

Plus l'épaisseur optique augmente, plus la diffusion atmosphérique augmente, et plus M_a est grand. Par contre la transmittance atmosphérique décroît, ce qui conduit à un plus petit M_{sol}.



Emittances M_a et M_{sol} ascendantes au sommet de l'atmosphère.

La réflectance de surface est 0.1 et l'angle solaire zénithal est 66.4°.

Pour un capteur observant le limbe dans la partie supérieure de l'atmosphère, selon une direction autre que la direction solaire, le rayonnement mesuré est surtout le rayonnement solaire diffusé, alors que lors de l'occultation du soleil le rayonnement mesuré est la superposition du rayonnement solaire diffusé et direct.

- Infrarouge Thermique

La luminance thermique totale observée à une fréquence ν et pour un angle zénithal θ est

$$L = L_{sol} + L_a + L_d + L_h$$

L_{sol} : émission de la surface terrestre,

L_a : émission atmosphérique ascendante,

L_d : réflexion terrestre de l'émission atmosphérique descendante,

L_h : réflexion terrestre du rayonnement solaire direct.

(a) Luminance émise par la surface terrestre qui atteint le capteur : $L_{sol}(\nu,\theta) = \varepsilon_{sol}(\nu,\theta).L_B(\nu,T_{sol}).\exp[-\tau_o(\nu,\theta)]$

$\varepsilon_{sol}(\nu,\theta)$: émissivité terrestre,

$\tau_o(\nu,\theta)$: épaisseur optique de l'atmosphère selon la direction θ,

$L_B(\nu,T_{sol})$: fonction de Planck.

(b) Emission d'une couche plane, parallèle à l'équilibre thermodynamique : $L_a(\nu,\theta) = \int_0^{\infty} \Psi(\nu,z).\exp[-\tau(\nu,z)\ ].dz$

$\Psi(\nu,z)$: terme source thermique ; soit $\alpha_B(z).L_B[\nu,T_a(z)] \approx \alpha(z).L_B[\nu,T_a(z)]$

$T_a(z)$: température atmosphérique,

$\tau(\nu,z)$: épaisseur atmosphérique au-dessus de z ; soit $\frac{1}{\cos\theta}.\int_z^{\infty} \alpha(\nu,\xi).d\xi$

(c) Luminance L_d est due à la réflexion vers le haut de l'émission atmosphérique vers le bas. La luminance réfléchie selon $(\Omega_v,d\Omega_v)$, en l'absence de diffusions atmosphériques multiples, est :

$$L_d(\nu,\Omega_v) = \exp[-\tau(\nu,\Omega_v)].\int_{2\pi} L'(\nu,\Omega).\rho_{sol}(\nu,\Omega,\Omega_v).\cos\theta.d\Omega$$

où $L'(\Omega)$ est la luminance atmosphérique descendante selon (Ω) et $\rho_{sol}(\nu,\Omega,\Omega_v)$ le coefficient de réflectance bi-directionnel.

(d) Le terme L_h correspond à la réflexion du rayonnement solaire, soit :

$$L_h(\nu,\theta) = E_s(\nu).\cos\theta_s.\exp[-\tau(\nu,\theta_s)].\rho(\nu,\theta_s,\theta_v).\exp[-\tau(\nu,\theta_v)]$$

θ_s est l'angle zénithal solaire et θ_v est l'angle d'observation.

- Interactions résonantes et diffusion

Les interactions résonantes dans l'infrarouge sont essentiellement dues à des transitions entre des niveaux d'énergie de vibration et de vibration/rotation des composants atmosphériques ; *e.g.* nombreuses raies de la vapeur d'eau et du dioxyde de carbone. Compte tenu du fait qu'il est uniformément mélangé dans l'atmosphère terrestre, et qu'il possède 2 ensembles de raies intenses d'absorption autour de 4.3µm et 15µm, le dioxyde de carbone est utilisé pour la détermination du profil atmosphérique des températures.

Dans le visible et l'infrarouge, la diffusion des gaz et aérosols atmosphériques est très forte. Elle est en général caractérisée par l'albédo de diffusion simple $\omega(\Omega)$ et la fonction de phase normalisée $\frac{P(\Omega_s \rightarrow \Omega_v)}{4\pi}$.

• Observation verticale

La mesure des caractéristiques spectrales du rayonnement ascendant dans certaines bandes spectrales permet le calcul de paramètres géophysiques tels que le profil des températures (composante "émission") ainsi que sur les propriétés diffusantes $(P(\Omega_s \rightarrow \Omega_v)/4\pi, \omega)$ et la nature des aérosols et gaz.

- Emission d'une atmosphère non diffusante $(\alpha=\alpha_a)$

Une couche atmosphérique plane parallèle, d'épaisseur dz à une altitude z, émet la luminance :

$$\Delta L(z) = \alpha(\nu,z).L_B[\nu,T(z)].dz$$

où $L_B[\nu,T]$ est la fonction de Planck et $\alpha(\nu,z)$ le coefficient d'absorption. Ce dernier terme dépend des valeurs locales de la composition et de la pression atmosphérique. La contribution de la couche dz à la luminance spectrale totale ascendante au sommet de l'atmosphère est :

$$\Delta L_a(z) = \Delta L(z).e^{-\tau(\nu,z)} \qquad \text{où} \qquad \tau(\nu,z) = \int_z^{\infty} \alpha(\nu,\xi).d\xi$$

$$\Rightarrow \quad \Delta L_a(z) = \alpha(\nu,z).L_B[\nu,T(z)].\exp[-\int_z^{\infty} \alpha(\nu,\xi).d\xi].dz$$

$$\Rightarrow \quad \Delta L_a(z) = L_B[\nu,T(z)].d\beta \qquad \text{avec} \quad \beta(\nu,z) = e^{-\tau(\nu,z)}$$

$\beta(\nu,z)$ est la transmittance de l'atmosphère au-dessus du niveau z. La luminance spectrale totale observée par le capteur au-dessus de l'atmosphère est donc :

$$L_t(\nu) = L_{sol}(\nu).\beta_m(\nu) + L_a(\nu) = L_{sol}(\nu).\beta_m(\nu) + \int_0^{\infty} L_B[\nu,T(z)].\frac{\partial\beta(\nu,z)}{\partial z}.dz$$

où $L_{sol}(\nu)$ est la luminance spectrale de surface, $\beta_m(\nu)$ est la transmittance totale de l'atmosphère, et $L_a(\nu)$ est la luminance spectrale atmosphérique.

- Profil de température

La luminance atmosphérique spectrale peut être écrite sous la forme : $L_a(\nu) = \int_0^{\infty} L_B[\nu,T(z)].W(\nu,z).dz$

où $W(\nu,z) = \frac{d\beta(\nu,z)}{dz}$ est une fonction de poids.

Il est parfois judicieux de remplacer z par une autre variable, elle même dépendante de l'altitude, telle que la pression P ou bien y=-lnP. Dans un tel cas nous avons

$$L_a(\nu) = \int_{P_S}^{0} L_B[\nu,T(P)].\frac{d\beta(\nu,P)}{dP}.dP \qquad \text{ou} \qquad L_a(\nu) = \int_{-\ln P_S}^{\infty} L_B[\nu,T(y)].\frac{d\beta(\nu,y)}{dy}.dy$$

Considérons le cas d'un constituant mélangé de manière homogène (*e.g.* CO_2 dans les atmosphères de la Terre, Mars et Vénus) caractérisé par une raie d'émission centrée sur ν_o et élargie du fait des collisions. La forme de la courbe d'émission/absorption correspond à la fonction de Lorentz

$$k(\nu) = \frac{A}{\pi}.\frac{\Delta\nu_L}{(\nu-\nu_o)^2+\Delta\nu_L^2} \quad (m^2.Hz^{-1})$$

où la largeur de Lorentz $\Delta\nu_L$ est liée au temps moyen entre collisions τ_c par la relation $\Delta\nu_L = \frac{1}{2\pi.\tau_c}$

Pour $|(\nu-\nu_o)| >> \Delta\nu_L$ alors : $\alpha(\nu,P) = N(z).\frac{A}{\pi}.\frac{\Delta\nu_L}{(\nu-\nu_o)^2} = N(z).\frac{A}{\pi}.\frac{\Delta\nu_L(P_o)}{(\nu-\nu_o)^2}.\frac{P}{P_o}$

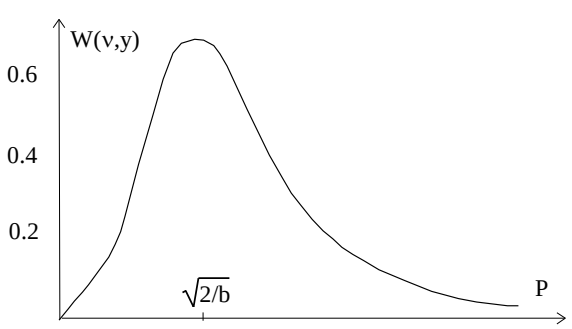
où N(z) est la concentration du constituant. Dans le cas d'un constituant mélangé de manière uniforme la concentration N(z) est proportionnelle à $-\frac{dP(z)}{dz}$. On a donc :

$$\alpha(z,\nu) = -b.P.\frac{dP}{dz} \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{b}{2}.P^2 \quad \Rightarrow \quad \beta = \exp[-\frac{b}{2}.P^2]$$

où b est une constante qui dépend de l'intensité et largeur de la raie spectrale, de la concentration du constituant, et de la fréquence d'observation. Le changement de variable y=-lnP donne

$$W(\nu,y) = \frac{d\beta}{dP}.\frac{dP}{dy} = b.P^2.\exp[-\frac{b}{2}.P^2]$$

Cette fonction de poids (*cf.* figure suivante) a un pic pour $P_m = \sqrt{\frac{2}{b}}$ qui dépend de la fréquence d'observation. Ce maximum survient donc à une altitude z_m telle que $P(z_m)=P_m$. Les éléments atmosphériques situés à cette altitude sont donc ceux qui contribuent le plus au signal mesuré. En changeant la fréquence d'observation le pic de cette fonction de poids est donc déplacé, ce qui permet de modifier la valeur de la pression, et donc l'altitude qui contribue le plus à la mesure.



Fonction de poids de $L_B[\nu,T(z)]$.

Cette fonction de poids W(ν,y) varie en fonction de la pression P.

Un capteur mesure en général la luminance $L_t(\nu_j)$ pour un certain nombre de fréquences ν_j :

$$L_t(\nu_j) = \int_0^{\infty} L_B[\nu_j, T(z)].W(\nu_j, z).dz$$

(le terme relatif "émission terrestre" a été éliminé pour plus de clarté)

L'objectif est de déterminer le profil des températures à partir des valeurs de L_t (ν_j). On doit donc résoudre le système non linéaire $L_t(\nu) = F[T(z)]$; *i.e.* $T(z) = F^{-1}[L_t(\nu)]$. La solution T(z) peut être obtenue avec une méthode itérative qui utilise le fait que la fonction de poids a un maximum pour $z=z_o(\nu')$ qui dépend de la fréquence d'observation (ν') : les valeurs de T(z) autour de l'altitude $z=z_o$ constituent donc la contribution principale de la luminance $L_t(\nu')$.

- Fonctions de Poids Simples pour T(z)

(a) T(z) varie lentement et de manière monotone avec l'altitude z.

$$L_B(\nu,T) \approx L_B(\nu,\bar{T}) + \frac{\partial L_B}{\partial \alpha_B(z).L_B[\nu,T_a(z)]T}.(T-\bar{T})$$

$$\Rightarrow \qquad L_a(\nu) = L_B(\nu,\bar{T}).\int W(\nu,y).dy + \int \frac{\partial L_B}{\partial T}.W(\nu,y).(T-\bar{T}).dy$$

Le terme $\frac{\partial L_B}{\partial T}.W(\nu,y)$ est donc une fonction de poids de la température. Les fonctions de poids de certains canaux, centrés sur les bandes de 4.3μm et 15μm de CO_2, de l'instrument HIRS (High Resolution Infrared Radiation Sounder) embarqué sur les satellites Nimbus et Tiros-N sont indiquées dans l'annexe. Ces canaux sont utilisés en pratique pour déterminer T(z).

(b) k faiblement dépendant ou même indépendant de la pression et de la température.

$$\alpha(\nu,z) = k(\nu).N(z) \qquad \Rightarrow \qquad \tau(\nu,z) = k(\nu).\int_z^{\infty} N(\xi).d\xi$$

Si de plus l'atmosphère est exponentielle avec une échelle de hauteur H, *i.e.* $\tau(\nu,z)=k(\nu).N_o.H.e^{-z/H}$:

$$W(\nu,z) = k(\nu).N_o.\exp[-\frac{z}{H} - k(\nu).N_o.H.e^{-z/H}]$$

Cette expression est identique à l'expression de la fonction de poids dans le cas des micro-ondes, excepté qu'ici la fonction pondérée n'est pas la température mais la fonction de Planck, qui est elle même fonction de la température. Le pic de la fonction de poids survient à une altitude z_m :

$$z_m = H.\log[k(\nu).N_o.H]$$

(c) Observation oblique

Toute observation oblique induit un déplacement du pic de la fonction de poids ; *i.e.* l'altitude de la contribution maximale est modifiée. Une émission "oblique" par une couche dz traverse en effet une plus grande proportion d'atmosphère et donc une plus grande épaisseur optique, si bien que l'altitude de la région de contribution maximale est augmentée. L'observation à une fréquence donnée sous plusieurs angles d'incidence permet donc de déterminer T(z).

Soit θ l'angle zénithal d'observation. Considérons le cas d'une atmosphère exponentielle avec k indépendant de la pression et de la température, la fonction de poids est alors :

$$W(\nu,z,\theta) = \frac{k(\nu).N_o}{\cos\theta}.\exp[-\frac{z}{H} - \frac{k(\nu).N_o}{\cos\theta}.H.e^{-z/H}]$$

Le pic de cette fonction de poids survient à l'altitude :

$$z_m(\theta) = H.\log[\frac{k(\nu).N_o}{\cos\theta}.H] = z_m(0) - H.\log[\cos\theta]$$

La position du pic se déplace vers le haut avec $\Delta z=H$ pour un angle $\theta=68°$. Cette approche repose sur l'hypothèse simplificatrice d'une atmosphère homogène selon l'horizontale.

- Profil des Compositions

La concentration des constituants apparaît de manière explicite dans l'expression de $\beta(\nu,P)$

$$\beta(\nu,P) = \exp[-\int_p^0 k(\nu,P').N(P').dP']$$

N(P), N(y) ou N(z) peuvent être déterminés à partir d'un ensemble de mesures $L_a(\nu_j)$, à l'aide de méthodes itératives. L'exemple suivant illustre cette approche dans un cas simple.

Soit une atmosphère de faible épaisseur optique à une fréquence d'observation donnée.

$$\frac{d\beta}{dP} = k(\nu,P).N(P).\exp[-\int_p^0 k(\nu,P').N(P').dP'] \approx k(\nu,P).N(P)$$

L'équation $L_a(\nu) = \int_0^\infty L_B[\nu,T(z)].W(\nu,z).dz$ donne alors

$$L_a(\nu) = \int_0^\infty N(P).W'(\nu,P).dP \qquad \text{avec} \qquad W'(\nu,P) = k(\nu,P).L_B[\nu,T(P)]$$

Si T(P) est connu ou déjà calculé avec des mesures d'émission à d'autres fréquences, alors la fonction de poids $W'(\nu,P)$ est une fonction connue de ν et P, et N(P) peut être déterminé par inversion.

Un autre type de mesure est utilisé par les capteurs opérant dans le bleu et l'ultraviolet pour déterminer les profils de composition : des mesures de la diffusion atmosphérique. Tel est en particulier le cas pour l'analyse de la couche d'ozone. Considérons le cas où le soleil est juste derrière le capteur et l'atmosphère est infiniment épaisse, si bien que l'on peut négliger l'influence de la surface terrestre. La luminance incidente sur la couche atmosphérique à la pression P est :

$$L(\nu,P) = L(\nu).\exp[-k(\nu).\eta(P)]$$

où $L(\nu)$: luminance solaire au sommet de l'atmosphère,

$k(\nu)$: coefficient d'absorption par molécule d'ozone,

$\eta(P)$: nombre de molécules O_3 au-dessus du niveau de pression P, dans un cylindre vertical ($\varnothing=1m^2$)

La luminance rétrodiffusée par les molécules d'ozone de la couche [P P+dP] est :

$$dL'(\nu,P) = a.L(\nu,P).dP$$

où a est un coefficient de proportionnalité. Compte tenu de l'atténuation atmosphérique au dessus du niveau de pression P la luminance mesurée est :

$$L'(\nu) = \int_0^\infty dL'(\nu,P).\exp[-k(\nu).\eta(P)] = a.L(\nu).\int_0^\infty \exp[-2k(\nu).\eta(P)].dP$$

$$\Rightarrow \frac{L'(\nu)}{L(\nu)} = a.\int_0^\infty P.\exp[-2k(\nu).\eta(P)].d(\ln P)$$

La mesure de $\frac{L'(\nu)}{L(\nu)}$ pour différentes fréquences donne différentes valeurs de $k(\nu)$, ce qui permet l'inversion de cette intégrale, et par suite la détermination du profil $\eta(P)$.

- Radiomètre à modulation de pression

Les radiomètres à modulation de pression permettent la mesure de raies avec une résolution spectrale de l'ordre de 0,001cm^{-1} ; environ 10cm^{-1} pour les filtres et environ 1cm^{-1} pour les spectromètres usuels. Il est ainsi possible d'effectuer des mesures à des fréquences d'observation très proches du centre des raies, et par conséquence l'étude des hautes couches atmosphériques.

Ce type de capteur comprend une cellule remplie par le même gaz que celui qui est analysé. La pression dans cette cellule est modulée par une fréquence angulaire ω

$$P(t) = P_o + \Delta P.\cos\omega t$$

Le coefficient de transmission T de la cellule est donc modulé par ω.

$$T(\nu,t) = T_o(\nu) + \Delta T(\nu).\cos\omega t$$

La forme de $\Delta T(\nu)$ dépend de la pression P dans la cellule, du facteur de pression de modulation ΔP, et de la raie spectrale considérée.

Toute modification de P et ΔP permet de faire varier la majeure partie de $\Delta T(\nu)$ sur les bords de la raie spectrale. Le rayonnement incident peut ainsi être mesuré en fonction de la fréquence ν autour de la fréquence centrale. Un avantage de cette technique est de modifier de la même manière les raies spectrales voisines du gaz dans la cellule, ce qui permet donc la mesure du rayonnement incident pour toutes les raies d'émission de ce gaz dans une bande de fréquence relativement large.

Système TOVS embarqué sur les satellites NOAA :

- HIRS (High Resolution Infrared Radiation Sounder),
- MSU (Microwave Sounding Unit),
- SSU (Stratospheric Sounding Unit),
- SBUV (Solar Backscattered Ultraviolet).

	HIRS	SSU	MSU
Etalonnage	2 corps noirs + espace	Corps noir + espace	Corps de référence + espace ; par cycle
Couverture off-nadir	±49.5°	±40.0°	±47.35°
Durée de balayage	6.4s	32.0s	25.6s
Nombre de pas	56	8	11
Angle entre pas	1.8°	10°	9.47°
Temps par pas	0.1s	4s	1.84s
Angle d'ouverture (IFOV)	1.25°	10.0°	7.5°
Pixel au nadir (IFOV)	17.4km	147.3km	109.3km
Pixel en fin de ligne (IFOV)	58.5km (⊥ trace) x 29.9km (// trace)	244km (⊥ trace) x 186.1km (// trace)	323.1km (⊥ trace) x 178.8km (// trace)
Distance (// trace) entre pixels	42km	62.3km	168.1km
Ligne de balayage	±1120km	±737km	±1174km
Temps entre 2 balayages	6.4s	32s	25.6s
Numérisation	13	12	12
Transmission (bits/s)	2880	480	320

Instrument / canal /	Nombre d'onde central	Longueur d'onde centrale	Principal absorbant	Contribution maximale	Type de mesure
HIRS					
1	667.58 cm^{-1}	14.98 µm	CO_2	30mb	*Profil de température T(z)* A T faible : 15µm plus précis que 4.3µm. Canaux 5/6/7 aussi utilisés pour calculs de hauteur et quantité de nuages.
2	680.18 cm^{-1}	14.70 µm	CO_2	60mb	
3	690.01 cm^{-1}	14.49 µm	CO_2	100mb	
4	704.22 cm^{-1}	14.20 µm	CO_2	400mb	
5	716.32 cm^{-1}	13.96 µm	CO_2	600mb	
6	732.81 cm^{-1}	13.65 µm	CO_2 - H_2O	800mb	
7	751.92 cm^{-1}	13.30 µm	CO_2 - H_2O	900mb	
8	900.45 cm^{-1}	11.11 µm	Fenêtre	Surface	*T(surface) détection de nuage*
9	1026.66 cm^{-1}	9.74 µm	O_3	25mb	*Concentration O_3 totale*
10	1223.44 cm^{-1}	8.17 µm	H_2O	900mb	*Sondage "vapeur d'eau"* => corrige canaux fenêtre/CO_2. Can. 12 détecte aussi cirrus fins
11	1368.68 cm^{-1}	7.31 µm	H_2O	700mb	
12	1478.59 cm^{-1}	6.76 µm	H_2O	500mb	
13	2190.37 cm^{-1}	4.57 µm	N_2O	1000mb	*Profil de température T(z)* A T fort : 4.3µm plus précis que 15µm. Moins sensible que 15µm aux nuages.
14	2210.51 cm^{-1}	4.52 µm	N_2O	950mb	
15	2236.62 cm^{-1}	4.47 µm	CO_2/N_2O	700mb	
16	2267.62 cm^{-1}	4.41 µm	CO_2/N_2O	400mb	
17	2361.64 cm^{-1}	4.23 µm	CO_2	5mb	
18	2514.68 cm^{-1}	3.98 µm	Fenêtre	Surface	*Température de surface* (1)
19	2653.48 cm^{-1}	3.77 µm	Fenêtre	Surface	
20	14367 cm^{-1}	0.70 µm	Fenêtre	Nuage	*Détection de nuages* (+ C8/18/19)
MSU					
1	1.6779 cm^{-1}	50.31 GHz	Fenêtre	Surface	*Emissivité de surface et atténuation de nuages.*
2	1.7927 cm^{-1}	53.73 GHz	O_2	700mb	Profil de température (diminution de l'effet des nuages pour les can. 15/4.3µm)
3	1.8334 cm^{-1}	54.96 GHz	O_2	300mb	
4	1.9331 cm^{-1}	57.95 GHz	O_2	90mb	
SSU					
1 (100mb)	668 cm^{-1}	15 µm	CO_2	15 mb	*Profil de température* (mesure de l'émission thermique de la stratosphère)
2 (35mb)	668 cm^{-1}	15 µm	CO_2	5 mb	
3 (10mb)	668 cm^{-1}	15 µm	CO_2	1.5 mb	
SBUV [12 canaux de 100 à 0.3mb avec $\Delta\lambda$=1.1nm et 1 canal avec $\Delta\lambda$=3nm]					
1	252.0nm		O_3		
|	|		|		
8 à 12	312.5 / 317.5 / 331.2 / 339.8nm		O_3		Concentration totale en O_3
	379nm		Fenêtre	Surface	Couverture nuageuse

Caractéristiques des instruments du système TOV embarqué sur les satellites NOAA.

(1) Les canaux 18 et 19 sont beaucoup moins sensibles à H_20 et aux nuages que 11µm. Combinés aux canaux à 11µm ils sont utilisés pour détecter et éliminer les nuages partiels. L'emploi simultané des canaux 18 et 19 permet d'éliminer la réflexion solaire.

PARAMETRES ATMOSPHERIQUES SIMULES AVEC LE MODELE 6-S

Lieu : centre de Sumatra (Indonésie) Date : 15 septembre 1995 Configuration solaire : $\theta_s = 145°$ $\phi_s = 20°$ (angle de diffusion : 145°)

Altitude : 250m $\Rightarrow$ Pression : 984.58 mb, H_2O : 3.67 g/cm^2, O_3 : 0.247 cm-atm

Atmosphère : tropical $\Rightarrow$ H_2O : 4.12 g/cm^2, O_3 : 0.247 cm-atm Type d'aérosols : modèle continental avec visibilité : 10 km ; $\tau_p(\lambda = 550\,nm) = 0.4321$

	SPOT 4				NOAA	
Quantités	0.43 µm - 0.47 µm	0.61 µm - 0.68 µm	0.78 µm - 0.89 µm	1.58 µm - 1.75 µm	0.58 µm - 0.68 µm	0.725 µm - 1.1 µm
E_{sol} : direct - diffus environ. ($W.m^{-2}.\mu m^{-1}$)	620 (53%) - 535 (46%) 21 (1.7%)	767 (69%) - 328 (30%) 12 (1.1%)	573 (76%) - 153 (20%) 32 (4.2%)	149 (91%) - 13 (7.9%) 1.7 (1%)	769 (68%) - 344 (31%) 13 (1.2%)	465 (77%) - 114 (19%) 24 (3.9%)
ρ_a (gaz - aérosols)	11.75 (8.42 - 3.67)	4.36 (1.97 - 2.39)	2.3 (0.7 - 1.57)	0.552 (0.04 - 0.51)	4.68 (2.21 - 2.47)	2.1 (0.6 - 1.47)
s (gaz - aérosols)	21.75 (15.77 - 12.45)	12.17 (4.55 - 9.41)	8.1 (1.7 - 6.9)	2.8 (1.1 - 2.7)	12.67 (4.55 - 5.00)	7.5 (1.5 - 6.5)
τ (gaz - aérosols)	0.75 (0.22 - 0.54)	0.41 (0.05 - 0.359)	0.278 (0.018 - 0.26)	0.109 (0.011 - 0.107)	0.427 (0.06 - 0.371)	0.26 (0.016 - 0.24)
ω (gaz - aérosols)	0.929 (1 - 0.9)	0.901 (1 - 0.887)	0.858 (1 - 0.848)	0.756 (1 - 0.753)	0.903 (1 - 0.888)	0.851 (1 - 0.842)
ρ_{veg}(sol) %	8.1	9.2	52.7	37.8	9.2	52.7
ρ_{veg} (satellite) %	16.54 (2.9 + 1.9 + 11.7)	11.05 (5.1 + 1.8 + 4.1)	44.29 (34.5+7.6+2.2)	32.8 (30.1+2.2+0.5)	11.05 (4.9 + 1.8 + 4.4)	39.09 (31 + 6.3 + 1.8)
L_{veg} (satellite) $W.m^{-2}.sr^{-1}.\mu m^{-1}$	81.851 (14.26 + 9.59 + 58)	45.888 (21.33 + 7.35 + 17.2)	120.52 (93.9 + 20.7 + 5.9)	18.79 (17.23 + 1.23 + 0.29)	47.39 (21 + 7.57 + 18.83)	93.468 (74.1 + 15 + 4.4)
T_g ($T_g(\Omega_s).T_g(\theta_v=0)$)	0.99776	0.946	0.917	0.922	0.931	0.812
H_2O	1	0.987	0.917	0.944	0.97775	0.827
O_3	0.99776	0.960	1	1	0.95259	0.99916
CO_2	1	1	1	0.989	1	0.99998
O_2	1	0.99913	0.99998	1	0.99941	0.98539
NO_2	1	1	1	1	1	1
CH_4	1	1	1	0.988	1	1
CO	1	1	1	1	1	1
T_d(gas + aéro) ($\Omega_s+\Omega_v$)	0.587	0.776	0.834	0.917	0.766	0.84
T_d(gas) ($\Omega_s + \Omega_v$)	0.784	0.945	0.979	0.999	0.939	0.98
T_d(aéro) ($\Omega_s + \Omega_v$)	0.756	0.823	0.853	0.919	0.819	0.858
$t_d(\Omega_v)$ - e^{τ/μ_v}	0.319 - 0.471	0.232 - 0.634	0.167 - 0.757	0.066 - 0.897	0.238 - 0.652	0.157 - 0.771

Caractéristiques atmosphériques pour les canaux B0, B2, B3 et SWR de SPOT 4, et AVHRR1 et AVHRR2 de NOAA.

	Landsat TM					
Quantités	0.45 µm - 0.52 µm	0.52 µm - 0.60 µm	0.60 µm - 0.69 µm	0.76 µm - 0.90 µm	1.55 µm - 1.75 µm	2.08 µm - 2.35 µm
E_{sol} : direct - diffus environ. ($W.m^{-2}.\mu m^{-1}$)	706 (56%) - 525 (41.9) 24.8 (2%)	768 (63%) - 427 (35%) 22 (1.8%)	762 (69%) - 327 (30%) 14 (1.3%)	568 (75%) - 153 (20%) 32 (4.3%)	154 (91%) - 14 (8%) 1.8 (1.1%)	55 (94%) - 3.15 (5%) 0.19 (0.3%)
ρ_a (gaz - aérosols)	9.56 (6.38 - 3.41)	6.33 (3.53 - 2.85)	4.38 (1.99 - 2.39)	2.36 (0.72 - 1.6)	0.57 (0.04 - 0.53)	0.25 (0.01 - 0.25)
s (gaz - aérosols)	19.27 (12.59 - 11.89)	15.13 (7.65 - 10.59)	12.2 (4.59 - 9.42)	8.17 (1.78 - 7.00)	2.84 (0.12 - 2.8)	1.53 (0.036 - 1.53)
τ (gaz - aérosols)	0.661 (0.163 - 0.498)	0.514 (0.09 - 0.424)	0.411 (0.05 - 0.36)	0.282 (0.02 - 0.263)	0.11 (0.001 - 0.109)	0.068 (0.0004 - 0.068)
ω (gaz - aérosols)	0.924 (1 - 0.899)	0.911 (1 - 0.892)	0.901 (1 - 0.887)	0.86 (1 - 0.85)	0.756 (1 - 0.753)	0.763 (1 - 0.762)
ρ_{veg}(sol) %	10.3	11.7	10.5	0.53	0.37	0.21
ρ_{veg} (satellite) %	16.2 (4.2 + 2.5 + 9.5)	14 (5.5 + 2.5 + 6)	11.9 (5.8 + 2 + 4)	43 (34 +7.5 + 2.2)	33 (30 + 2.2 + 0.5)	0.18 (0.17 - 0.08 - 0.02)
L_{veg} (satellite)	81.84	66.537	49.458	119.165	19.195	3.724
$W.m^{-2}.sr^{-1}.\mu m^{-1}$	(21.47 + 12.5 + 47.87)	(26.18 + 11.85 + 28.5)	(24.05 + 8.22 + 17.19)	(92.54 + 20.68 + 5.95)	(17.57 + 1.31 + 0.31)	(3.51 – 0.168 – 0.046)
T_g ($T_g(\Omega_s).T_g(\theta_v=0)$)	0.989	0.934	0.939	0.895	0.928	0.859
H_2O	1	0.98263	0.989	0.92148	0.95205	0.91534
O_3	0.98931	0.95045	0.959	0.99977	1	1
CO_2	1	1	1	1	0.98512	0.9938
O_2	1	1	0.990	0.97397	1	1
NO_2	1	1	1	1	1	0.99715
CH_4	1	1	1	1	0.99016	0.94727
CO	1	1		1	1	1
T_d(gas + aéro) ($\Omega_s+\Omega_v$)	0.641	0.719	0.775	0.832	0.916	0.952
T_d(gas) ($\Omega_s + \Omega_v$)	0.837	0.905	0.945	0.978	0.999	1
T_d(aéro) ($\Omega_s + \Omega_v$)	0.772	0.798	0.823	0.852	0.917	0.953
$t_d(\Omega_v)$ - e^{τ/μ_v}	0.305 - 0.516	0.268 - 0.598	0.233 - 0.663	0.169 - 0.754	0.067 - 0.895	0.045 - 0.934

Caractéristiques atmosphériques pour les canaux TM1, TM2, TM3, TM4, TM5 et TM7 de Landsat.

CONSTANTES, GRANDEURS PHYSIQUES ET NOTATIONS

Constantes Physiques

Vitesse de la lumière dans vide	$c = 2.9979\ 10^{8}$ m.s^{-1}	Charge de l'électron	$e = 1.6022\ 10^{-19}$ C
Perméabilité du vide	$\mu_o = 4.\pi.10^{-7}$ kg.m.C^{-2} (H/m)	Masse de l'électron	$m_e = 9.1094\ 10^{-31}$ kg
Permittivité du vide	$\varepsilon_o = 8.8542\ 10^{-12}$ C^2.kg^{-1}.m^{-3}.s^2(F/m)	Unité de masse atomique	$u = 1.6605\ 10^{-27}$ kg
Impédance du vide	$Z_o = 83.7673\ 10^{2}\ \Omega$	Cste gravitationnelle	$G = 6.6726\ 10^{-11}$ N.m^2/kg^2
Constante de Planck	$h = 6.6261\ 10^{-34}$ J.s $= 4.1\ 10^{-15}$ eVs	Constante des gaz	R = 8.3145 J/K/mole
Constante de Boltzman	$k = 1.3807\ 10^{-23}$ J.K^{-1}	Nombre d'Avogadro	$N_A = 6.0221\ 10^{23}$ mol/mole
Constante de Stéfan Boltzman	$\sigma = 5.6704\ 10^{-8}$ W.m^{-2}.K^{-4}	Volume molaire	V_o = 22,413 996 L/mole
Cste de Wien	$\alpha = 0.2897\ 10^{-2}$ m.K		

Propriétés de la Terre et du Soleil

Soleil		*Température terrestre moyenne*	
Rayon solaire	$6.96\ 10^{8}$ m	- équateur	27°C
Diamètre angulaire solaire moyen	31.99'	- latitude 30° N ou S	20°C
Masse du soleil	$1.99\ 10^{30}$ kg	- latitude 60° N ou S	-2°C
Puissance solaire totale	$3.85\ 10^{26}$ W	- pôles	-25°C
Température de brillance solaire	5770 K		
Terre		*Air sec*	
Distance Soleil - Terre moyenne	$1.496\ 10^{8}$ km	- Densité à (P_s, T_s)	$\rho = 1.293$ kg/m^3
Rayon équatorial terrestre	6378.135 m	- Masse d'une mole	28.964 g/mol
Rayon terrestre polaire	6356.775 km	- Chaleur spécifique à P constant	$c_p = 1005$ J/kg/K
Grand axe de l'orbite terrestre	$2.992\ 10^{11}$ m	- Chaleur spécifique à V constant	$c_v = 718$ J/kg/K
Masse de la Terre	$5.976\ 10^{24}$ kg		
Vitesse angulaire terrestre polaire	$7.292\ 10^{-5}$ rad/s	Chaleur latente de condensation à 0°C	2.5 106 J/kg
Jour sidéral	86164.09 s	Pression de vapeur saturante à 0°C	610.78 Pa
Jour tropical (équinoxe à équinoxe)	31556926 s	*Unités*	
Année sidérale (étoile fixe à étoile fixe)	31558150 s	Température standard	$T_s = 273.16$ K
Accélération terrestre	g= 9.807 m.s^{-2}	Pression standard (1 atm)	$P_s = 101325$ Pa
Aire des surfaces terrestres	$1.49\ 10^{14}$ m^2		(*1 bar = 10^5 Pa*)
Aire de l'océan	$3.61\ 10^{14}$ m^2	1 calorie	4.187 J
Profondeur océanique moyenne	3.9 km	1 torr = 1 mm Hg	133 Pa
Altitude terrestre moyenne	860 m		
Albédo terrestre moyen	0.35	1 lux = 1.464 mW/m^2 (à 550nm)	

Eclairement de la surface terrestre

Midi, jour clair	10^5 lux $\approx$ 150W.m^{-2}	Pleine lune, ciel clair	0.5 lux $\approx 10^{-3}$ W.m^{-2}
Midi, ciel couvert	10^4 lux $\approx$ 20W.m^{-2}	Pleine lune, ciel couvert	0.05 lux $\approx 10^{-4}$ W.m^{-2}
Lever et coucher du soleil	500 lux $\approx$ 1W.m^{-2}	Nuit, ciel étoilé	0.005 lux $\approx 10^{-5}$ W.m^{-2}
Soleil à 5° sous l'horizon	5 lux $\approx 10^{-2}$W.m^{-2}		

Notations

$\Omega(\theta,\phi)$	Direction (zénith θ et azimut ϕ)	$2\pi^+ / 2\pi^-$	Ensemble des directions montantes / descendantes
$d\Omega$	Angle solide	R ou ρ	Facteur de réflectance
$(\Omega, d\Omega)$	Cône angulaire	L_λ	Luminance (W.m^{-2}.sr^{-1}.µm^{-1})
$\vec{\Omega}$	Vecteur unitaire de la direction Ω	E_λ	Eclairement spectral (W.m^{-2}.µm^{-1})

Références (à compléter!!!!) :

Atmosphère et transfert radiatif *: Petty G., 2006; www.sundogpublishing.com/AtmosRad/index.html*
Ce cours: *www.cesbio.ups-tlse.fr/dart/license/en/adminModifyDocumentation.php, www.cesbio.ups-tlse.fr/data_all/pdf/M2_OASC_2014.pdf*
Modèle DART : *www.cesbio.ups-tlse.fr/dart/license/*
Caractéristiques des satellites : *www.itc.nl/research/products/sensordb/searchsat.aspx*.
Bruit instrumental: *www.coe.montana.edu/ee/jshaw/classes/RSS/RSS_S12/notes/6_EELE583_S12_Dets&Noise.pdf*
Indices de réfraction de matériaux : *www.astro.uni-jena.de/Laboratory/Database/databases.html*
Phénomènes optiques : *http://www.atoptics.co.uk*
Cours : *www.ita.uni-heidelberg.de/~dullemond/lectures, www.heliosat3.de/e-learning/remote-sensing, www.rop.cnrs.fr/IMG/pdf/JL_Deuze.pdf*
Hitran : http://cfa-www.harvard.edu/hitran/
Forcage radiatif : *http://www.livingreviews.org/lrsp-2007-2*
Calculateur solaire : *www.esrl.noaa.gov/gmd/grad/solcalc/*